

大学生直观想象素养的内涵及其培养

梁雪^{1,2}, 董迎辉²

¹苏州科技大学天平学院, 江苏 苏州

²苏州科技大学, 江苏 苏州

收稿日期: 2022年2月21日; 录用日期: 2022年3月18日; 发布日期: 2022年3月25日

摘要

提升大学生的数学核心素养是大学数学“金课”建设的重要任务。直观想象素养是数学核心素养的重要组成部分,也是数学课程改革关注的热点之一。本文分析和阐释了大学生直观想象素养的内涵,在此基础上探讨了大学生直观想象素养的四种培养途径:注重对数学知识的教育形态的探索、注重对数学美以及数学美育的探索、注重对简缩性思维的培养以及注重对整体性思维的培养。

关键词

金课, 数学核心素养, 直观想象, 大学数学

The Connotation and Cultivation Way of College Students' Intuitive Imagination Literacy

Xue Liang^{1,2}, Yinghui Dong²

¹Tianping College of Suzhou University of Science and Technology, Suzhou Jiangsu

²Suzhou University of Science and Technology, Suzhou Jiangsu

Received: Feb. 21st, 2022; accepted: Mar. 18th, 2022; published: Mar. 25th, 2022

Abstract

Improving college students' mathematics core literacy is an important task of the construction of college mathematics "golden course". Intuitive imagination literacy is an important part of the key competency of mathematics, which is the focus of mathematics curriculum reform. This paper analyzes and explains the connotation of intuitive imagination literacy. On this basis, this paper dis-

cusses four ways to cultivate insight intuitive imagination literacy: paying attention to the exploration of the educational form of mathematical knowledge, the exploration of mathematical beauty and mathematical aesthetic education, the cultivation of concise thinking, and the cultivation of holistic thinking.

Keywords

Golden Class, Key Competency of Mathematics, Intuitive Imagination, College Mathematics

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

2018年教育部首次提出“金课”概念,自此以后“金课”建设逐渐成为高等教育教学改革发展的主题。研究和探讨大学生数学核心素养的组成要素和培养途径是建设大学数学“金课”的重要内容之一。吕世虎,吴振英将数学核心素养的体系划分四个层面:数学双基层、问题解决层、数学思维层、数学精神层,构建了“数学核心素养体系塔”,其中的数学思维层包括数学抽象、数学推理和直观想象[1]。直观想象与同处于数学思维层的数学抽象、数学推理相比,有其独特之处,属于一种整体性思维方式,不仅在数学理解中有着举足轻重的作用,而且在彰显数学文化、培养创新能力方面发挥着不可替代的作用,本文主要探讨大学生直观想象素养的内涵和培养路径。

2. 直观想象素养的涵义

直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化,利用空间形式特别是图形,理解和解决数学问题的素养。那么对于大学生,直观想象素养则在此基础上,突出强调形成数学直观,在具体的情境中感悟事物的本质。

“直观”不仅仅是指直接看到的東西,更重要的是依托现在看到的東西、以前看到的東西进行思考、想象。因而“直观”是富有层次的,既包含通过对事物的直接接触而获得感觉、知觉和表象等感性认识这层涵义,也包含依托所看到的東西进行思考和想象,从而把握事物全貌、洞察事物本质的这层涵义。

数学直观包括几何直观、代数直观、统计直观等。许多学者对“几何直观”的内涵作了深入的探讨。徐本顺指出,几何直观思维既有形象思维的特点,又有抽象思维的特点[2]。蒋文蔚认为,几何直观是一种思维形式,它是人脑对客观事物及其关系的一种直接的识别或猜想的心理状态[3]。又由于“直观”含有“把握事物全貌”这层涵义,所以“整体、综合地考虑问题”是“几何直观”思维方式的重要特点。

曹培英把几何直观分为直观感知、直观理解、直观洞察三个层次[4],其中“直观理解”介于“直观感知”和“直观洞察”两层次之间。“直观感知”是“几何直观”的低级阶段,指的是能认识直观载体的外在现象或表面意义;“直观洞察”是“几何直观”的高级阶段,指的是能发现直观载体的深层意义或内在本质,也就是在理解数学概念、证明数学命题以及解决数学问题时,善于把数学对象“图形化”,能够借助图形或者图式把握数学对象的本质,能够从整体上综合地考虑问题、解决问题。

