

类比推理在初中数学教学中的应用

贾颂淇, 徐长玲

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2023年10月13日; 录用日期: 2023年11月13日; 发布日期: 2023年11月20日

摘要

在初中数学教学阶段过程中, 要想帮助学生建立良好的数学思维, 首先要重视对学生类比推理思想的培养。类比推理是指, 通过对已经掌握知识中相似知识的分析比较, 找出知识之间的联系, 推理新知识含义的方法。在实际的数学学习中, 学生普遍重视问题计算结果, 忽视问题的来源。本文结合具体数学实例, 运用类比推理进行新知识推导、构建知识框架并解决数学问题。旨在通过类比推理思想提高学生的数学思维能力, 提升学习数学的兴趣, 加深对数学学科的理解, 并加强学生对数学知识的把控。因此, 在初中数学教学过程中研究类比推理思想具有重要意义。

关键词

类比推理, 初中数学, 数学教学

Application of Analogical Reasoning in Junior High School Mathematics Teaching

Songqi Jia, Changling Xu

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Oct. 13th, 2023; accepted: Nov. 13th, 2023; published: Nov. 20th, 2023

Abstract

In the process of teaching mathematics in junior high school, we should pay attention to the cultivation of students' analogical reasoning ideas to help students build their minds. Analogous reasoning refers to the method of inferring new knowledge through the analysis of existing knowledge. In practical learning, students pay attention to the results of problems and ignore the essence of knowledge. The article combines specific mathematical examples to discuss from the aspects of knowledge reversal, knowledge comparison, knowledge framework and practical prob-

lems in mathematics. It can develop students' interest in learning mathematics and deepen their understanding of mathematics subjects. It can also strengthen students' control over math learning. It is of great significance to explore analogous reasoning.

Keywords

Analogical Reasoning, Junior High School Mathematics, Mathematics Teaching

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

类比推理是一种重要的数学思维方法,是指通过对已有知识中相似知识的归纳和总结,运用已经掌握的知识解决新问题的方式。在初中数学学习中,类比推理思想在大部分模块均有所涉及,培养学生的类比推理思想已经成为教育者每节课的课堂目标。从代数与几何,再到函数专题,我们都需要引导学生通过已有知识来探究出未知知识。一方面,重视类比推理思想培养可以帮助学生做好对所学知识的巩固;另一方面,通过类比推理得出的结论会使学生对新知识的掌握更加深刻,学生会更加清晰整个初中数学阶段的知识框架体系。

2. 运用类比推理思想认识新知

在数学教学中运用类比推理法,可以对比分析出不同性质及定理之间的区别和联系[1]。新课程标准提倡教师要以学生为本,在我们教学的过程中,不能单单交给学生知识的定义。在学生在学习过程中会发现学习的新知识和已经掌握的知识之间有一定的联系及相似的性质。作为老师,我们应该学会正确引导学生并且将类比推理思想贯穿在整个教学过程中。

在学习二元一次方程板块,引导学生观察以下方程 $0.6x+0.8y=4.8$, $0.5x=y+1$, $a-3=b+3$ 。在之前的学习中,学生已经了解什么是一元一次方程。教师可以引导学生类比一元一次方程的特征尝试给以上新方程命名并给出定义。不难发现,一元一次方程与新方程之间存在着一定的区别,并存在一定联系。两者最大的区别在于一元一次方程只含有一个未知数。三个新方程中都含有两个未知数,新方程与一元一次方程未知数的次数均为一次并且等号两端同是整式。引导学生按照一元一次方程命名的由来定义新等式。方程中只含有一个未知数,方程中未知数的次数为一次并且等号两端均为整式的方程为一元一次方程。观察发现,以上等式中,每个等式都含两个未知数,未知数的次数为一次并且等号两端同为整式。通过一元一次方程定义类比,得出上述方程可以定义为二元一次方程。为巩固学生对二元一次方程的掌握,教师给出问题。观察 $a-3=b+3$ 与 $ab-3=b+3$,判断两个方程是否为二元一次方程。学生通过自己类比推理出二元一次方程的定义,已经对二元一次方程特征具有很好地了解,能够很快对后者进行否定并给出理由。理由为不满足未知数次数为一次的条件。所以类比推理可以帮助学生在思维碰撞中辨别、强化概念的形成与运用。

