

以《常数项级数的定义》为例，浅谈高等数学课程中课程思政的融合

张春梅，侯江霞

新疆大学数学与系统科学学院，新疆 乌鲁木齐

收稿日期：2023年9月5日；录用日期：2023年10月2日；发布日期：2023年10月9日

摘要

本文以《常数项级数的定义》一课为例，详细介绍如何能够在潜移默化中将课程思政融入在高等数学课程的教学之中，通过深入挖掘高等数学课程中的经典思政案例，达到高等数学课程三全育人的目的。

关键词

课程思政，高等数学，三全育人

Taking *Definition of Constant Term Series* as an Example, on the Integration of Ideology and Politics in Higher Mathematics Curriculum

Chunmei Zhang, Jiangxia Hou

College of Mathematics and Systems Science, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang

Received: Sep. 5th, 2023; accepted: Oct. 2nd, 2023; published: Oct. 9th, 2023

Abstract

In this paper, by taking the course “*Definition of Constant Term Series*” as an example, we introduce in detail how to imperceptibly integrate the ideological and political education of the curriculum into the teaching of higher mathematics courses, and achieve the “three complete educations” of

higher mathematics courses by deeply mining the classic ideological and political cases in higher mathematics courses.

Keywords

Curriculum Ideology and Politics, Higher Mathematics, Sanquan Education

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

习近平总书记 2016 年 12 月在全国高校思想政治工作会议上特别指出[1]: “要坚持把立德树人作为中心环节, 把思想政治工作贯穿教育教学全过程, 实现全程育人、全方位育人” “要用好课堂教学这个主渠道, 使各类课程与思想政治理论课同向同行, 形成协同效应。” 为了深入贯彻落实习近平总书记关于教育的重要论述和全国教育大会精神, 把思想政治教育贯穿人才培养体系, 全面推进高校课程思政建设, 发挥好每门课的育人作用, 提高高校人才培养质量, 在 2020 年 5 月 28 日教育部颁布了《高等学校课程思政建设指导纲要》[2]。纲要中明确指出培养什么人、怎样培养人、为谁培养人是教育的根本问题, 立德树人成效是检验高校工作的根本标准。落实立德树人根本任务, 必须将价值塑造、知识传授和能力培养三者融为一体、不可割裂。全面推进课程思政建设, 就是要寓价值观引导于知识传授和能力培养之中, 帮助学生塑造正确的世界观、人生观、价值观, 这是人才培养的应有之义, 更是必备内容。2020 年以来, 受特殊情况的影响, 教学方式发生变化, 学习形式的改变, 对老师和学生都是一个极大的挑战, 同时在教学中更加关爱学生、开展科学预防疾病和榜样力量的教育就尤为重要。在远程教学中, 更要使我们的课程也成为思想政治教育的主要阵地, 二者相互融合, 使思想政治教育活起来, 达到更理想的效果。

2. 课程背景

2.1. 课程特点

高等数学课程作为高校主要面向理工类大学一年级学生开设的一门公共基础课, 涉及专业多, 并且课时多、学习时间长, 抽象性、逻辑性强, 它为学习后续课程提供必不可少的数学基础知识和思想方法, 培养学生分析问题与解决问题的能力。将思想政治教育融入到高等数学课程中能促进学生形成良好的世界观、价值观和人生观。将思政元素融入数学课堂, 把祖国的发展当教材, 把祖国的文明当教材, 把当今的困难当成教材, 将爱国主义、集体主义、数学文化及数学素养融入数学课堂中, 是我们逐步探索, 并为之努力的方向。现在的大学生, 比较反感生搬硬套的说教, 如何能够挖掘课程思政素材, 同时结合数学知识讲解, 让思政元素自然融入, 才能达到润物细无声的效果, 是我们不懈努力的方向。

例如, 在讲解积分知识时, 可以介绍在抗疫战斗中每一名医护人员在平凡的岗位上默默付出, 汇聚起来形成了巨大的力量, 简单地说这就是数学中“积分”的原理, 不积跬步, 无以至千里, 不积小流, 无以成江河, 以此勉励学生努力学好数理知识, 将来报效祖国。在介绍函数的极值和最值时, 通过局部的极小并不是整体的最小, 局部的极大也未必是整体的最大这一现象, 我会告诉学生这和我们的生活都是一样的, 暂时的成功并不代表一生的成功, 暂时的失败也不代表未来会一事无成。现实生活中的“低