综上,几何直观是人脑借助于几何表象、图形、图式,对数学对象以及他们之间关系的直接感知和整体把握,既包含处于感性认识阶段的直观感知,也包含超越感性认识阶段的直观洞察,还包含介于两

种层次之间的相对深入的直观理解。

数学直观比几何直观更广泛,可以表述为人脑对数学对象以及他们之间关系的直接感知和整体把握,其思维的载体突破了几何表象、图形、图式的限制,它既可以是图形、图式、形象化的模糊“意象”、也可以是代数符号,甚至还可以完全用语言进行思维。载体的形式已经不再重要,直接感知和整体把握数学对象以及他们之间关系是数学直观最显著的特点。

弗赖登塔尔指出,数学是系统化了的常识。常识要成为数学,它必须经过提炼和组织而凝聚成一定的法则。而这些法则在高一层次里又成为常识,再一次被提炼、组织,而凝聚成新的法则,新的法则又成为新的常识,不断上升[5]。从数学形成的角度看,“数学”一般要经历从“直观”到抽象再到“直观”再到抽象不断螺旋上升的过程。同样地,对数学学习者而言,也存在这样一个由表及里、从现象到本质的不断深入的认识过程。同一个数学对象对不同的学习者,甚至对同一个学习者的不同时期来说,是否直观,都可能是不同的,它取决于学习者的数学知识储备、数学知识结构和数学思维能力。从数学教育的角度来说,教师不仅要帮助学生建立数学直观,更要不断提高学生的数学直观的质量和水平。

直观想象素养还包括空间想象能力,是指以现实世界为背景,对几何表象进行加工改造,创造新的形象的能力,它是一种思维能力,不仅能处理具体的空间形式,也能够处理抽象的空间形式。

综合前面的分析,直观想象素养主要包括几何直观思维、空间想象能力以及由此形成的数学直观思维。为了便于教学实践层面的落实,笔者借鉴曹培英的分层方法[4]把直观想象素养分为三层:将处于感性认识阶段的几何直观以及处于空间观念阶段的空间想象称为“感知型直观想象”;将能够触及数学对象本质属性的直观想象称为“洞察型直观想象”;将介于感知型和洞察型之间的水平称为“理解型直观想象”。这三个层次之间没有截然划分的界线,他们之间常常具有连续性和渐进性。中学生直观想象素养多指底下两层,大学生直观想象素养一般指上面两层。

3. 对培养大学生直观想象素养的思考

大学生直观想象素养主要指“理解型直观想象”和“洞察型直观想象”,这意味着在教学中帮助学生看图、识图、画图、想图以及数形结合数学思想的渗透等的培养中学生直观想象素养的途径不足以培养大学生直观想象素养。大学生直观想象素养的培养要更多地关注学生的“数学理解”,注重对“数学洞察力”的培养。在这一指导思想下,结合经过多年的数学教学实践,笔者认为提升大学生数学核心素养,培养大学生直观想象能力,需要注重以下4个方面的探索。

3.1. 注重对数学知识的教育形态的探索

张奠宙先生指出,在数学学习过程中,只在形式化的圈子里打转是无法懂得形式化的本意的,只有恢复原始的、火热的思考,才能理解冰冷的形式[6]。在教学过程中,教师需要把数学知识由学术形态转化为相对直观的教育形态,这是培养大学生直观想象素养的基础。

首先教师要对所教数学知识本身有深刻的、高屋建瓴的理解,只有这样才能做到“深入浅出”。而“深入浅出”是一个教师在教学中实现了数学知识的教育形态化的外在特征,它要求教师深刻地理解所教数学知识的本质。其次,教师要对数学史加以研究利用。了解一种数学理论的最好方法是找出然后研究那种理论的原型的具体例子。任何数学概念、定理、思想都有其自然发生发展过程,而数学学习具有历史相似性,把数学知识在一定程度上还原到历史情境中,让数学知识变得鲜活、直观、自然,其本质更容易被学生抓住。这需要教师学好、用好数学史,弄清楚所教数学知识的历史背景。也就是说,在教学过程中不仅要讲清楚“知识是什么”,更要精心组织教学,让学生了解“所学知识从何而来、应用到哪里去”,帮助学生领悟所学数学知识的全貌和本质,深刻而全面地理解所学的数学对象。

