

中学教学中渗透数学史与数学文化的优秀案例分析及教学途径

付 怡, 杨渭清*

西安文理学院, 陕西 西安
Email: yangwq029@163.com

收稿日期: 2020年8月12日; 录用日期: 2020年8月25日; 发布日期: 2020年9月1日

摘 要

随着对数学史与数学文化的教育价值研究的深入, 如何在教学中渗透数学史与数学文化也成为教育研究者和工作者关注的热点。本文通过展示中学教学中渗透数学史与数学文化的优秀案例并进行分析, 结合中学数学新课程标准的相关内容, 得出在教学中可通过培养学生主动学习、注重课堂上的渗透数学史料、加强渗透数学思想方法、体会数学之美的渗透途径。

关键词

中学数学教学, 数学史与数学文化, 渗透途径

Excellent Case Analysis and Teaching Approaches of Mathematics History and Mathematics Culture Penetrating in Middle School Teaching

Yi Fu, Weiqing Yang*

Xi'an University, Xi'an Shaanxi
Email: yangwq029@163.com

Received: Aug. 12th, 2020; accepted: Aug. 25th, 2020; published: Sep. 1st, 2020

*通讯作者。

Abstract

With the in-depth study of the educational value of the history of mathematics and the culture of mathematics, how to penetrate the history of mathematics and the culture of mathematics in teaching has also become a hot spot for educational researchers and workers. This article shows and analyzes the excellent cases of infiltrating mathematics history and mathematics culture in middle school teaching, and combines the relevant content of the new middle school mathematics curriculum standards. It is concluded that in teaching, students can take the initiative to learn, pay attention to the penetration of mathematics historical materials in the classroom, and strengthen and infiltrate the way of thinking of mathematics and the way of permeating the beauty of mathematics.

Keywords

Middle School Mathematics Teaching, Mathematics History and Mathematics Culture, Infiltration Pathway

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学史与数学文化中包含着前人在探索真理、研究命题过程中宝贵的经验和思想,例如《周髀算经》中的勾股定理,《九章算术》中的比例算法、正负术,著名的四色问题、中国剩余定理、哥德巴赫猜想、斐波那契数列等这些数学问题、定理和研究,其中所蕴含的数学思想方法、推理演绎过程不仅推动着数学本身和相关分支的发展,还在一定意义上启发着数学学习者的思想,这无疑也是培养学生数学学习兴趣和能力的、提高学生数学素养的重要途径[1]。因此本文将通过展示和分析中学数学教材部分章节的优秀教学案例,给出在教学中渗透数学史与数学文化以提高教学效果的途径。

2. 优秀案例分析

2.1. 案例一:北师大版八年级上册 § 5.1 《二元一次方程组》

教学片段:

教师:观察图片并思考问题(多媒体展示问题)“今有鸡兔同笼,上有三十五头,下有九十四足,问鸡兔各几何?”老师给大家翻译一下:鸡和兔关在同一笼中,从上面数鸡头和兔头共35个,从下面数鸡脚和兔脚共94只,问鸡和兔各是多少?

教师:根据实际问题列方程的关键是找相等关系,你能找到相等关系吗?

学生:鸡的只数 + 兔的只数 = 35, 鸡的只数 \times 2 + 兔的只数 \times 4 = 94……

以上是某教师《二元一次方程组》的教学片段。可以看出,该教师利用“鸡兔同笼”问题这一有趣的古算题作为课堂引入的内容,从学生小学时学过的已知问题出发,由此在吸引学生学习兴趣的同时也锻炼了学生分析和转化问题的能力。

“鸡兔同笼”问题记载于1500年前的数学古著《孙子算经》,它不仅是指鸡、兔各几何的问题,也

代表着随之出现的诸多归根结底与之相同类型的应用题。根据上述案例及分析来看, 数学史与数学文化可渗透到课堂导入这一重要的教学环节, 从学生知晓熟悉或是新奇有趣的数学历史问题出发, 让学生对本节所要学习的知识充满兴趣, 以更专注地投入课堂。