谷”和“高峰”都是暂时的,在遭遇挫折处于“低谷”的时候不能悲观绝望,因为“低谷”往往意味着一段低潮的结束和一个新生活的开始;而在获得成功处于“高峰”的时候也不应骄傲自满,要警惕“高峰”之后随之而来的低潮。

2.2. 文章主要内容

本文,我们主要通过常数项级数这一节内容的课堂教学设计,来介绍在高等数学教学中思政元素的无形浸润。恩格斯说:“数学是辩证的辅助工具和表现形式。”在这一讲的课程中,我们首先通过庄子的名言“一尺之捶,日取其半,万世不竭”引入教学知识,既让同学们对中国文化有更深刻的认识,增强中华文化自信,也让学生了解到数学与哲学的密切联系,同时也让学生对于级数有一个初步的认识。课程的引入能够帮助学生用高等数学概念的形成和微积分中的辩证思维树立科学的辩证唯物观。通过提出问题、思考问题、解决问题的教学过程,概括归纳来激发学生的学习兴趣,调动学生的主观能动性。在对截丈问题的数学分析中引导学生思考本节课要解决的问题,利用有限与无限的辩证关系,利用极限的方法,对要解决的问题一一进行分析,并得到级数收敛与发散的定理。通过本节课的学习,使学生能够理解常数项级数的概念和收敛的定义,会利用收敛的定义判断简单级数的收敛和发散。在教学过程中融入中国传统文化和自然辩证法,增强学生的文化自信,用微积分中的辩证思维树立学生的辩证唯物观。

3. 课程思政特色与创新

- (一) 在教学过程中将传统文化与恩格斯关于有限和无限的辩证法融入在整个课程教学过程中。
- (二) 通过截丈问题让学生认识到我国人民很早就有了无穷的思想,并且将无穷的思想运用到数学中。
- (三) 通过有限与无限的辩证思想,鼓励学生踏实学习,善于发现问题、提出问题、分析问题与解决问题,遇到困难也要迎头赶上,用乐观的精神战胜面对困难。
- (四) 通过对庄子名言的讲解,也便于学生更深刻的理解和认识数学概念。

3.1. 通过常数项级数课程的实际课堂过程展示,体现思政元素在高等数学课程中的润物细无声的融入

下面将具体以《常数项级数的定义》这一内容,来详细介绍一下如何将课程思政融入在高等数学课程的教学之中的。

首先,通过一个引例来引出常数项级数的概念。

春秋时期,我国著名的哲学家庄子在他的论著《庄子·天下篇》中对截丈问题有一段名言:“一尺之捶,日取其半,万世不竭”,这句话的意思也就是说如果有这样一根长度为1的木棒,第一天我把它平分,得到两根长度为二分之一的木棒,留下其中一半。第二天取剩下的一根木棒再一分为二,就得到了两根长度为四分之一的木棒,再次留取一半。第三天再将剩下的木棒分成两半,得到两根长度为八分之一的木棒,并留取一半……这个过程一直这样进行下去,木棒就被截成无穷多段,如果将每天留取下来的木棒长度一一罗列出来,他们分别是: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$ 容易看出,这是一个以 $\frac{1}{2}$ 为首项,公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列。那么这无穷多个数相加会表示什么呢?通过观察,我们会发现,这个过程相当于对长度为1的木棒做无限的分割,我们把每次截取下来的小木棒的长度加起来,最终就应该等于这根木棒的总长度1。因此,我们可以说,这无穷多个数 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$,它们的和就是1。这个问题实际上就是我们今天要讨论的常数项级数的问题。

这样就可以给出有关常数项级数的概念。

定义 1 给定一个数列 $\{u_n\}$, 由此数列构成的表达式

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n + \cdots,$$

称为常数项无穷级数, 简称为无穷级数或级数, 记为 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, 其中第 1 项 u_1 叫做级数的首项, 第 n 项 u_n 叫做级数的一般项。

接下来, 可以请同学们思考以下几个问题: 1、无限个数相加有意义吗? 2、如果有意义, 它会是一个确定的数吗? 3、如果是一个确定的数, 那应该怎么求呢?

带着这三个问题, 我们回到前面的截丈问题。

在前面的引例中, 通过分析知道 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots = 1$, 但是这个结论是我们观察出来的, 有没有理论依据来保证这个结果确实是成立的呢? 或者说有没有严谨的数学推导过程来证明这个等式呢?

