

单元整体视角下初中数学章起始课的设计研究 ——以“勾股定理”章起始课为例

王雪君, 戴阔斌

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年9月1日; 录用日期: 2024年10月1日; 发布日期: 2024年10月8日

摘要

章起始课作为单元内容的开始, 对整个单元的学习有着统领和导向作用, 有利于学生全局观的形成和完整知识体系的建构。本文以“勾股定理”章起始课为例, 从单元整体视角出发探究如何开展章起始课的教学, 并提出结论: 注重整体设计, 厘清课堂主线; 巧用情境引领, 突出学生地位, 以为初中数学章起始课教学提供一定参考。

关键词

章起始课, 勾股定理, 单元整体

Research on the Design of Chapter Initial Lessons in Junior High School Mathematics from a Holistic Unit Perspective

—Taking the Initial Lesson of the “Pythagorean Theorem” Chapter as an Example

Xuejun Wang, Kuobin Dai

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Sep. 1st, 2024; accepted: Oct. 1st, 2024; published: Oct. 8th, 2024

Abstract

The initial lesson of a chapter serves as the beginning of the unit's content, playing a leading and guiding role in the entire unit's learning process. It is beneficial for students to form a global

perspective and construct a complete knowledge system. This paper takes the initial lesson of the “Pythagorean Theorem” chapter as an example, exploring from a holistic unit perspective how to conduct the teaching of the initial lesson of a chapter, and proposes the conclusion: focus on overall design, clarify the main thread of the class; skillfully use context to lead, highlight the student’s position, to provide certain references for the teaching of the initial lessons of junior high school mathematics chapters.

Keywords

Chapter Initiation Lesson, Pythagorean Theorem, Holistic Unit

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称《课标(2022)》)指出:“改变过去注重以课时为单位的教学设计,推进单元整体教学设计,体现数学知识之间的内在逻辑联系,以及学习内容与核心素养表现的关系。”单元整体教学要求教师从整体上分析教学内容、通过合适的主题或单元整合教学内容,帮助学生建立起结构化的数学知识体系。而基于整合的章起始课与单元整体教学无疑存在着高度的契合性,因此也成为近年来许多一线教师和学者研究的对象。章起始课通常以教材中每章的章引言、章头图等为载体,以生活化、趣味化的形式帮助学生明确本章的核心内容及学习目标、建构本章的知识结构、了解本章内容的研究思路及方法。当前的章起始课教学中主要存在两类问题:一是在长期以来的“知识点”情结影响下的对本单元知识内容的简单罗列;二是由于对教学内容整体把握的缺失而造成的对单元各小节内容的机械串联。基于此,笔者将以人教版八年级下册第十七章“勾股定理”章起始课的设计为例,为初中数学章起始课的教学提供一定借鉴。

2. 《勾股定理》章起始课教学设计

2.1. 解读教材章引言及章头图

本章的章引言从我国古代《周髀算经》出发引出直角三角形三边关系——勾股定理,随后提出“本章我们将探索并证明勾股定理及其逆定理,并运用这两个定理去解决有关问题,由此加深对直角三角形的认识。”可以看出章引言既体现了源远流长的数学文化,又从“是什么”、“学什么”、“为什么学”等角度使学生初步了解本章内容。

章头图通过展示2002年国际数学家大会会徽,既突出了勾股定理与现实生活的密切联系及其在数学学习中重要地位,又从侧面体现了研究本章内容的一类重要思想——数形结合。

2.2. 教材内容分析

“勾股定理”是人教版八年级下册第十七章的内容。从知识关联的角度来看,勾股定理是在已经学习了直角三角形的简单性质、二次根式的运算的基础上展开的,同时又在后续平行四边形、三角函数、解直角三角形等内容上有着广泛的应用。从能力关联的角度来看,学生在整式乘法中经历了利用“面积法”证明乘法公式的推理过程,体会了观察-猜想-探究-验证的过程,为勾股定理的学习奠定了基本的活动经验[1]。同时,勾股定理的教学渗透了从特殊到一般、数形结合、方程思想等多种数学思想方法,

是初中数学学习的重要内容。

相较于“平行四边形”、“全等三角形”等其他图形与几何领域的章节,该章节知识内容较少,主要包含勾股定理、勾股定理的逆定理、勾股定理的应用(主要体现在章末习题)三部分。同时,通过梳理教材,发现本章涉及较多中外数学史及数学文化,如毕达哥拉斯、《周髀算经》《九章算术》、欧几里得的《几何原本》等,将之在章起始课中加以整合与呈现,不仅能体现出知识结构的完整,更兼顾了数学文化的渗透。

