

# 浅谈抽象代数课程中的思政教学

陶司兴

商丘师范学院数学与统计学院, 河南 商丘

收稿日期: 2021年12月2日; 录用日期: 2021年12月29日; 发布日期: 2022年1月5日

## 摘要

抽象代数是高等院校数学与应用数学专业的一门基础课, 本文从学生发展的角度出发和课程思政的设计理念出发, 分析了如何在抽象代数课程教学中融入思政元素。然后结合马克思主义哲学思想、抽象代数知识点、中国古诗词、社会主义核心价值观等角度, 通过具体案例, 阐述如何挖掘这门课程的思政元素, 为“抽象代数”课程思政提供了一些教学素材。

## 关键词

抽象代数, 思政元素, 哲学, 诗词

# Brief Talk on Ideological and Political Teaching in Abstract Algebra

Sixing Tao

School of Mathematics and Statistics, Shangqiu Normal University, Shangqiu Henan

Received: Dec. 2<sup>nd</sup>, 2021; accepted: Dec. 29<sup>th</sup>, 2021; published: Jan. 5<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

Abstract algebra is a basic course for mathematics and applied mathematics majors in colleges and universities. How to integrate ideological and political elements into the teaching of abstract algebra is analyzed in this paper based upon the perspective of students' development and the design concept of curriculum ideological and political. Then, combined with Marxist philosophy, knowledge points of abstract algebra, ancient Chinese poetry and the core values of Chinese socialism, etc., through specific cases, how to excavate the ideological and political elements of this course is expounded in this paper, and some teaching materials for the ideological and political elements of "abstract algebra" are provided.

## Keywords

### Abstract Algebra, Ideological and Political Elements, Philosophy, Poetry

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

习近平总书记在全国高校思想政治工作会议上的讲话中强调,要用好课堂教学这个主渠道,思想政治理论课要坚持在改进中加强,提升思想政治教育亲和力和针对性,满足学生成长发展需求和期待。习总书记的讲话体现了在高校的各门课程中融入思政元素的必要性。虽然时代在不断发展,科技水平在不断发展,物质水平在不断提高,很多东西都在瞬息万变,但是一个人无论他身处怎样的时代,正确的、优秀的思想素质都是必须具备的,这是永恒不变的准则。好的思想如同好的灵魂,有了好的灵魂后,再去掌握优秀科学知识才能成为一个真正对国家和社会有用的人才。因此教师在传授知识的同时,将具有时代感的正能量内容引入课堂教学,用正确的价值观来处理教材内容,实现传道与授业的有机结合。该文以抽象代数课程为例,谈一谈如何将思政元素融入课堂教学。

## 2. 抽象代数与课程思政

抽象代数是大学中数学系本科生最重要的代数类课程,其主要的知识点群、环、域理论极其抽象,从而比“高等代数”的内容更难以理解。关于抽象代数课程教学改革,目前已有一些尝试[1] [2] [3]。鉴于学生学习其中的抽象知识点的时候会经常会很不适应,感觉有些吃力,并且在学习过程中容易感觉到枯燥和乏味,因此从学生的发展角度来看,在“抽象代数”课程学习中加入充满正能量的思政元素是非常必要的。课程思政融入课堂教学是一个亟需解决的问题。思政元素如同带有火花的一根线[3],应该在课堂的教学过程中不时地点燃线上的火花,让学生在遇到困难的时候也能激情满满,保持学习的力量。

抽象代数课程思政元素,不能像思想政治理论课程那样以枯燥的理论教育面目出现,也不能像数学分析那样以严密繁琐的符号运算出现。它可以不必讲究严密性、完整性和逻辑性,但要具有一定的亲和力和针对性,满足学生成长发展的需求和期待。该文以作者在长期教学过程中抽象代数课程思政建设的内容为例,谈一谈如挖掘思政元素并将其融入抽象代数课程教学。