2.2. 案例二: 北师大版八年级上册 § 5.2 《解二元一次方程》

解二元一次方程组这类问题学生在小学时就曾接触学习, 由于学生的知识水平和理解能力有限, 小学是采用“假设法”来解决的; 而到了中学阶段, 学生学习了用字母表示未知量、一元一次方程方程等知识后, 就要从方程这一更高的角度来审视该问题。

教学片段:

教师: …… , 怎样求解二元一次方程组呢? 二元一次方程组 and 一元一次方程有什么关系? 在《孙子算经》中, 古人解决鸡兔同笼问题采用的是“砍足法”, 即假设砍去每只鸡和每只兔一半的脚, 则鸡和兔脚的总数就减了一半; 若笼中有一只兔子, 则脚的总数比头的总数多 1, 那么脚的总只数减去头的总只数就是兔子的数量, 从而也就得到鸡的数量。由“砍足法”得到启示, 二元一次方程组中有两个未知数, 如果消去其中一个未知数, 将其转化为熟悉的一元一次方程, 就可以解出一个未知数, 再相应求另一未知数, 这种将未知数的个数由多化少、逐一解决的想法, 叫做“消元思想”。将方程组中的某个方程的一个未知数用含另一未知数的式子表示出来, 再代入另一方程实现消元, 进而求得方程组的解, 这种方法叫做代入消元法。可以发现其实《孙子算经》中的“砍足法”就是代入消元法。

上述是中学数学《解二元一次方程组》的其中一种方法——代入消元法教学片段。消元法的思想顾名思义就是设法将含有多个未知量的方程组通过一定的变换转化为含有一个未知量的方程, 以求出一个未知量的值, 在逐步求解剩下的未知量, 这种化归的思维方法对于学生观察数学、解决问题有着至关重要的作用, 能帮助培养学生的逻辑思维、数学建模等核心素养和能力。《孙子算经》中“砍足法”就是代入消元法, 说明化归思想从很早就被发现和使用, 从《九章算术》开始, 《孙子算经》、《张邱健算经》等我国古代的数学典籍都以解决实际问题为目的[2], 与社会生活生产实际息息相关, 那么从数学史与数学文化的教育意义来看, 渗透古代解决数学问题的一些思想方法, 不仅能培养学生的数学素养, 提高学习兴趣和动机, 也能让学生体会古代数学家的智慧和数学的实用性。

2.3. 案例三: 北师大版八年级上册 § 1.1 《认识勾股定理》

教学片段一:

教师: 观察下列图片(图 1), 第一幅是一张希腊的发行邮票, 第二幅是 2002 年国际数学家大会的会徽, 它们与什么图形有关?



Figure 1. Two geometric pictures
图 1. 两张几何图片

学生: 正方形、直角三角形。

教师: 对了, 上面两幅图都证明了一个定理, 今天我们一起来学习。

教学片段二:

教师: 相传古希腊数学家毕达哥拉斯一次在参加朋友家宴会时, 看着朋友家用一块块直角三角形形状的砖(图 2)铺成的地板发呆, 他发现正方形的面积恰好等于两块瓷砖的面积, 于是提出大胆假设并加以证明, 得出毕达哥拉斯定理, 也就是勾股定理。下图(图 3)是毕达哥拉斯根据勾股定理画出来的, 它的形状像一棵树, 因此被称为毕达哥拉斯树。在计算机应用广泛又方便的今天, 通过《几何画板》就可以很快绘制出毕达哥拉斯树, 老师来示范一下, 大家感兴趣也可以回家自己动手操作尝试。