2.3. 教学目标与重难点

- (1) 通过勾股定理与生活的密切联系,感受学习勾股定理的必要性;
- (2) 利用教具或信息技术,观察直角三角形三边所形成的正方形面积之间的关系,初步感知本章主要内容及研究方法;
- (3) 通过合作探究,体会从特殊到一般和数形结合思想;
- (4) 通过勾股定理中的数学文化,激发数学学习热情和积极性。

2.4. 教学过程

(1) 创设情境,提出问题

问题 1: 如图 1, 工人师傅在施工过程中需要将一块边长 2.2 m 的正方形木板从长 2.1 m, 宽 0.9 m 的门框中抬进去, 请你帮师傅思考一下, 该正方形木板能否从门框顺利通过?

问题 2: 木板进门的方式有哪些?

问题 3: 如何计算木板和门框对角线的长度?

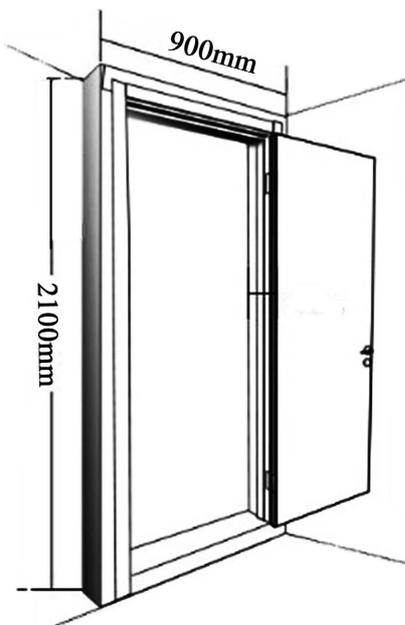


Figure 1. Schematic diagram of door frame dimensions

图 1. 门框尺寸示意图

【设计意图】通过实际问题引入新课,一方面可以激发学生的求知欲,另一方面可以让学生感受生活中的数学,初步体会学习勾股定理的必要性,从而激发学生积极的学习心向。

(2) 开展活动, 自主探究

活动一: 通过预习“勾股定理”, 并查阅相关资料, 学生课上相互分享自己对于勾股定理的认识。

预设: 学生通过阅读教材或查阅相关资料, 分别分享赵爽弦图(图 2(a))、《九章算术》(图 2(b))中的蒹葭问题、古希腊数学家毕达哥拉斯与朋友家地砖的故事(图 2(c))以及 2002 年国际数学家大会会徽(图 2(d))等与勾股定理相关的数学历史及文化。

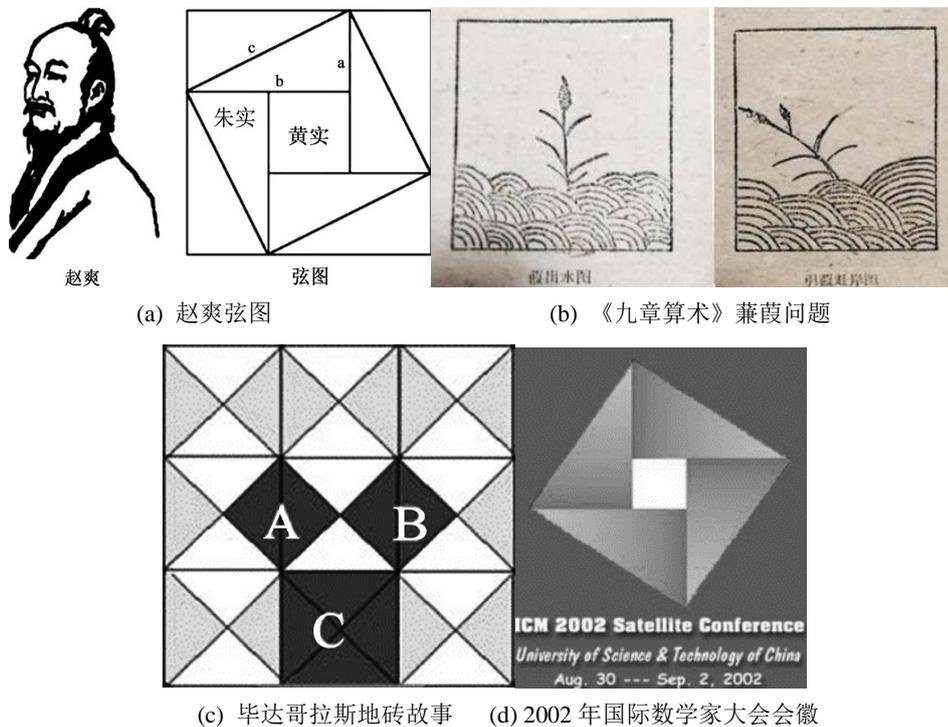


Figure 2. History and culture of mathematics
图 2. 数学历史文化

【设计意图】通过布置课前任务, 让学生查阅相关资料了解勾股定理, 感受数学文化, 寻找数学学习的兴趣点, 并以学生分享的毕达哥拉斯的故事为载体自然过渡至探究环节。

活动二: 相传古希腊数学家毕达哥拉斯在朋友家做客时, 受朋友家地砖图案的启发从而发现了直角三角形三边之间的数量关系, 大家来看看你也能从图 3 的地砖图案中发现什么数量关系吗?