## 3. 从马克思主义哲学思想出发,挖掘抽象代数哲学思政元素

首先我们以抽象代数的具体教学案例为例,来说明如何挖掘抽象代数中的哲学思政元素。

案例 1 如果一个群  $G$  的非空子集  $H$  满足乘法封闭,逆运算封闭,则  $H$  作成  $G$  的一个子群。

分析:一个群的子集的元素性质决定了子集的结构,可见部分的性质影响整体的性质。

教师由此可以引出“整体与部分”的辩证关系:整体居于主导地位,统率着部分,具有部分不具备的功能,整体由部分组成,部分制约整体,关键部分的功能及其变化甚至对整体的功能起决定作用。

案例 2 介绍群的定义并介绍整数加群、非零有理数乘群、非零有理数乘群等相关例子;在介绍环的定义并介绍整数环、一元多项式环、模  $n$  剩余类环等相关例子。

分析:群是抽象的代数系统,整数加群、非零有理数乘群、非零有理数乘群等是具体代数系统;环是抽象代数的系统,整数环、一元多项式环、模  $n$  剩余类环等是具体代数系统。

教师由此案例可以引出“抽象和具体”的辩证关系。与此同时，教师还可以引出“普遍与特殊”的辩证关系：群定义中的相关性质是整数加群、非零有理数乘群、非零有理数乘群等的普遍性质，但整数加群、非零有理数乘群、非零有理数乘群等还具有自身特殊的代数性质；环的定义中的相关性质是整数环、一元多项式环、模  $n$  剩余类环等的普遍性质，但整数环、一元多项式环、模  $n$  剩余类环等还具有自身特殊的代数性质。

案例 3 设群  $G = S_3$ ，那么  $N = \{(1), (123), (132)\}$  是群  $G$  的不变子群[4]。

分析：此处群  $G$  中每个元素关于  $N$  的左陪集等于右陪集，比如  $(12)N = N(12)$ ，但  $(12)(123) \neq (123)(12)$ 。

教师由此可以引出“变与不变”的辩证关系：从集合的角度看， $N$  的左陪集等于右陪集。但从元素的角度看，不意味着元素相乘时可交换。也就是说，集合是不变的，但元素的乘积是改变的。

案例 4 介绍有限群与无限群，有限循环群与无限循环群，有零因子环与无零因子环，有限环与无限环等相对的概念时，教师可以引出“对立统一”的辩证关系，使学生认识到抽象代数课程处处体现着哲学思想。

以上案例都是从马克思主义哲学思想出发[5]，挖掘抽象代数课程中“整体与部分”“抽象与具体”“普遍与特殊”“变与不变”等辩证关系，通过这些哲学思政元素融入课堂教学，让学生懂得：学好哲学辩证法是深入理解抽象代数课程理论的关键。

#### 4. 从抽象代数知识点中挖掘德育思政元素

下面我们以抽象代数中的具体知识点为例，来说明如何挖掘抽象代数中的德育思政元素。

案例 1 在学习代数同构时，教师可以根据同构的性质引出“干一行爱一行，为国家做贡献”等思政元素。

分析：若两个代数系统之间存在一个映射  $\varphi$ ，如果  $\varphi$  是一一映射并且是同态映射，则称这两个代数系统是同构的。同构的代数系统具有相同的代数性质。

通过以上案例，引导学生明白各行各业的领军人物，从本质上来，是同构的，都是为国家做贡献。三百六十行，行行出状元，劳动没有贵贱之分，无论从事什么行业，只要热爱本职工作、勤奋努力干事情，就一定能做出优异的成绩，引导学生建立积极的社会价值观。