我们可以换一个角度来思考这个问题。恩格斯曾经说过[3]: “在数学上, 为了达到不确定的无限的东西, 必须从确定的有限的东西出发。” 我们就可以利用有限与无限的辩证关系, 通过极限的方法, 来进行推导。所以我们要讨论这无穷多个数的和, 就可以先从有限个数的和讨论。

我们把每天所截取下来的木棒的长度相加起来, 第一天留取的木棒长度 $S_1 = \frac{1}{2}$, 前二天留取的长度和 S_2 就等于第一天留取的 $\frac{1}{2}$ 加第二天留取的 $\frac{1}{4}$, 也就是 $\frac{3}{4}$; 前三天留取的长度和 S_3 就等于第一天留取的 $\frac{1}{2}$ 加第二天留取的 $\frac{1}{4}$ 再加第三天留取的 $\frac{1}{8}$, 也就是 $\frac{7}{8}$ ……把这个过程继续下去, 就得到前 n 天所留取的长度和 S_n 等于第一天留取的 $\frac{1}{2}$ 加第二天留取的 $\frac{1}{4}$ 再加第三天留取的 $\frac{1}{8}$ 一直加到第 n 天留取的 $\frac{1}{2^n}$, 注意到这实际上是一个首项为 $\frac{1}{2}$, 公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列的前 n 项和, 利用求和公式得到, 这个和

$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2^n} \right)}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n},$$

当然, 这个过程还可以无限进行下去, 那么我们会发现, 这样就可以得到一个以 $S_n = 1 - \frac{1}{2^n}$ 为通项的数列, 随着 n 越来越大, S_n 的值就会越来越接近这无穷多个数的和, 这也就是说当 n 趋向无穷时, S_n 的极限即为这无穷多个数的和。而显然, 我们知道所有的 S_n 都是小于 1 的, 并且当 n 越来越大时, S_n 越来越接近于 1。也就是说

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) = 1,$$

所以

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1$$

那么, 回到刚才的分析中, 通过前面的分析, 我们知道可以计算出级数的前 n 项和, 再对它求极限, 如果它的极限存在, 就应该等于级数的和。这样, 不仅对前面提出的三个问题进行了解答, 也可以给出关于常数项级数的部分和, 收敛和发散的定义。

定义 2 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的前 n 项和

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n = \sum_{k=1}^n u_k$$

称为级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的部分和, 数列 $\{S_n\}$ 称为级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的部分和数列。

定义 3 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的部分和数列 $\{S_n\}$ 有极限 S , 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S,$$

则称级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 并称 S 为该级数的和, 记为

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n + \cdots = \sum_{k=1}^{\infty} u_k,$$

否则称级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散。

3.2. 课程反思

从上面这个具体的例子可以看出, 在教学过程中将传统文化与恩格斯关于有限和无限的辩证法融入在了整个课程教学中, 通过截丈问题让学生认识到我国人民很早就有了无穷的思想, 并且将无穷的思想运用到数学中, 让学生知道今天学习的数学中的辉煌成果不是一蹴而就的, 鞭策学生要努力学习, 立志成才。通过有限与无限的辩证思想, 鼓励学生踏实学习, 善于发现问题、提出问题、分析问题与解决问题, 遇到困难也要迎头赶上, 用乐观的精神战胜面对困难。同时, 也便于学生更深刻的理解和认识数学概念。

4. 总结

以上, 我们通过一节课的教学设计过程, 介绍了课程思政在高等数学课程中潜移默化的融入, 从而达到全员育人、全程育人、全方位育人的目标。高等数学课程中课程思政元素的深入挖掘, 还需要我们在今后的教学过程中不断努力。

基金项目

新疆大学本科教育教改项目“高等数学课程思政实施状况调查与问题分析”(XJU-2023JG12); 新疆维吾尔自治区高校本科教育教改项目“《统计预测与决策》课程思政教学设计与路径探索”(XJGXPTJG-202321); 新疆大学教学改革项目“高等数学课程思政案例设计与应用实践(XJU-2021JG12)”。

参考文献

- [1] 张烁. 习近平在全国高校思想政治工作会议上强调把思想政治工作贯穿教育教学全过程 开创我国高等教育事业发展新局面[N]. 人民日报, 2016-12-09(01).
- [2] 教育部. 教高(2020)3号. 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知[EB/OL]. 教育部网站. https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-06/06/content_5517606.htm, 2020-05-28.
- [3] 恩格斯. 反杜林论[M]. 北京: 人民出版社, 2015: 48.