

平面向量编排结构与内容变迁的研究

康金梅, 龙柄菰

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年9月18日; 录用日期: 2023年10月17日; 发布日期: 2023年10月24日

摘要

平面向量是几何与代数问题间相互转化的桥梁,其内容的学习对培养学生的数学核心素养有着重要作用。本文以近三版人教版高中数学教材中的“平面向量”为研究对象,从课标(大纲)要求、内容设置和例习题配置三个维度进行比较,分析了不同历史时期教材编排结构与内容的变化。在此基础上,进一步讨论这些变化与不同时期人才培养要求的内在关联,并据此给出了几条教学方面的建议。

关键词

平面向量, 教材编排结构, 内容变迁, 人才培养规格

Research on the Structure and Content Change of Plane Vector Arrangement

Jinmei Kang, Binsong Long

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Sep. 18th, 2023; accepted: Oct. 17th, 2023; published: Oct. 24th, 2023

Abstract

Planar vectors are a bridge between geometric and algebraic problems, and the learning of their content plays an important role in cultivating students' core literacy in mathematics. Taking the "plane vector" in the recent three editions of high school mathematics textbooks as the research object, this paper compares the three dimensions of course standard (outline) requirements, content setting and example problem configuration, and analyzes the changes in the structure and content of textbooks in different historical periods. On this basis, the intrinsic relationship between these changes and the requirements of talent training in different periods is further discussed, and several teaching suggestions are given accordingly.

Keywords

Plane Vector, Textbook Arrangement Structure, Content Change, Talent Training Specifications

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

建国前, 全国教材并不统一, 直到“文化大革命”后才致力于通用教材的编写。高中不同版本的教材在结构的编排上存在差异, 对学生的学习也有着不同的要求。因此, 教材编排结构和内容的发展历程及对应教材下人才培养规格的变化, 都是值得思考的问题。本文以近三版人教版高中数学教材中的“平面向量”为研究对象, 从课标(大纲)要求、内容设置和例习题配置三个维度出发, 对前述问题进行探究。

为方便起见, 将《全日制普通高级中学数学教学大纲(供试验用)》称为“96 大纲”, 对应课本称为“实验本”; 将《普通高中数学课程标准(实验)》称为“2003 课标”, 对应教材称为“旧教材”; 将《普通高中数学课程标准(2020 年版)》称为“2020 课标”, 对应教材称为“新教材”。

2. 研究内容

2.1. 课标(大纲)内容的比较

“96 大纲”、“2003 课标”和“2020 课标”对“平面向量”内容要求及主要区别见表 1:

Table 1. Content requirements for “plane vectors” in the syllabus (course standard) in different periods

表 1. 不同时期大纲(课标)对“平面向量”的内容要求

内容	“96 大纲”	“2003 课标”	“2020 课标”
向量概念	① 理解向量的概念, 掌握向量的几何表示, 了解共线向量的概念。	① 通过实例, 了解向量的实际背景, 理解向量相等(含义和几何表示)。	① 通过实例, 了解向量的实际背景, 理解向量相等(含义、几何表示、基本要素)。
区别	“2003 课标”和“2020 课标”提出要在实际的背景下对向量的概念进行理解。		
向量运算及数量积	① 掌握向量的基本运算(加法与减法、实数与向量的积、线段的定比分点和中点坐标公式、数量积、并且能熟练运用)。 ② 理解两个向量共线的充要条件。 ③ 了解用平面向量的数量积处理有关长度、角度和垂直的问题、掌握向量垂直的条件。	① 通过实例, 掌握向量的线性运算, 理解几何意义及向量共线的含义。掌握并会计算数量积的坐标表达式。会用数量积表示两个向量的夹角, 会判断两个平面的垂直关系。 ② 了解线性运算性质及其几何意义。理解平面数量积的含义及物理意义。 ③ 体会平面向量的数量积与向量投影的关系。	① 通过实例, 掌握向量的线性运算及规则, 理解几何意义及共线的含义。理解平面数量积的概念及物理意义, 会计算向量的数量积。 ② 了解线性运算性质及其几何意义和向量投影的概念以及投影向量的意义。 ③ 会用数量积判断两个平面的垂直关系。
区别	“2003 课标”新增了解线性运算性质及其几何意义, 要求学生掌握线性运算的规则、了解向量投影的概念以及投影向量的几何意义。		