案例 2 在学习置换群的单位元恒等变换(1)时，教师可以根据恒等变换(1)运算特点引出积极的人生观等思政元素。

分析：恒等变换(1)有以下运算特点：任给一个置换  $\pi$ ，都有

$$\pi(1) = (1)\pi = \pi$$

从上述等式看恒等变换(1)似乎是一个“可有可无”“无关紧要”的角色，但从以下等式又可以看到恒等变换(1)在置换的乘法运算中起到非常重要的作用：

$$\begin{aligned} (i_1 i_2 i_3 \cdots i_k)(i_k i_{k-1} \cdots i_1) &= [(i_1 i_2)(i_2 i_3) \cdots (i_{k-1} i_k)] [(i_k)(i_{k-1}) \cdots (i_1)] \\ &= [(i_1 i_2)(i_2 i_3) \cdots (i_{k-1} i_k)] [(i_k)(i_k)] [(i_{k-1}) \cdots (i_1)(i_1)] \\ &= \cdots = (i_1 i_1)(i_1 i_1) = (1), \end{aligned}$$

从而

$$(i_1 i_2 \cdots i_k)^{-1} = (i_k i_{k-1} \cdots i_1).$$

通过以上案例，引导学生要做恒等变换(1)式人物，“哪里需要我，我就去哪里”，不为功名利禄而学习，树立崇高的学习志向，树立积极的人生观。

案例 3  $G$  的不变子群  $N$  的不变子群  $N_1$  未必是  $G$  的不变子群。理想的理想不一定是原环的理想[6]。

分析：一个群的不变子群及理想都不具有遗传性。由此案例，教师可以教育学生，父母无论贫穷富贵，对我们没什么影响，这些都不具有遗传性。作为当代的大学生，只要我们奋发向上，勇于探索，一定能开创属于自己的新天地。

案例4 设  $N$  是环  $R$  的一个子加群，即对  $N$  中任意元素  $a, b$ ，差  $a - b \in N$ 。如果又有

$$\forall r \in R, a \in N \Rightarrow ra \in N.$$

则称  $N$  是环  $R$  的一个左理想，并称  $N$  满足左吸收律。

如果

$$\forall r \in R, a \in N \Rightarrow ar \in N.$$

则称  $N$  是环  $R$  的一个右理想，并称  $N$  满足右吸收律。

如果  $N$  既是环  $R$  的左理想又是右理想，则称  $N$  是环  $R$  的一个双边理想，简称理想[6]。

分析：虽然抽象代数中的理想不是显示生活中对未来的远大抱负。由此案例，教师可以引导学生，左理想和右理想相当于个人利益，而双边理想相当于集体利益，鼓励学生以集体利益为重，处处以大局为重，树立正确的世界观和人生观。

案例5 设  $A = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 。则

$$aRb \Leftrightarrow 4 \mid a - b$$

是一个等价关系。并用此等价关系决定整数集  $A$  的分类

$$A = [0] \cup [1] \cup [2] \cup [3].$$

分析：模4剩余类中  $[1] = [5] = \dots = [4k+1]$ ，同一个类有多种表示形式。在表示时，能体现事物表现形式多样性。如同我们每个人都有若干套衣服，可能有时穿的衣服不同，但在本质上是同一个人。

通过以上案例，教师可以引出“现象与本质”的辩证关系，引导学生深入思考，抓住事物的本质。

以上案例从抽象代数各章节具体知识点出发，通过类比，深度挖掘各种德育思政元素，通过这些德育思政元素融入课堂教学，培养学生形成正确的世界观、人生观、价值观。

## 5. 从国家发展战略和社会主义核心价值体系中挖掘爱国主义思政元素

我们通过具体实例说明如何从国家发展战略和社会主义核心价值体系中挖掘思政元素，培养学生爱国主义精神。

案例1 一个集合  $R$  叫做一个环，假如

- 1)  $R$  是一个加群，换一句话说， $R$  对于一个叫做加法的代数运算来说作成是一个交换群；
- 2)  $R$  对于另一个叫做乘法的代数运算来说是封闭的；
- 3)  $R$  中乘法适合结合律：

$$a(bc) = (ab)c, \forall a, b, c \in R.$$

- 4) 乘法对加法运算适合两个分配律：

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$(b+c)a = ba+ca, \forall a, b, c \in R.$$