3. 运用类比推理思想构建知识框架

教师在初中阶段的数学教学中,应从多方面帮助学生进行概念定理的内化。通过横向或纵向的对比,构建知识框架或知识网络[2]。比如,在学习菱形的判定过程中,可以类比矩形的判定,两者之间具有一

定的联系。矩形相比于其他特殊四边形, 四个角为直角的特点显著。菱形相比与其他特殊四边形, 以四条边相等引人注目。教师带领学生总结特殊四边形的性质, 通过提出有关问题, 引发学生思考。已知四边形 $ABCD$ 是四边形, 大家能够想到什么性质? 已知 $ABCD$ 是平行四边形, 大家能够想到什么性质? 已知 $ABCD$ 是矩形, 大家能够想到什么性质? 从最基本的性质定理问题入手, 调动学生的学习积极性, 帮助更多同学融入到课堂教学中。引导学生以边、角、线、对称性等方面归纳出矩形、菱形与正方形的有关性质, 明确特殊四边形之间的区别与联系。

对学生提问, 在满足其中一种特殊四边形的基础上, 添加什么条件能够使其成为另外一种特殊四边形。以求证一个平行四边形为矩形举例, 平行四边形是对边平行且相等的四边形, 对于平行四边形求证它是三个角都为直角的矩形, 需要添加什么条件? 教师提供学生根据矩形性质类比推理问题的空间与时间并引导学生思考, 得出当添加一个内角是直角的条件时, 可以证明此平行四边形为矩形。

以此类推, 判断其他的特殊四边形需要满足什么条件, 特殊四边形之间存在着什么样的联系? 引导学生进行问题归纳(图 1)。提问过程中, 教师鼓励学生通过动手实践, 通过制作特殊四边形卡片形式进行直观对比, 采用几何直观的方式帮助学生更为形象地得出结论, 加深学生推导印象。

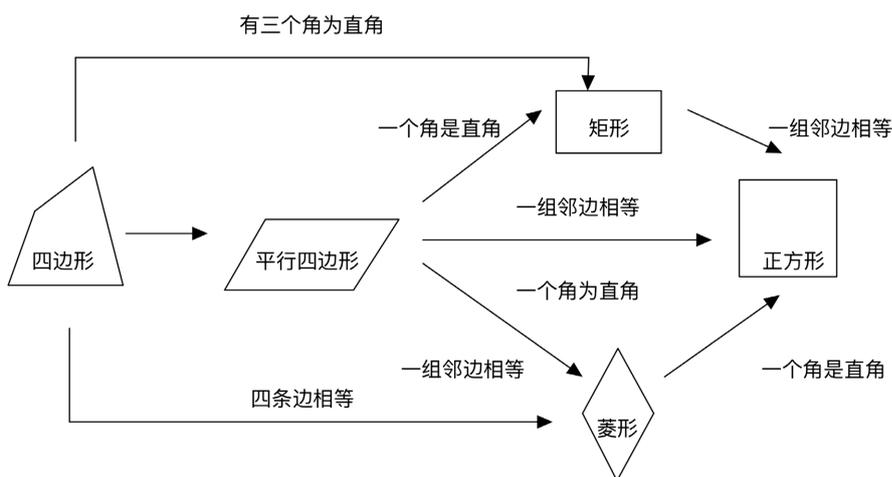


Figure 1. Special quadrilateral frame diagram
图 1. 特殊四边形框架图

初中阶段的数学学习不只局限于求解几何证明题, 更重要的是引导学生探索发现, 进行从具体到抽象的理性认知过程。在数学教学过程中, 运用类比推理思想推导定理产生过程, 解释定理本质。学生借助几何图形, 主动参与思考, 与已有知识水平中的认知进行类比, 增强逻辑推理能力, 感悟转化思想。

