

代入消元法解二元一次方程组

——教学设计与反思

朱德玉¹, 胡卫敏^{1,2*}

¹伊犁师范大学数学与统计学院, 新疆 伊宁

²伊犁师范大学应用数学研究所, 新疆 伊宁

收稿日期: 2022年9月11日; 录用日期: 2022年10月10日; 发布日期: 2022年10月17日

摘要

教师在教学中, 让学生亲身体验知识是如何形成的, 教师要着重注意思想方法的引导, 让学生知道二元一次方程组如何向一元一次方程转化。本文的教学流程是“分析-概括-归纳-总结”, 注重在学生已经具有的知识能力上, 设置一些小的问题串, 有助于学生寻找到解决问题的思路 and 办法。最后通过反思, 使我对整个教学环节有了进一步深入的看法。

关键词

代入消元法, 教学设计, 教学反思

Substituting Elimination Method to Solve Binary Linear Equations

—Instructional Design and Reflection

Deyu Zhu¹, Weimin Hu^{1,2*}

¹School of Mathematics and Statistics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

²Institute of Applied Mathematics, Yili Normal University, Yining Xinjiang

Received: Sep. 11th, 2022; accepted: Oct. 10th, 2022; published: Oct. 17th, 2022

Abstract

In teaching, teachers let students experience how knowledge is formed. Teachers should pay at-

*通讯作者。

attention to the guidance of thinking methods, so that students know how to convert binary linear equations to single linear equations. The teaching process of this paper is “Analysis-Summary” “Induction-Summary”, focusing on the knowledge and ability that students already have, setting up some small problem strings, which will help students find ideas and methods to solve problems. Finally, through reflection, I have a further in-depth understanding of the entire teaching process.

Keywords

Substitution Elimination Method, Instructional Design, Instructional Reflection

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 教材分析

“代入消元法解二元一次方程组”是数学教材七年级下册中第八章的内容,在中小学数学教学中归属于“数与代数”范畴,是初中代数的主要内容。在学习了用各种方法解一元一次方程,其中蕴含去括号,去分母,合并同类项,移项等等式的性质解一元一次方程,这使得初中生掌握了怎样解一元一次方程。第八章第一节的内容中,在上节课中学习了二元一次方程组的定义和其解得表示方法,也学习了用一种具有局限性的表格法解二元一次方程组,这些内容为本节课的开展奠定了一定的基础。本节课为后面学习加减消元法解二元一次方程组和解三元一次方程组以及有关函数的参数求法奠定了一定的基础[1]。基于以上的分析,本节课的重点是学生会用代入消元法解二元一次方程组[2]。

2. 学情分析

学生在学习本节课内容之前,学习了用各种方法解一元一次方程,其中蕴含去括号,去分母,合并同类项,移项等等式的性质解一元一次方程,这使得初中生掌握了怎样解一元一次方程,在上节课中学习了二元一次方程组的定义和其解得表示方法,也学习了用一种具有局限性的表格法解二元一次方程组,在以前的学习中,学生接触并具备一定的转化思想,会用一个式子表示另外一个式子。本节课的学习中,学生在用二元一次方程组处理实际问题比较困难,学生在两次代入后的计算会存在一些问题,例如未知数的系数不为1时或者未知数前的系数为负号时学生就有可能出现计算问题。基于以上的分析,本节课的难点是体会用代入消元法把二元一次方程组向一元一次方程转化的消元思想,以及能够解决有关二元一次方程组的实际问题[3]。

3. 教学目标

让学生掌握解二元一次方程组的实质就是将其转化成一元一次方程再求解,理解代入消元法中蕴含的消元思想,并知道消元法是一种重要的方法,从而获得从陌生的知识向已知的知识转变的化归思想,培养学生观察与运算的能力[4]。通过正反例对比与共同探究的方式,正面的例子巩固了学生对本节课知识,反面的例子警示学生以防存在同样的问题,从而让学生爱上学习数学,便于与伙伴交流。

