

结合建模与实验的线性代数的 教学研究

王 鑫

海南大学理学院, 海南 海口

收稿日期: 2022年4月20日; 录用日期: 2022年5月18日; 发布日期: 2022年5月25日

摘 要

本文主要研究在线性代数课程中引入数学建模和数学实验的教学方法。探究用建模的思想进行理论的实践, 以数学实验作为复杂问题的求解和可视化的工具, 使线性代数的教学进入理论联系实际, 实践又促进理论的良好循环中, 从而提高线性代数的教学效果, 并培养学生的实践能力和创新能力。

关键词

线性代数, 数学建模, 数学实验

Teaching Research of Linear Algebra Combining Modeling and Experiment

Xin Wang

School of Sciences, Hainan University, Haikou Hainan

Received: Apr. 20th, 2022; accepted: May 18th, 2022; published: May 25th, 2022

Abstract

In this paper, we mainly studied the teaching of linear algebra, in which we added the content of mathematical model and mathematical experiment. We explored the practice of theory with the idea of mathematical modeling, and took mathematical experiment as a tool for solving and visualizing complex problems. We made the teaching of linear algebra enter the virtuous circle of integrating theory with practice and promoting theory by practice, so as to improve the teaching effect of linear algebra and cultivate students' practical ability and innovation ability.

Keywords

Linear Algebra, Mathematical Modeling, Mathematical Experiment

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

线性代数是大学公共数学课程中非常基础和重要的一门课程，它在自然科学和社会科学中有着广泛的应用，尤其在计算机广泛普及的今天，作为计算机各种技术和算法的基础，线性代数的理论和思想在科技进步和实际应用中都具有十分重要的作用。

线性代数作为代数学中的一个分支，研究对象不仅仅是数字，更是各种抽象化的关系和结构。线性代数课程主要是以公式化、公理化和严谨的逻辑推理、归纳为主要内容，具有较强的抽象性和逻辑性。在课程的教学中，主要也是以理论为主，联系实际问题以及让学生实践的机会非常少，这就使得学生在学习常常觉得课程枯燥、不易理解和难以掌握，并且常有“学习线性代数有什么用？”的疑问；同时，也使得学生在后续专业课程的学习中，很难或不会将专业中的实际问题进行数学语言的转化，无法从复杂的实际背景中抽象成代数问题进行求解，导致学生具备了专业知识，但不会使用代数理论来求解专业中的数学问题，进而限制了其在专业领域的研究和发展。

在当前时代的发展和变革下，我国高校人才培养的主要目标逐步转变为培养具有创造性思维能力和实践能力的人才。高校教育的改革方向也逐渐由传统的理论教学模式向理论与实践相结合的模式进行转变[1]。将数学建模与数学实验融入线性代数的教学，目的就是适应当前人才培养的需求，让学生对代数知识的掌握不再局限于课本上的理论，而是能够使用代数理论解决实际问题并进行实践的操作，让理论联系实际，从而培养学生的实践与创新能力。

2. 数学建模和数学实验

数学建模是使用适当的数学工具，用数学的思想和语言对现实世界的实际问题进行研究和探讨，它是连接数学理论与实际问题的一座桥梁。几乎一切的应用科学都是由实际问题转化为数学模型进行分析和研究的，通过对数学理论和数学思想的扩展和延伸，反向指导和预测着实际问题的未来走向和结果，所以建模的实践不仅是理论联系实际的过程，更是一个创新的过程。

数学实验是符号计算、数值计算、数据处理和数学软件相结合的应用。随着计算机技术的发展，数学实验可以解决各种实践问题，尤其有关大量的数据分析、复杂的数学计算，数学问题的图像化和可视化等等问题。数学实验已经成为当前实际应用和科学研究的重要手段，同时也辅助和加速了数学学科本身的发展[2][3]。

数学建模和数学实验是紧密相连的，用合适的数学语言来表述实际问题，并通过数学实验得到可靠的精确的数学结果，这也是现代科技工作中的最佳研究思想和技术手段，更是一个由实际到理论，理论指导实践的良性循环，实践和创新也在这一过程中得到了充分的体现。所以，将建模思想恰当的融入线性代数的课堂，将建模的实践与数学实验渗透在线性代数的教与学，使抽象的代数理论贴合实际，复杂的代数求解轻松解决，让抽象枯燥的课堂内容更加生动有趣，让学生愿意积极主动的参与到教学活动中

来,使学生意识到线性代数是实用并且有趣的。学生学习兴趣的提升,将会进一步激发学生对线性代数知识的渴求,进而增加了学生使用代数方法来解决实际问题的能力,同时也培养了学生们的创新和实践能力,也为其在专业领域的学习积累了良好的学习模式和方法。