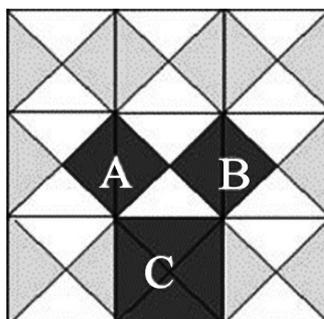


Figure 3. Floor tile patterns
图 3. 地砖图案

问题 1: 地砖上三个正方形的面积有什么数量关系?

问题 2: 等腰直角三角形的三边之间有什么数量关系?

预设: 三个正方形的面积关系为 $S_1 + S_2 = S_3$; 等腰直角三角形三边关系: $a^2 + b^2 = c^2$ 。

【设计意图】从等腰直角三角形从面积关系到三边数量关系的探究, 初步体会面积法在本章的应用, 同时为过渡到一般直角三角形三边数量关系的探究作以铺垫。

活动三: 根据等腰直角三角形发现的结论对于一般的直角三角形是否也成立呢? 请大家观察图 4 网格纸中的直角三角形, 看看它们的边长之间有何关系? 并以小组为单位动手在自己的网格纸上任意画每个顶点都在格点上的直角三角形并用同样的方法探究结论是否成立。

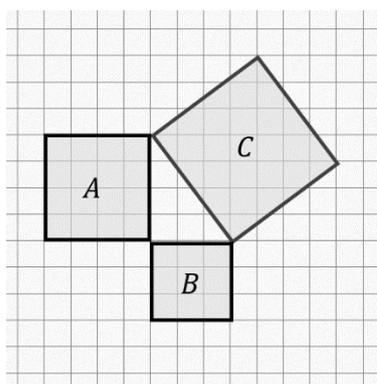


Figure 4. General right triangle on grid paper
图 4. 网格纸上一般直角三角形

问题 1: 计算不规则图形的面积时有哪些方法? 如何计算正方形 C 的面积?

预设: 利用割补法计算正方形 C 的面积。方法一: 将正方形 C 分割为斜边为正方形边长的四个全等的直角三角形和一个小正方形, 再用各部分面积求和的方式计算正方形 C 的面积(图 5(a))。方法二: 在正方形 C 的周围补上四个全等的直角三角形形成一个大的正方形, 再用各部分面积求差的方式计算正方形 C 的面积(图 5(b))。

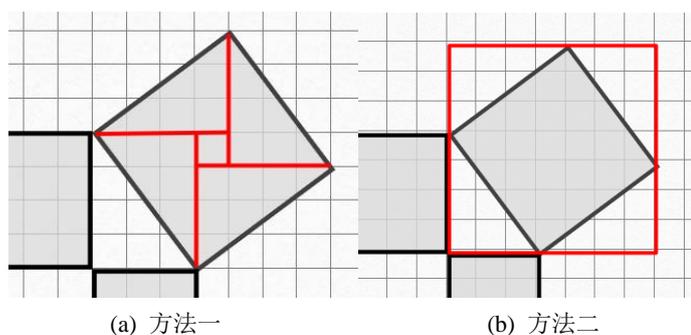


Figure 5. Schematic of partitioning and splicing of the area of the square C
图 5. 正方形 C 面积的分割与拼接示意

问题 2: 通过以上探究, 你能得到直角三角形三边数量关系吗?

预设: 学生猜想: 如果直角三角形两条直角边为 a, b , 斜边为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

【设计意图】: 首先, 通过正方形 C 的面积计算过程, 发挥学生在探究过程中的自主性和差异性,

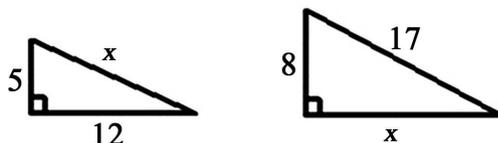
同时割补法的渗透又为后续进行勾股定理证明作以铺垫。其次, 实现了从特殊到一般的转化, 并通过对已有图形的计算和学生自己动手画图并探究, 引导学生层层深入。

活动四: 当直角三角形不在网格之中且其直角边边长不为整数时, 以上结论是否仍成立? 教师利用数学技术软件(如几何画板、Geogebra 等)构造图形, 改变直角三角形三边数值, 引导学生发现结论。

预设: 学生归纳: 直角三角形两条直角边分别为 a, b , 斜边为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

(3) 初步应用, 巩固新知

1) 求下列直角三角形未知边的长度



2) 如图 1, 工人师傅在施工过程中需要将一块边长为 2.2 m 的正方形木板从长 2.1 m, 宽 0.9 m 的门框中抬进去, 请你帮师傅计算一下, 该正方形木板能否从门框顺利通过?