Continued

向量基本定理及坐标表示	① 了解平面向量的基本定理。 ② 理解平面向量的坐标概念。 ③ 掌握平面向量坐标运算。	① 了解平面向量基本定理及其意义。 ② 掌握平面向量正交分解及坐标表示。 ③ 会用坐标表示平面向量线性运算。 ④ 理解用坐标表示平面向量共线的条件。	① 理解平面向量基本定理及其意义。 ② 掌握平面向量正交分解及坐标表示。 ③ 会用坐标表示平面向量的线性运算。 ④ 能用坐标表示平面向量的数量积、平面向量共线、垂直的条件, 会表示两个平面向量的夹角。
区别	“2003 课标” 新增了掌握平面向量正交分解及坐标表示, “2020 课标” 进一步指出要求学生能用坐标表示平面向量的数量积, 会用坐标表示两个平面向量的夹角以及平面向量共线、垂直的条件。		
向量应用与解三角形	① 掌握平面两点间的距离公式, 并能熟练运用。掌握平移公式。	① 经历用向量的方法解决实际问题, 体会向量是一种处理几何问题、物理问题等的工具, 发展运算能力和解决实际问题的能力。	① 用向量方法解决实际问题, 体会向量在解决数学和实际问题中的作用。 ② 探索三角形边长与角度的关系, 掌握余弦定理、正弦定理。
区别	“2003 课标” 和 “2020 课标” 删除了 “96 大纲” 中要求的线段定比分点、平面两点间的距离、平移的内容, 取而代之的是向量应用与解三角形, 提高了学生利用向量的方法解决实际问题的能力。		

注: 由于 “96 大纲” 新增 “平面向量” 且对比发现与后两版课标要求有较大差距, 因此对 “96 大纲” 的有关内容进行了整理。

从课标(大纲)的变化中可以看出我国在不同阶段对人才培养的要求, 近两版课标跳出了 “96 大纲” “唯知识论” 的误区, 注重知识的实际应用, 注重学生对新知的感悟和能力的发展。

2.2. 内容设置及课时安排

从 “2003 课标” 开始, 高中教材有 A、B 版本之分, 由于人教 A 版具有基础性较强且使用范围广的特点, 故新旧教材都只讨论人教 A 版。比较内容见表 2:

Table 2. Content setting and lesson arrangement of “plane vector” in the third edition of the textbook
表 2. 三版教材 “平面向量” 内容设置及课时安排

内容	实验本(12 课时)	旧教材(约 12 课时)	新教材(约 11 课时)
平面向量	5.1 向量(1 课时)	2.1 平面向量的实际背景及基本概念(1 课时)	6.1 平面向量的概念(2 课时)
	5.2 向量的加法和减法(2 课时)	2.2 平面向量的线性运算(3 课时)	阅读与思考向量及向量符号的由来
	5.3 实数与向量的积(2 课时)	2.3 平面向量的基本定理及坐标表示(2 课时)	6.2 平面向量的运算(2 课时)
	5.4 平面向量的坐标运算(2 课时)	2.4 平面向量的数量积(2 课时)	6.3 平面向量的基本定理及坐标表示(2 课时)

Continued

平面向量	5.5 线段的定比分点(1 课时)	2.5 平面向量的应用举例 (2 课时)	6.4 平面向量的应用(2 课时)
	5.6 平面向量的数量积及 运算律(2 课时)	小结(2 课时)	阅读与思考海伦和秦九韶
	5.7 平面向量数量积的坐标 表示(1 课时)		小结(3 课时)
	5.8 平移(1 课时)		数学探究用向量法研究三角形 的性质
	5.9 平面向量的应用		
	阅读材料、实习作业等		
	小结		

注：① 由于新旧教材中均无解斜三角形等内容，故将实验本中“5.9 正弦定理”、“5.10 余弦定理”和“5.10 解斜三角形”整合为“5.9 平面向量的应用”。② 课时分配咨询一线教师后得出。

对比内容后发现：

1) 部分“节”重新编排。旧教材和新教材删除了实验本“5.8 平移”，将“5.5 线段的定比分点”的内容弱化为课后习题。笔者认为该部分属于“2003 课标”批判的计算过于繁锁、属于人为技巧化的难题和过分强调细枝末节的内容[1]。并且该方法可用“向量法”替代，并不需要舍简求难。但作为习题既可以保证知识的完整性，又可以作为学生自主探索的材料。

2) 新旧教材首次设置“探究”和“思考”栏目。实验本中无此栏目，全文采用叙述的形式，阅读起来索然无味。新旧教材在此做了改良：“探究”和“思考”以提问的方式展开，注重与读者的互动，提升体验感。注重引导学生主动思考和自主探索。