4. 运用类比推理思想解决数学问题

前文给出的具体实例指出, 在学习新知识时采用类比推理思想能够大大提高学生对知识的理解。但学生在解决数学问题时, 很少有同学能够采取类比推理思想解题。原因在于, 学生很难通过题中给出的少量信息总结规律。在教师教学过程中, 需要有目的的将类比推理思想深入学生内心。类比推理是一种同类元素, 或者是异类元素的某种契合[3]。突出类比推理思想的重要性、便捷性。对于题目中涉及到的数学知识点, 教师有意识带领学生与所学习过的知识点进行联系对比, 找出题目中的信息带给我们的提示, 思考题目带给我们什么启示。

每一个数学问题都有解决的关键点, 拿到数学题时, 我们会下意识思考自己的知识水平下能否解决数学问题。如果不能, 再对是否可以解决与题目类似的数学题评估。分析问题过程中, 将宏观问题拆解

成小问题细化。通过类比,可以发现不同问题之间的规律与联系。规律的发现是我们开启解题大门的“金钥匙”。运用正确规律,找到问题解决的关键是我们应培养的数学思维。

解决数学问题时,我们可以通过大量的习题练习增强学生抓住关键信息的能力。万变不离其宗,面对相同的题型,根本的解题思路是不变的。类比推理帮助我们举一反三,加快解题速度,加强对知识本质的理解。许多新知识可以通过已有知识解出答案,新知识对解题产生更有效率的现象。解题过程中,教师应该做到以学生为主体。开始引入类比推理思想解题时,应照顾学生的思考时间和做题速度,采用适合学生身心发展规律的教学进度。杜绝只追求速度不重视效果的现象发生。在教学过程中,可以采取多种方式,引导学生多角度认识数学概念,掌握解题思路。多角度认识知识本身,会帮助学生加深对初中数学的知识概念有更深认知,为今后的数学学习打下坚实的基础,有利于更深奥的数学学习。

在课堂教学中,应注重引导学生经历探索知识全过程,加强类比推理法教学,渗透转化思想,强调几何直观与逻辑推理的结合。数学学习不仅仅是学习数学知识,掌握数学技能,更重要的是在数学学习过程中使受教育者在数学思维上得到浸润和培养。要想学好数学,首先需要认识数学、归纳数学、得出数学相关概念定理。在基本的数学定理已经较好掌握基础上,类比推理思想应得到大量训练以与发展。在学习知识的同时感受知识的本质,学好数学,品味数学。

4.1. 类比推理思想解决方程问题

数学是研究数字的一门学科,提及数字,应用最广泛的是数字计算问题。计算在数学中的地位举足轻重,是每一位数学人必备的技能与素养。不仅要求学生达到计算速度的快准狠,而且要做到对于不同的计算问题有不同的求解思路。初中阶段,求解方程是必要并且基础的数学问题。主要考察数学问题的计算能力与计算方法。在我们现有的知识水平下,会遇到许多不能破解的计算题。如何解决能力范围外的计算题成为我们亟待解决的问题,在七年级学生刚刚接触较难数学方程计算时,很难快速掌握不同类别方程的计算方法。如何解决这一问题成为本次研究的目标。本文就解二元一次方程和分式方程,采用类比推理思想给出实例,说明类比推理思想在初中数学教学中的重要性。

通过类比引入,探究问题原理。在之前的学习中,我们学习过哪些方程?下面的两个方程与之前学习的方程有什么区别,又有哪些相同之处呢?快速求解方程并说明采用什么计算方法。

$$\textcircled{1} \frac{3x-1}{x} = 4 \quad \textcircled{2} \begin{cases} x-2y=0 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$$

通过已经掌握的一元一次求解方法可以类比求解分式方程与二元一次方程组都是化归为解一元一次方程。分式方程通过等式左右两端同乘分母,将分式方程转化为学生可以解决的一元一次方程;二元一次方程组通过用未知数 x 表示未知数 y ,将方程组转化为学生可以解决的为一元一次方程进行求解。在学生已经掌握方程①与方程②的求解方法后,继续给出下列问题。

③ $x^2 - 3x = 0$ 是什么方程?类比推理分式方程与二元一次方程组的解决方法出发,尝试求解方程③。通过类比探讨,我们发现:一元二次方程可以通过因式分解转化,将一元二次方程转化为一元一次方程。其可以进行因式分解 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或 $B = 0$ 。