4. 教学过程分析

教学过程分析如下表1。

Table 1. Analysis of teaching process

表 1. 教学过程分析

教学环节	教学过程	设计意图
(一) 复习旧知 引入新课	判断以下哪个是二元一次方程组 $\begin{cases} X+Y=7 \\ 3X-Y=5 \end{cases}$ 的解? ① $X=3$ 或 $Y=4$ ② $X=3, Y=4$ ③ $\begin{cases} X=3 \\ Y=4 \end{cases}$ 教师让部分学生回答, 并提示学生要能辨别出哪种解是二元一次方程组的解。 2. 已知 $2X-3Y=15$, 用含 X 的式子表示 Y 。 问题一: 教师给上节课的问题: 篮球联赛中, 每场比赛都要分出胜负, 每队胜 1 场得 2 分, 负 1 场得 1 分, 某队 10 场比赛中得 16 分, 那么这个队胜场数和负场数分别是多少? 教师提问: 在以前的学习中, 我们是如何求得胜场与负场次数的? 预案: 设胜场为 X , 负场为 $(10-X)$, 列出一元一次方程, 再求解。 追问 1: 上节课我们是用什么方法去求二元一次方程组的解? 预案: 大部分学生可以根据题目列出二元一次方程组, 用表格法求出其解, 因此得到了胜场与负场的次数。 追问 2: 你认为用表格法解二元一次方程组有没有局限性? 预案: 大部分学生认为不方便。 教师总结: 数据比较多, 数值比较大的时候用表格法就不太方便。因此我们就有必要探究一种新的方法求解。	通过复习辨别对解的认识, 可以轻松引入本课内容, 让新课开展的更加顺利。
	(二) 师生合作 探究新知	教师分析引导思路: 关于二元一次方程组我们感到有些生疏, 对于生疏的知识咱们应该转化到熟习的知识上, 那你以前会解哪个类型的方程? 预案: 大部分学生认为是一元一次方程。 教师: 请同学们列出这个问题有关的一元一次方程, (形成了左右对比板) 胜 X 场 负 Y 场 胜 X 场 负 $(10-X)$ 场 $\begin{cases} X+Y=10 \\ 2X+Y=16 \end{cases}$ $2X+(10-X)=16$ 探究一: 左边的方程与右边的方程, 有什么相同之处和不同之处? [6] (小组讨论) 预案: 相同 1: 二元一次方程组中的 X 与一元一次方程中 X 的意义相同都代表胜场的次数。相同 2: 二元一次方程组中的 $2X+Y=16$ 与一元一次方程中的 $2X$ 的意义相同都代表胜场的得分。相同 3: 二元一次方程组中 $2X+Y=16$ 与一元一次方程中的 16 都表示所得总积分。不同: 二元一次方程组中 Y 用表示负场次数, 一元一次方程用 $(10-X)$ 表示负场的次数。 追问 1: 如何将二元一次方程组转变为一元一次方程? 你有什么方法吗? 预案: 将 Y 换成 $10-X$, 把 $Y=10-X$ 代入到二元一次方程组的第二个方程中。 追问 2: $Y=10-X$ 是怎么得到的?

Continued

(二)
师生合作
探究新知

预案：是由二元一次方程组中第一个方程转变得到的。

教师分析：通过这样的方法我们发现，解二元一次方程组的实质是转化成我们了解的一元一次方程，从而求得此方程的解。

追问 3：你能写出完整的求解过程吗？

预案： $Y=10-X$ 代入到二元一次方程组的第二个方程后得 $2X+(10-X)=16$ 。

探究二：

同学们在解 $2X+(10-X)=16$ 这个方程时，可以得出解为 $X=6$ ，那么在解 Y 值是有哪几种代入方法？哪种更简单？

预案：方法 1：将 $X=6$ 代入 $X+Y=10$ 中，得到 $Y=4$ 。方法 2：将 $X=6$ 代入 $2X+Y=16$ 中，得到 $Y=4$ 。大多数学生认为第一种方法更简单。