【设计意图】利用勾股定理解决直角三角形边长问题, 需根据勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 列出方程, 求解未知边长, 从而渗透方程思想。通过解决课堂伊始提出的情境问题, 既体现了本节课的完整性, 又为后续勾股定理的应用做准备。

(4) 交流感受, 总结成果

- 1) 勾股定理的内容是什么? 有什么作用?
- 2) 在本节课的探究过程中, 你体会到了那些数学思想方法?
- 3) 你认为探究勾股定理最主要的方法是什么?

【设计意图】让学生从不同的角度分享本节课的收获, 从学习结果到学习过程, 从总结数学知识内容到感悟数学思想方法, 不断深入以促进学生数学思维的提升。

(5) 课后思考, 延伸课堂

- 1) 收集两个关于勾股定理的证明方法。
- 2) 收集一个勾股定理在实际生活中的应用场景。
- 3) 根据命题与逆命题的关系, 写出勾股定理的逆命题。
- 4) 思考问题: 工人师傅用一把标有刻度的卷尺如何判断所砌墙角是否为直角?

【设计意图】根据本节内容的延伸布置课外作业, 充分发挥学生的主观能动性, 培养学生查阅资料、解决问题的能力。此外, 这一过程中隐性渗透了后续学习内容, 有助于帮助学生从整体上把握本章主要内容。

3. 结论与反思

3.1. 注重整体设计, 厘清课堂主线

从单元整体视角出发设计章起始课, 让学生的学习不再是管中窥豹, 而是在单元学习之初对本单元内容就具备清晰的结构化认识, 明白所学内容是什么、怎么学、为什么学等问题[2]。本节课依次解决为什么学——情景创设中提出的木板进门问题以体现数学在生活中的作用、怎么学——地砖上的等腰直角三角形及网格纸中的一般直角三角形三边所形成的正方形面积关系以渗透本单元所蕴含的面积法和数形结合的重要思想方法、是什么——从特殊到一般逐步归纳出直角三角形三边数量关系, 即勾股定理。此

外, 本节课还通过课前任务的分享使学生感受本单元数学历史文化, 通过课后作业的布置与完成使学生进一步从整体上感知本单元知识结构, 对本单元内容做到心中有数。

3.2. 巧用情境引领, 突出学生地位

情景材料的生活性和画面感能够给予学生想象的空间, 激发学生的探究欲望。以个性化的真实情境问题作为课堂内容的导入既可以起到激疑引趣的作用, 又隐形渗透所学内容的应用价值。而多种情境材料的运用则要取决于情境自身的特点和教师在教学中借助情境试图达到的预期效果。“勾股定理”蕴含着丰富的数学文化及历史故事为本章的章起始课提供了多种材料, 然而不同的材料在知识内容上发挥着不同的作用, 因此在教学中要避免因情境材料的简单堆砌和教师单方面的平铺直叙而导致的情境低效甚至无效利用[3]。本节课通过布置课前任务让学生自主收集关于勾股定理的相关数学文化及历史资料, 并在课堂上以故事分享的形式展示自己的成果, 既提高了学生的课堂参与度也尊重了学生的主体地位。此外, 在学生分享勾股定理的相关数学文化及历史的基础上, 教师从知识内容的角度对其进行分类总结又有利于加深学生对本单元知识结构的整体把握。

总之, 在单元整体视角下的章起始课中, 教师要引导学生“见树又见林”, 让学生明白所学内容从何而来、如何而来、向何处去三大方面从而形成对单元知识框架的整体理解。

参考文献

- [1] 邢成云, 王尚志. 初中数学“章起始课”的探索与思考[J]. 课程·教材·教法, 2021, 41(3): 76-82.
- [2] 张振兴. 单元教学设计的三项基本原则——以“相交线与平行线”章起始课为例[J]. 中国数学教育, 2022(21): 33-38.
- [3] 缪谢雨. 初中数学章起始课的教学误区、困境与策略[J]. 数学通报, 2024, 63(4): 11-14.