分析：环的定义还可以这样理解： $R$  对于加法运算来说作成是一个交换群； $R$  对于乘法运算来说作成是一个半群，而分配律是两种运算之间的桥梁。

通过以上案例，引导学生理解中国同一些国家的关系。比如中国与哈萨克斯坦是两个独立的国家，

如同环的加法和乘法运算，而“一带一路”是连接两个国家的桥梁。

案例 2 设  $A = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 。则

$$aRb \Leftrightarrow n \mid a - b$$

是一个等价关系。并用此等价关系决定整数集  $A$  的分类

$$A = [0] \cup [1] \cup [2] \cup \dots \cup [n-1] = [n] \cup [n+1] \cup [n+2] \cup \dots \cup [2n-1]。$$

分析：模  $n$  剩余类中每个类的成员都有无限个，所有代表元都是平等，无论选哪一个元做代表，都代表所在的类。

通过以上案例，教师可以引出二十四字社会主义核心价值观中的“民主，平等”理论，培养学生的爱国主义情怀，发奋图强，努力学习，为国争光。

案例 3 一个整环  $I$  的一个元  $a$  在  $I$  里有唯一分解，

假如以下条件能被满足

i)  $a = p_1 p_2 \cdots p_r$  ( $p_i$  为  $I$  的不可约元)；

ii) 若同时

$a = q_1 q_2 \cdots q_s$  ( $q_i$  为  $I$  的不可约元)；

那么  $r = s$ 。

并且我们可以把  $q_i$  的次序调整一下，使得

$q_i = \varepsilon_i p_i$  ( $\varepsilon_i$  为  $I$  的单位)。

分析：整环中一个元素的唯一分解，不是绝对意义下的唯一分解，而是相伴意义下的唯一分解。

通过以上案例，教师可以引出二十四字社会主义核心价值观中的“自由，平等”理论，自由平等观念就是在社会中，人人都享受平等的待遇，可以(前提：不违法乱纪)按照本身所具有的意识 and 能力去做任何事情的理念，是带有约束条件的。

以上案例都是从当前国家发展战略和社会主义核心价值体系中深度挖掘思政元素，培养学生的爱国主义精神，引导学生学成之后爱国爱人民，积极投身社会主义现代化建设，为中华民族复兴努力奋斗，为构建人类命运共同体不懈奋斗。

## 6. 结语

全面实施课程思政教学改革，已成为中国高校所有教师的共识。课程思政融入抽象代数课堂教学，恰似为庄稼田地注入营养、为人格的建立与养成塑造灵魂，是素质教育内涵建设中必不可少的源泉，是为了使受教育者在知识输入的同时，更好地塑造其自身的人生观、价值观乃至世界观，在努力提升素质教育的目的下，最终实现“立德树人”的根本任务。我们将进一步按照教育部和河南省的文件精神努力挖掘课程思政元素，把课程思政做好做精，真正做到春风化雨、润物无声，把正确的世界观、价值观潜移默化地沁入学生的心田，把抽象代数课程培育成思政示范课，以此带动其他课程思政和专业思政建设。

## 基金项目

商丘师范学院教学改革研究重点项目(2019jgzdxm03)。

## 参考文献

- [1] 魏平, 张焕炯. 关于近世代数教学改革的实践探索[J]. 数学教学研究, 2012, 31(12): 61-65.
- [2] 王羨, 王志俊, 董红昌, 刘琼玲. 浅谈抽象代数教学改革[J]. 大学数学, 2015, 31(2): 44-47.

- 
- [3] 胡红梅. 浅谈抽象课程“近世代数”的思政教育[J]. 课程教学, 2020(36): 128-129.
  - [4] 张禾瑞. 近世代数基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 1978.
  - [5] 杨威, 陈怀琛, 刘三阳, 高淑萍, 李兵斌. 大学数学类课程思政探索与实践——以西安电子科技大学线性代数教学为例[J]. 大学教育, 2020, 9(3): 77-79.
  - [6] 杨子胥. 近世代数[M]. 第三版. 北京: 高等教育出版社, 2011.