3. 建模和实验在线性代数教学中的融合

将线性代数的教学中融入数学建模和数学实验,不仅是为了给学生展示线性代数的应用和实践,更是要通过数学建模的基本思想和数学实验的基本操作让学生逐步建立用理论分析实际,实际验证理论的思维和能力。

3.1. 课前的准备

首先,要根据教学内容选取模型和实验,并要针对不同的知识背景、专业背景的学生对模型进行筛选。

对于学生专业一致的,或是学生具有一定专业知识的教学班,模型的选择应倾向于与其专业相关的,或有较强专业背景的数学模型。例如,化学方程式配平问题、投入-产出模型、集成电路的设计、图像处理等等都是在不同专业中的应用[4] [5]。学生通过相关专业的模型,可以充分地意识到线性代数在其专业领域的重要性,从而提高学生学习线性代数的兴趣和动力。

对于学生专业混合的教学班,选择有较强专业背景的数学模型,那么对其他专业的学生而言,模型中晦涩难懂的专业术语和专业表述就会使得他们一头雾水以至于兴趣索然。所以在此情况下,可以选择例如人口迁徙模型、情报检索模型、药方配置模型、产品成本计算[6]、或者是研究目前广泛使用的二维码和游戏公司早期用来给账号保密防盗的矩阵卡的原理等等,更加贴近生活的、背景知识易于理解的或具有常识性的实际问题。这些模型在抽象的代数理论的映衬下会显得更加生动甚至有趣,从而激发学生的兴趣点和学习的积极性。

其次,根据教学目标和模型及实验的特点对课堂教学进行设计,其中模型和实验引入的切入点十分关键。

模型是作为引例给出还是作为内容后的例题给出,还是对同一例题进行二次使用。作为引例,教学时的重点在于实例中的数学本质的理解,是一个由生动的实际到抽象的概念的过程;作为内容后的例题,教学时的重点在于例题所反映的教学内容的实际应用,是一个由抽象的理论到实践的过程;而同一例题的二次使用,就是既在内容前作为引例,又在内容后作为例题,虽然一道题目两次出现,但每次的作用不同,需要学生关注的重点也不同,同一个题目可以使学生对理论联系实际有更深入的认识。

数学实验的引入,一般更适合在课程主要内容之后,可以在模型讲解之后展示实验对该模型的求解过程,尤其是数据量较大,运算复杂的模型;也可以在课程中的一些复杂计算之后展示实验。因为课堂时间有限,所以对实验的引入也要根据当前课程的内容进行详略的处理,也可以以课件或视频的形式让学生在课下自行观看。

3.2. 课堂上的讲解

根据课前的教学设计,在完成线性代数教学任务的前提下,数学模型和实验作为理论的实践,在有限的课堂时间里,不能占据课堂的大量时间,喧宾夺主,所以做到面面俱到是不符合实际情况的。在有限的时间内,要充分体现模型与代数理论的联系和数学实验的作用,在课堂上就需要有侧重,侧重讲解与当前的知识点相关的部分,侧重分析当前的理论与此模型的内在联系,加深学生对知识点的理解和了解知识点的实际应用。对于数学实验,在课堂时间容许的情况下,给学生展示如何通过实验解决模型中

的复杂问题，让学生直观地感受到数学实验是解决实践问题的有力工具，增强学生学习实验和进行数学实验的动力。

例如对于经济学中的投入-产出模型，它是经济活动中分析和衡量投入的财力、物力、人力与产出的社会财富之间的关系的数学模型，此模型背景复杂，并且涉及线性代数中的矩阵、线性方程组、向量等多个理论的应用，所以在课堂教学中不可能一次引入且全面介绍，应该针对不同的知识点进行多次引入，每次引入时讲解的内容也有不同的侧重。在讲解线性方程组时，对于投入-产出模型，着重分析如何用变量表示投入产出表中的使用量和需求量，并如何建立产出平衡方程组和投入平衡方程组；在讲解矩阵定义时，着重分析如何根据投入产出表，建立起直接消耗系数矩阵和完全消耗系数矩阵，这些内容讲解的侧重点都是在于如何用代数理论来“建立数学模型”。在讲解矩阵运算和矩阵可逆时，着重分析模型中的列昂捷夫矩阵的可逆性、着重讲解列昂捷夫矩阵的求解过程和其与直接消耗系数矩阵之间的运算技巧，并用数学实验展示对这些运算的高效求解，这些内容讲解的侧重点则在于如何用代数方法和数学实验来“分析和求解模型”。