由此,教师可以采用类比推理教学,有利于学生明确每节课的具体内容,树立用已知解未知的信心。引导更多学生参与到主线学习中,渗透化归思想、转化原则,帮助学生破解已有知识水平下的难题。更好发掘数学的奥秘,为后续学习打下基础。

4.2. 类比推理思想解决归总问题

代数问题是数学领域基础的数学问题之一,在生产生活中具有重要意义。教师在教学过程中需要将

两个独立化的数学内容联系起来, 根据数学问题本身抽象出整体的数学框架。学生经过一定量的感知, 从具体中得到抽象, 从一般中得到特殊, 通过相似条件进行类比, 得到关键部分。如: 我们都听过这样一首儿歌, 1 只青蛙 1 张嘴, 2 只眼睛 4 条腿, 1 声扑通跳下水; 2 只青蛙 2 张嘴, 4 只眼睛 8 条腿, 2 声扑通跳下水; 3 只青蛙 3 张嘴, 6 只眼睛 12 条腿, 3 声扑通跳下水……给出问题: 那么 x 只青蛙多少张嘴, 多少只眼睛多少条腿呢? 给学生思考时间并用类比推理思想作答。通过前面给出的儿歌进行类比推理, 发现眼睛与青蛙个数之间成二倍的关系, 腿数与青蛙个数之间成四倍的关系, 跳水声与青蛙个数之间成一倍的关系。类比得出: x 只青蛙有 x 张嘴, 眼睛有 $2x$ 只, 腿数为 $4x$ 条, 跳水产生 x 声响。

又如, 用火柴棒从左往右摆放连接在一起的正方形, 试问搭一个正方形需要几个火柴棒? 教师进行实物演示, 做好记录。火柴棒的个数为 4 个。若搭两个正方形需要几个火柴棒? 火柴棒的个数为 $4+3$ 条。若搭三个正方形需要几个火柴棒? 火柴棒的个数为 $4+3+3$ 个。若搭十个正方形需要几个火柴棒? 火柴棒的个数为 $4+(10-1)\times 3$ 个。给出问题: 搭 n 个正方形时, 需要多少火柴棒? 以此类推, 搭 n 个正方形时, 需要 $4+(n-1)\times 3$ 个火柴棒。类比推理是一种有效的思维方式, 能够解决许多问题。在实际中, 结合具体问题的情况, 还需要对类比推理出的结论进行检验, 以确保其结论的科学合理性[4]。

5. 小结

类比推理是培养学生认识数学、分析数学、把握数学的重要教学方法。类比推理思想不仅在初中阶段的数学教学具有重要的意义, 在整个数学学习过程中也保持重要的地位。类比推理思想拓宽学生思维, 挖掘学生潜力。对初中生而言, 这是从未知走向已知的重要方式, 必须重视现阶段思维培养的黄金时期。在教学过程中, 教师需要做到善于提问、善于引导, 帮助学生在获得思维的历练和提高。只有做到教师与学生的良好配合, 共同成长, 才会使整个初中阶段的数学教育的有效性大大提高。

在学生的初中阶段树立类比推理思想解题意识, 从学生感兴趣的问题入手, 巩固并强化学生已掌握的知识, 施展学生的逻辑思维推导能力。增强学生对于学习数学的兴趣程度, 使学生对数学的认知更加深刻, 为学生未来的数学学习奠定基础。本文的创新之处在于在强调类比推理思想的重要性基础上, 结合具体实例, 更加直观清晰地论述类比推理思想在初中数学教学过程中的重要应用。总之, 类比推理在数学教学中具有重要的地位。作为教师, 我们需要让学生通过类比推理思想提升学习数学的兴趣, 学会自主学习, 把握数学的内涵, 欣赏数学的魅力。

参考文献

- [1] 陈勇. 类比推理在初中数学教学实践中的应用研究[J]. 西部素质教育, 2016, 2(23): 247.
- [2] 毛秋华. 类比推理在初中数学概念教学中的应用[J]. 中学教学参考, 2017(11): 17.
- [3] 陈运菊. 类比推理在初中数学教学实践中的应用[J]. 新教育时代电子杂志, 2017(39): 28.
- [4] 倪兆勇. 类比推理在初中数学教学中的应用[J]. 语数外学习(初中版·下旬刊), 2014(5): 30.