3) 新旧教材注重旁白的作用。实验本无旁白，旧教材中的旁白数量比新教材多，但有效旁白数少于新教材(这里将有效旁白理解为能对学生起引导作用的旁白)。说明新教材更加注重对学生的引导，促进学生主动学习。

4) 数学文化关注点不同。实验本注重理论与社会的关系，两个“阅读与思考”均与人类生产生活相关。旧教材注重数学知识的联系，章末的“阅读与思考”讲述了平面向量与图形性质。新教材突出数学史，在第一节“阅读与思考”中增加了莱布尼茨与向量及其理论的关系的数学史，章末介绍了“海伦与秦九韶”。

总得来说，“平面向量”从实验本到新教材发生了较大变化。新教材在结构上采取集中编排的方式，使得结构更加紧凑，落实了“优化课程结构，突出主线，精选内容”的要求[2]。

2.3. 例题和习题配置

三版教材对于“平面向量”例题和习题数量配置见表 3。

主要不同之处有：

1) 从数量上看，题目总量有所增加。旧教材到新教材的例题和练习题增幅最为明显。

2) 从内容上看，除旧教材已删减的小节外，与实验本的题目相比无明显变化，新教材新增例题集中在“平面向量基本定理”，且注重“一题多解”，培养学生的发散思维。

3) 从习题上看，习题和复习参考题变化较大。实验本的习题无层次划分，仅设置了能够通过所学数学知识解决实际问题的“实习作业”和“研究型课题”[3]。旧教材习题有“AB 组”的划分，“A 组”

Table 3. Example problems and exercise configuration settings for “plane vectors” in three textbooks
表 3. 三本教材“平面向量”例题和习题配置设置

	例题	练习题	习题	复习参考题	合计
实验本	21 + 3 (阅读材料) + (25.5) + 3 (5.8) + 7* + 2 (小结复习)	24 + 3 (5.5) + 3 (5.8) + 6*	47 + 5 (5.5) + 6 (5.8) (5.8) + 15*	A 组: 23 + 5* B 组: 8 + 2*	126 + 59*
旧教材	25	30	A 组: 40 B 组: 20	A 组: 14 B 组: 9	133
新教材	39	53	复习巩固: 34 综合运用: 21 拓广探索: 12	复习巩固: 12 综合运用: 5 拓广探索: 2	178

注: *代表“解斜三角形”部分的习题数。

属于“双基”题目,“B 组”注重提升学生的思维能力[1]。但两组题难度呈现两极分化,使得中等生和后进生望而生畏。新教材的“复习巩固”、“综合应用”和“拓广探索”阶梯式的题目难度显得人性化。符合高中数学课程面向全体学生,不同的人在数学上得到不同的发展的基本理念[2]。

对比三版教材后发现,每一次教材改革在题目的设置上都有变化。新教材将一些简单例题换成了难度中等或偏高的例题,例如,“平面向量的运算”中的例 8。同时,新教材的课后习题避免纯数学问题,注重问题的实际性。注重建立学生学习与生活的联系,帮助学生学会“有用的数学”[4]。

3. 研究结论

3.1. 编排结构和内容上的变化

教材编排结构日趋成熟。新教材以逻辑关系为主线,改进了实验本和旧教材中编排结构逻辑上的不足。旧教材将实验本中“5.2 向量的加法和减法”和“5.3 实数与向量的积”重新编排为“2.2 向量的线性运算”。新教材进一步将旧教材中“2.4 向量的数量积”整合为“6.2 平面向量的运算”。例题更具代表性、习题更具层次性。新教材将生活中的平面向量作为例题,克服了实验本和旧教材中例题不够经典、脱离生活实际的弊端。同时,新教材也将习题难度进行划分。可见,新教材注重以人为本,关注每位学生的发展。

教材内容更具丰富性、引导性。实验本内容多,深度浅,旧教材和新教材在内容和结构上具有“入口浅、寓意深”,注重整体相互联系[5]。实验本内容平铺直叙,整本书中并无能起到引导学生思考的内容。新旧教材设置的“探究”和“思考”,旨在引导学生主动思考并解决问题。新教材更加注重数学文化的传播,鲜活的历史人物更能引起学生的注意,数学家们优秀品格在数学史中得到充分体现,在了解数学史的过程中培养学生的核心素养。同时,教材的编排更加注重学科之间的交叉,有利于学生构建完整的知识体系。由此可见,新旧教材比实验本更加注重引导学生主动思考,新教材比旧教材更加注重学生数学文化和完整知识体系的构建。