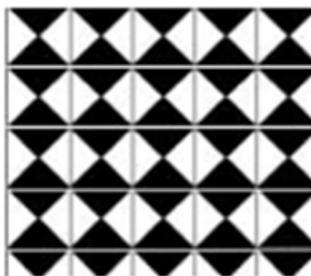


Figure 2. The floor
图 2. 地板

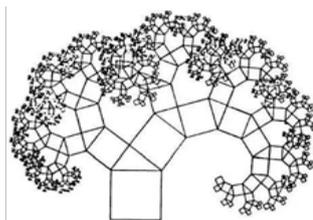


Figure 3. Pythagoras tree
图 3. 毕达哥拉斯树

勾股定理曾被德国数学家开普朗称赞为几何学的两大瑰宝之一(另一个是黄金分割), 从上述两个《勾股定理》的教学案例片段来看, 教师通过展示与勾股定理相关的故事、图片, 让学生置身其中而又不会觉得定理枯燥难懂, 通过几何直观来加强学生的数学学习体验, 使学生感受数学的奇异美, 从而激发学生在数学方面的兴趣和创造性。另外, 教师通过《几何画板》演示如何在实践中动手操作, 让学生从另一体验中再次领悟数学的美。

3. 教学中渗透数学史与数学文化的途径

3.1. 培养学生主动学习

数学教学是为了培养学生的数学素养, 教师在课堂以外的教学中, 应加强培养学生学习数学史与数学文化的主动性, 提高学生的数学学习兴趣及动力。首先, 教师应对学生的数学学习态度进行引导, 通过讲述数学趣事、展示数学之美等方法, 让学生对数学的学习不再有距离感和偏颇理解。其次, 教师要引导学生重视对教材中数学史与数学文化相关材料的阅读, 无论是带领学生一同学习还是作为课后任务布置给学生, 都要让学生不再认为这些内容无关紧要。最后, 由于课堂教学时间有限, 不能给学生讲述和呈现更多的数学史与数学文化, 所以教师应帮助学生树立课外时间阅读和积累数学史与数学文化的观念, 比如要求学生每天在完成作业之余搜集一个自己感兴趣的数学趣事、数学定理等等, 之后专门开展一节关于数学史与数学文化的课, 让学生分享自己的积累, 互相学习。

3.2. 课堂上注重渗透数学史料

课堂是教师进行教学的最主要途径, 因此教师要更加注重在课堂上渗透数学史与数学文化。教师要根据不同的教学内容选择合适的材料并恰当地安排进自己的教学。中学数学教学内容分为数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践这四部分内容。“数与代数”主要包括数的表示、代数式、方程、函数等等, 对于学生来说比较抽象, 部分学生会由于理解能力有限而无法投入到学习中, 那么在数学史与数学文化渗透材料的选择上, 教师可选取例如古人结绳记数、方程的来历、古代数学典籍中的有关代数问题等等有趣的数学史料, 来激发学生的好奇心从而让学生能够感受数学学习的趣味性, 同时也能让学生学习其中蕴含的数学思想方法、数学的逻辑思维; “图形与几何”主要包括平面和空间图形的认识、图形的平移旋转轴对称、平面图形基本定理及性质的证明等, 由于能够直观地观察和感受图形, 这部分内容学生的学习兴致很高, 因此教师要充分把握这一优势, 比如在进行图形的平移和旋转教学时, 教师可向学生展示古代典籍中通过图形变换得到的优美的图案, 让学生体会数学的对称美, 平面图形基本定理和性质这部分内容对学生的空间想象能力要求非常高, 因此教师可通过讲述定理和性质的历史起源和古代数学家证明时的经验, 让学生从这些内容的本质出发去理解定理和性质, 体会其中的数学内涵; “统计与概率”主要包括数据的收集和整理、中位数、平均数、随机事件等内容, 对学生来说较容易一些, 因此教师教学起来也得心应手, 那么在渗透数学史与数学文化时, 应注重其与社会生产生活的联系, 除了概念和知识的教学外, 教师应讲述其在社会历史和发展中的重要作用。比如平均数和中位数理解起来非常容易, 那么学生难免会因此“沾沾自喜”, 这时教师可通过布置古算题、拓展实际生活中的问题等途径增加其难度, 这样一来不仅是对学生数学运算能力的一种提高, 也是对学生理解分析问题能力的一种促进; “综合与实践”是学生综合运用其他三部分内容来解决实际问题的实践活动, 考察学生数学运算、直观想象、数据分析等六大核心素养, 对学生的要求有所提升, 那么教师可通过《算术十书》等古代数学典籍中的经典问题、数学家及其成就等材料, 进一步锻炼学生数学学习能力、提高学生数学素养。