3.2. 注重对数学美以及数学美育的探索

在教学中注意帮助学生学会鉴赏数学美, 引导学生感受数学美, 形成以审美的角度去观察数学对象的习惯, 这是提升大学生直观想象素养的有效途径。数学中蕴涵着丰富多彩的“美”: 结构美、语言美与方法美。数学美具有简洁性、统一(和谐)性、对称性、整齐性、奇异性与思辨性, 它常常指引直观想象的方向, 是形成数学直观的动力和条件之一, 数学美育的落实能够提升大学生的直观想象素养, 有助于形成数学洞察力。

3.3. 注重对简缩性思维的培养

在教学过程中注意培养学生的简缩思维, 把握好思维的严谨性要求与简缩性要求的平衡, 这是提升学生直观想象素养的必经之路。“缩短推理过程、用简缩的结构来进行思维的能力”是克鲁捷茨基概括出的9大数学能力之一, 他们研究发现, 有较强数学能力的学生有一种在简缩结构中思考的倾向, 也就是他们具有简缩数学思维。简缩数学思维能够从宏观上进行整体分析, 抓住框架结构和本质联系, 进行大步骤思维, 这是形成数学直观的必要条件。

3.4. 注重对整体性思维的培养

注意培养学生的整体观和整体性思维, 这是培养大学生直观想象素养的关键途径。洞察型直观想象需要系统的数学知识, 所以教师需要站在系统的高度进行教学, 对数学概念、数学定理等的教学尽量保证在“见树木更见森林、见森林才见树木”的状况下进行。这要求教师对教学内容要有生动直观的整体性的认识和分析概括, 只有教师具备整体观才能通过教学来培养学生的整体观。

直观想象素养区别于其他数学核心素养的一个显著特点在于其思维的“整体性”, 大学生直观想象素养在此基础上则进一步凸显其“把握事物本质”的特点。所以教师要鼓励大学生在数学学习过程中多反思, 教会学生问“为什么”, 帮助学生知其然, 知其所以然, 知何由以知其所以然, 追求对数学对象的本质以及对数学对象间内在联系的本质的富有洞察力的理解。

4. 结束语

数学在人工智能、大数据、金融、先进制造、国防安全等诸多领域里都发挥着基础而重要的作用, 建设社会主义现代化强国需要大量的具有良好数学核心素养的大学生。培养大学生数学核心素养也成为推进高校大学数学“金课”建设的关键。本文以直观想象素养为切入点探讨大学生数学核心素养, 分析了大学生直观想象素养的内涵及其培养途径, 是对大学数学“金课”建设的理论和实践研究的有益的补充。

基金项目

概率论与数理统计金课建设的理论与实践研究(2021TJGB-08), 课程思政理念下高校统计学专业课程教学改革与实践途径探索(2021SZZX-8)。

参考文献

- [1] 吕世虎, 吴振英. 数学核心素养的内涵及其体系构建[J]. 课程.教材.教法, 2017, 37(9): 12-17.
- [2] 徐本顺, 商应钢. 关于思维中的几何直观问题[J]. 西北大学学报(自然科学版), 1984, 43(2): 49-51.
- [3] 蒋文蔚. 几何直观思维在科学研究及数学教学中的作用[J]. 数学教育学报, 1997, 6(4): 67-71.
- [4] 曹培英. 跨越断层, 走出误区: “数学课程标准”核心词的解读与实践研究[M]. 上海: 上海教育出版社, 2019: 54-60.

- [5] 弗赖登塔尔. 作为教育任务的数学[M]. 上海: 上海教育出版社, 1995.
- [6] 张莫宙, 王振辉. 关于数学的学术形态和教育形态——谈“火热的思考”与“冰冷的美丽” [J]. 数学教育学报, 2002, 11(2): 1-4.