教师引导：方程组中计算出其中一个未知数的值时，应该首先选择得出未知数值的系数最小的方程进行代入，这样能够有效减小小学生计算的错误率。

设置问题串，循序渐进，由观察到小结，指导学生寻找新知与旧知两者之间的相关性，将旧知应用到新知上，进而达到深度学习的目的[5]。

例 1：用代入消元法解方程组

$$\begin{cases} X-Y=3 & \text{①} \\ 3X-8Y=14 & \text{②} \end{cases}$$

教师引导：在方程①中 X 的系数为 1，用含 Y 的式子表示 X ，相比较简便，不容易出现计算错误。

教师给出提示：在方程①中的系数为 1，用含的式子表示，相比较简便，不容易出现计算错误。

由学生以小组合作的形式解此二元一次方程组，老师点评，同时对其中做出针对性的点评。

教师追问 1：有学生在解此二元一次方程组时，并没有计算出未知数的值，我们来看看是怎么回事。原来是有些学生将③代入①，这样可以吗？

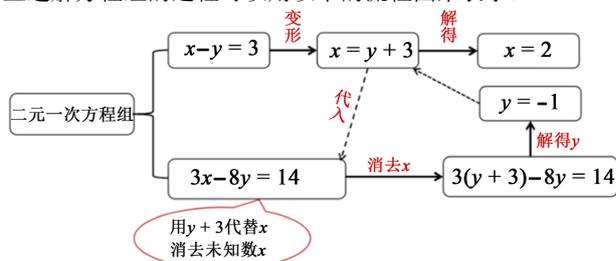
预案：大部分学生认为③是由①变形得到的，不能再将③代入到①中去，而是应该将③代入到②中。

老师引导得出答案：③是由①变形得到的，把③代入①是不可行的。把 $Y=-1$ 代入①或者②是可行的，然而①中的 Y 前的系数是 -1，把 $Y=-1$ 代入①会造成计算困难，②中 Y 前面的系数是 8，把 $Y=-1$ 代入②会造成计算困难。因此将 $Y=-1$ 代入③是最合适的。

教师追问 2：在解此二元一次方程组时，有几次代入？每一次代入是为了什么？

预案：大部分学生认为波及了两次代入，第一次代入是将二元一次方程组化为一元一次方程，从而解出一元一次方程中未知数的值。第二次代入是将上一步得到的未知数的值代入到二元一次方程组中任意一个方程中从而得到另外一个未知数的值。

上述解方程组的过程可以用以下的流程图来表示：



选择适当变形形式，使运算简便，其目标是让学生复习巩固。

通过正反例，形成对比，在反例中让学生了解可能会出现错误，预防学生在遇到此类问题再犯错误。

教师询问用代入消元法解题时有几次代入，分别有什么作用。从而推出了其中存在着转化与消元思想。

使用流程图，让学生更加直观的观察代入消元法是如何求解的。

(三)
典例分析
熟练技巧

Continued

教师揭示：咱们是怎么去消元的？带领学生自主去发现。
 教师追问 1：请你归纳总结用代入消元法解方程组的方法。
 预案：大部分学生总结出了用代入消元法解方程组的方法：
 1) 转化：变形 $y = ax + b$ (或 $x = ay + b$)
 2) 代入：代入消元 y (或 x)
 3) 求解：解一元一次方程得 x (或 y)
 4) 回代：把 x (或 y)代入 $y = ax + b$ (或 $x = ay + b$)求解
 5) 写解：写出答案
 教师追问 2：用代入消元法解方程组其中存在着哪些数学思想？
 预案：大部分学生认为存在了转化思想，消元思想，等量思想。
 布置作业：P93 1. 2. 3. 4 题

教师让学生归纳总结代入消元法解方程组的方法，梳理本节课知识点，这使得学生更加深刻。

科学合理布置课外作业，这有助于学生掌握此节课的知识。

5. 板书设计

板书设计如下表 2。

Table 2. Blackboard writing design

表 2. 板书设计

	主板	副板 1
<p>8. 2 代入消元法解二元一次方程组 用“代入消元法”解二元一次方程组的步骤： 1) 转化：变形 $y = ax + b$ (或 $x = ay + b$) 2) 代入：代入消元 y(或 x) 3) 求解：解一元一次方程得 x(或 y)学生练习板演过程 4) 回代：把 x(或 y)代入 $y = ax + b$ (或 $x = ay + b$) 求解 5) 写解：写出答案</p>	<p>(左右对比板) 胜 X 场 负 Y 场 $\begin{cases} X + Y = 10 \\ 2X + Y = 16 \end{cases}$</p>	<p>胜 X 场 负 $(10 - X)$ 场 $2X + (10 - X) = 16$</p>
		副板 2
		<pre> graph LR A[二元一次方程组] --> B[x - y = 3] A --> C[3x - 8y = 14] B -- 变形 --> D[x = y + 3] D -- 代入 --> E[3(y + 3) - 8y = 14] C -- 消去x --> E E -- 解得y --> F[y = -1] D -- 解得 --> G[x = 2] </pre>