3.3. 加强渗透数学思想方法

数学思想方法是数学史与数学文化中非常重要的一部分内容, 是指数学的思想和问题解决方法, 是前人在发现数学内容、证明数学定理的过程中得出的数学的观点、问题解决的不同方法和手段, 指导着后人对数学的学习[3]。中学阶段要求学生掌握的数学思想方法包括化归、数形结合等。化归顾名思义就是转化和归结问题, 是指先将实际问题转化为已知的相关数学问题进行解决, 再将结论用于解决原问题, 在中学数学中, 许多例如化未知为已知的数学问题都需要化归思想来进行解决, 比如《二元一次方程组应用》这一节内容中, 有比赛胜负、合作完工等各种各样的实际问题, 这类问题归根结底就是我们熟知的“鸡兔同笼问题”, 通过设未知量、找等量关系、列、解二元一次方程组便能够解决, 因此在教学中教师需要潜移默化地向学生渗透并让学生掌握这一思想方法, 从而让学生分析问题、解决问题的能力得以提升; 数形结合是指数与形的相互联系与转化, 在解决数学问题中起着至关重要的作用, 比如《一次函数》、《不等式》等问题, 可以将对应的函数在坐标系中绘制出其图像, 通过几何直观来帮助解决, 教师在引导学生学习和解决问题的同时, 要培养学生学会应用这一数学思想方法, 体会其带给数学的便利和作用。中学数学中所涉及的数学思想方法还要分类、函数与方程等, 都是前人在发现问题、解决问题中总结下来的宝贵经验, 对学生的数学学习有着莫大帮助, 因此教师在教学中要注重渗透数学思想方法, 提高学生的数学素养。

3.4. 体会数学之美

数学的逻辑性和抽象性让很多学生对它的学习和理解有一些偏颇, 但实际上, 数学并不只有这些理

论化内容的存在, 在数学史与数学文化中除数学的历史、数学家、数学思想方法等之外, 还有数学之美体现在数学的方方面面, 比如数形结合、化归思想、图形等蕴含着数学的简洁之美, 圆、杨辉三角、图形变化等蕴含着数学的对称之美, 勾股定理、黄金分割等蕴含着数学的奇异之美[4]。在学生学习 and 掌握重要数学知识的同时, 教师要引导学生体会数学之美, 进而激发学生数学学习兴趣和的, 这也是对学生的美育是一种培养和提高。

综上所述, 数学史与数学文化具有的教育价值不仅是对学生数学素养以及数学学习兴趣的提升, 也是对教师教学能力和成果的促进, 另外也让数学教学的方式更加多样化、生动化。在教学中渗透数学史与数学文化是对数学教育进步的推动, 那么如何顺利和高效地实施和应用, 还有更多恰当而有效的渗透途径和方法有待我们在教学实践中进一步深究、挖掘和总结。

致 谢

首先, 要由衷地感谢杨渭清老师, 本文从选题到撰写都是在杨老师的悉心指导下得以顺利完成; 另外, 还要感谢在论文撰写中所引用参考文献的所有作者。

参考文献

- [1] 杨渭清. 数学史在数学教育中的教育价值[J]. 数学教育学报, 2009, 18(4): 31-33.
- [2] 李文林. 数学史概论[M]. 第三版. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [3] <https://baike.sogou.com/v306288.htm?fromTitle=数学思想方法>
- [4] 蔺霄. 基于数学文化的教学思考[J]. 数学教学研究, 2018, 37(4): 51-53, 64.