3.2. 育人理念更加全面化、人性化

课标(大纲)对人才培养具有导向作用。“96 大纲”强调和重视落实“双基”教学。“双基”教学强调基础知识的重要性,从侧面反应了“双基”注重“教会”学生知识,获得技能,这也说明了学生学习数学知识仅停留在记忆层面。例如,在“96 大纲”中,对于“平面向量”概念学习最终目的是让学生理

解概念, 掌握向量的几何表示, 而采取何种学习方式并未给出建议。这体现了“双基”教学重视知识的传播而不是人的发展。此大纲只强调了人在知识层面的短暂进步, 而非长久的发展, 因此存在一定的局限性。

“2003 课标”实现了教学理念从“双基”到“三维目标”的转变, 这是质的飞跃[6]。“知识与技能”是“双基”的延续, “过程与方法”则是要求学生在过程中掌握学习方法, “情感态度与价值观”要求学生在学的过程中、掌握学习方法的基础上培养丰富的情感、正确的人生态度和价值观。“三维目标”的确立与落实改进了“双基”教学中只重视知识传播的不足, 开始关注人的发展。例如, 在“向量的实际背景与基本概念”中要求“通过力的分析, 了解向量的实际背景”, 摆脱了“灌输式教学”, 注重学生对知识的主动建构。体现了“以人为本”的教学观念。

党的十九大明确提出: “要全面贯彻党的教育方针, 落实立德树人根本任务”[2]。“2020 课标”据此提出了要发展学生的核心素养。核心素养是以促进人的终身发展为目的。根据笔者对核心素养的理解及切身体验, 认为当前的教学需要教会学生由“学会”转向“会学”。在高中学习成绩优异进入大学后挂科的学生也是屡见不鲜。究其原因, 还是学生没有学会如何学习。核心素养的提出正是克服这一缺陷, 希望学生在进入社会后依旧能够通过自主学习取得进步。

每一次教材改革的背后都是育人观念的转变, 近 30 年来我国逐渐树立“以人为本”的教育观念, 重视学生核心素养必将体现在以后的每一次课程改革当中。从“双基”到三维目标再到核心素养, 我国克服了长期以来重视知识的传播而忽略了人的发展的观念。只有坚持“以学生为中心”, 教育才有意义和价值。

4. 研究建议

4.1. 践行教育理念、提升社会责任感

教育是以人为主体的社会活动。因此, “以人为本”的教育才是基础, 核心素养是“以人为本”的应有之义。把学生培养成一个适应社会发展的人才是教育的最终目的。教育是为社会发展服务的, 教育的改革要以社会发展为目标。社会是不断进步的, 因此也要用发展的眼光看待教育。各个社会时期都有与之对应的教育理念, 新课程理念下的教师应该紧跟社会发展的潮流, 努力培养能适应社会发展、推动社会进步的国家栋梁。

4.2. 丰富学习经历、提升学习获得感

数学是一门逻辑性极强的学科。大学和高中数学的学习很容易出现人为因素和教材因素造成的知识断层[7]。比如, 在“向量的线性运算”中教师对学生难以理解的部分采取降低学习要求的做法, 但大学中解析几何课程对这部分要求较高。再比如, 高中不学习向量的外积, 但在矩阵的计算中向量的外积应用广泛。因此在高中教材中应适当增加一些大学的衔接内容, 大学数学教材的编写者们也应当考虑学情。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验稿) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [3] 蔡上鹤. 新中国中学数学教材建设 51 年[J]. 数学通报, 2002(9): 14-18.
- [4] 张笑谦, 胡典顺. 中澳高中数学教材的比较及启示——以澳大利亚 VCE 课程与人教版高中数学教材函数与映射章节为例[J]. 数学教育学报, 2013, 22(2): 71-75.
- [5] 李善良. 《普通高中课程标准实验教科书·数学》的体例与特点[J]. 中学数学月刊, 2005(1): 3-5.

- [6] 余文森. 从“双基”到三维目标再到核心素养——改革开放 40 年我国课程教学改革的三个阶段[J]. 课程·教材·教法, 2019, 39(9): 40-47.
- [7] 罗凤军, 刘锐. 试论高中数学教师在高中与大学数学衔接中的作用[J]. 数学教育学报, 2022, 31(5): 41-47.