6. 反思总结

第一个环节是复习旧知，导入新课。在这个环节中我对学生的学情了解的不够充分，我没有考虑到学生无法辨别方程组的解的形式，也没有考虑到学生在用表示时变号问题或者转化为分式代入方程时的计算错误，以上这些问题我没有考虑到这会造成学生在学习本节课知识中的困难，是我对自己知识的储备不够充分。在这个环节中我对教材的分析不够充分，我只关注了本节课的内容，这样和上节课的内容没有衔接上会让学生觉得有些突兀。第二个环节中是设置了一个探究活动，通过探索思考让学生找到二元一次方程组是如何向一元一次方程转变的[7]。我对学生的情况把握不够精确，我的预设与学生实际的

情况有些出入。第三个环节是练习, 让学生对知识有一个深化的巩固。在这个环节中我对本节课的重点把握的不够准确, 我没有考虑到学生会将用 X 表示 Y 的式子(或用 Y 表示 X 的式子)又代回了原式中这样的错误。第四个环节是归纳小结, 布置作业。在这个环节中, 我对教材的分析不够准确, 没有让学生巩固如何解二元一次方程组和解的过程中两次代入是为了什么[8]。

复习旧知引入新课的环节中, 让学生发现了用表格法的复杂性和局限性, 从而引入了代入消元法, 从而使得本节课可以顺利的进行。在用探究新知的环节中运用左右板对比法让学生清晰的发现二元一次方程组与一元一次方程的相同之处和不同之处[9]。在巩固新知的环节中, 我运用了框图法让学生掌握解二元一次方程组的方法, 这样既可以更加直观又可以对新知识进行又一次的巩固。在归纳小结的环节中, 我询问了学生在本节课中渗透的思想, 这样有助于学生在今后的学习中联想数学各种思想并运用到新知识中。在课堂中, 我重视倾听学生的评释, 细心察看学生的各种学校动态, 及时调控教学情况, 致力让每个学生取得胜利体验[10]。

基金项目

伊犁州科技计划项目“具 p -Laplacian 算子的半正分数阶脉冲微分方程边值问题”(YZ2022Y013)。

参考文献

- [1] 陈瑜昊. 初中数学常态课堂中促进深度学习的教学设计——以“二元一次方程组的解法 2”一课为例[J]. 上海课程教学研究, 2019(4): 57-60+74.
- [2] 汪晓勤. HPM 视角下的消元法教学设计[J]. 中学数学教学参考, 2007(12): 52-54.
- [3] 徐秀娇. 对二元一次方程组解题方法的教学思考[J]. 中学数学教学参考, 2016(15): 23-25.
- [4] 印冬建. 让问题生成在教学主线上——以“消元——二元一次方程组的解法(1)”为例[J]. 中学数学, 2013(20): 4-6.
- [5] 洪燕君, 李霞, 常道宽. 数学史融入“加减消元法”的课堂教学[J]. 数学教学, 2017(1): 39-42.
- [6] 陈琬琛. 数学思想方法在初中数学课堂教学中的渗透——以“加减消元法解二元一次方程组”课堂教学为例[J]. 福建教育学院学报, 2017, 18(12): 39-41.
- [7] 邱凤美. 以问题为载体, 促进学生思维发展《二元一次方程组的解法——代入消元法》教学设计[J]. 初中数学教与学, 2011(12): 19-21.
- [8] 王欣. 基于学前诊断的认知分析及教学设计实践研究——以“二元一次方程组及其解法”为例[J]. 中学数学, 2016(14): 17-21.
- [9] 邓小军. 巧用历史故事渗透数学思想——“解二元一次方程组(1)”教学设计与反思[J]. 初中数学教与学, 2017(14): 18-19.
- [10] 卢虹英. 运算技能形成的教学策略——《代入消元法解二元一次方程组》的教学思考[J]. 福建中学数学, 2019(7): 30-32.