3.3. 课后的反思

建模和实验的引入，仅仅依靠课堂这一环节不足以让学生留下深刻的认知也很难达到能力的建立，所以课后除了要求学生课堂内容进行总结之外，对课上的模型进行反思和扩展也是十分必要和重要的。请学生来思考课中模型研究对象的本质是什么；课中模型的建立或求解为什么可以使用某个性质或运算；对于课中的某个理论，有何特征的实际问题都可以用其来进行建模或求解？并请学生搜集或构造相关的数学模型，并要求学生使用数学实验来验证这些课外搜集到的模型的结论，或求解自己构造的模型的结果。

例如通过课堂中引入的投入-产出模型，学生在课后进行总结和反思，使其理解对于生活或科技研究中的表格都可以化为矩阵来表示，进而可以使用矩阵的性质和运算来对其进行研究和求解，若研究表格中某一部分的问题时，还可以将其作为向量来进行研究；对于生活或科技研究中含有多个变量的，并且具有线性的平衡关系的问题时即可建立线性方程组来进行研究。学生通过课后对投入-产出模型的再认识，进一步加深了其对于矩阵、线性方程组和向量等线性代数理论的理解，再次强化了使用这些理论在建模时的思路，并且也使得学生在搜集模型或自己建立模型时做到目标更加明确、思路更加清晰。

不过，由于学生掌握知识的深度和知识面的广度的不同，学生的思维方式以及主观能动性的差异等等原因，学生个体进行课后反思可能有一定的难度，或是存在很多的局限和不足，进而影响学生对课后反思的兴趣和积极性，所以，让学生以小组合作的形式对课后的反思进行研讨更为适宜。

学生以小组合作的形式对课堂内容进行回顾和拓展，无论是对线性代数的理论知识还是对建模和实验进行的实践，都可以通过小组各成员间的取长补短、集思广益得到更充分的认识和掌握，而且通过小组成员间的互相帮助和相互督促，小组成员共同进步共同成长，在增强了学生的社会能力和团队精神的同时，也使得课后反思可以顺利的落实到每一位学生，确保每一位学生在此过程中都有所收获。

4. 结束语

学生在课堂上了解了知识点相关的数学模型，在课下再对课上模型进行回顾、反思和总结，并对课外的模型进行数学实验。所以，课上是对建模和实验的初步认知，课下的思考和实践是学生对建模和实验的深刻体会。通过一个个的课堂实例和一次次的课下反思，建模的思想和实验的应用慢慢渗透在学生学习的过程中。对实际问题进行数学语言的转化，从复杂的实际背景中抽象出代数问题，使用代数理论来建立和求解模型，这样的理论联系实际，实践又促进理论的良性循环，不但使学生对抽象的代数

理论的本质和应用有了更深刻的认识和掌握，而且还培养和提高了学生的实践能力和创新能力。

建模实践和数学实验引入线性代数教学的探索，就是以培养现代化建设需要的人才为教学指导，以“面向现代化、面向世界、面向未来”为教学目标。通过引入建模和实验，让学生对线性代数的抽象理论有了深刻的理解和认识，同时也培养了学生应用数学知识解决实际问题的能力，也为社会输送更多的具有良好的数学基础、较强的动手能力、较宽广的知识面，并善于接受与运用新知识的、综合素质好的复合型人才。

基金项目

海南大学教育教学改革研究项目“融合建模实践和数学实验的公共数学课程的教学改革与实践”(hdjy2260); 海南大学理学院教育教学改革项目“用科技计算软件和建模实践对公共数学教学的改革与探索”(LXJG202004), 海南省高等学校教育教学改革研究项目“高校数学公共基础课程线上线下‘双融教学’模式的探索”(Hnjg2021-8)。

参考文献

- [1] 鲁鑫. 数学建模在应用型本科“线性代数”教学中的应用探索[J]. 宿州教育学院学报, 2017, 20(3): 148-149.
- [2] 王松. 新工科背景下地方高校公共数学教学策略[J]. 内江科技, 2022, 43(2): 27-28.
- [3] 张晓果, 蔡玉杰, 等. 深度融入信息技术的线性代数课程混合式教学模式探索[J]. 科技风, 2022(7): 95-97.
- [4] 李清华. 数学建模思想有效融入线性代数教学的探析[J]. 教育现代化, 2018, 5(39): 77-79.
- [5] 付传秀, 周建新. 线性代数教学改革中融入数学建模思想的探讨[J]. 教育教学论坛, 2019(21): 110-111.
- [6] 刘敬刚, 郭燕. 融入数学建模思想的线性代数案例教学研究[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2020, 36(1): 15-17.