

小学数学学习障碍应用题解决能力的影响因素及教育干预策略

幸国宁, 王 浙

济南大学教育与心理科学学院, 山东 济南

收稿日期: 2024年9月30日; 录用日期: 2024年10月27日; 发布日期: 2024年11月5日

摘 要

问题解决是《中国学生发展核心素养》的18个基本要点之一, 数学问题解决最主要、最直接的形式是数学应用题, 数学应用题是小学数学教学的重点、难点。数学学习障碍学生应用题解决能力水平低影响了其数学学习。基于前人研究分析和梳理, 本研究发现问题表征、认知灵活性、数学阅读理解影响了小学4~6年级数学学习障碍学生的应用题解决能力。另外, 本研究进一步归纳出了一系列针对性的教育干预策略, 并从研究对象、研究领域、教育干预策略三方面为未来研究提供一定的借鉴。

关键词

数学学习障碍, 数学应用题, 应用题解决能力

Factors Influencing Application Problem Solving Skills of Math Learning Disabilities and Educational Intervention Strategies

Guoning Xing, Xi Wang

College of Education and Psychological Science, Jinan University, Jinan Shandong

Received: Sep. 30th, 2024; accepted: Oct. 27th, 2024; published: Nov. 5th, 2024

Abstract

Problem solving is one of the 18 essential points of the “Core Literacy for Student Development in China”, and the most important and direct form of mathematical problem solving is mathematical application problems, which are the focus and difficulty of elementary school mathematics teaching.

文章引用: 幸国宁, 王浙. 小学数学学习障碍应用题解决能力的影响因素及教育干预策略[J]. 教育进展, 2024, 14(11): 190-196. DOI: 10.12677/ae.2024.14112041

The low level of application problem solving ability of students with math learning disabilities affects their math learning. After analyzing and sorting out the previous studies, it was found that problem representation, cognitive flexibility, and mathematical reading comprehension affected the application problem solving ability of students with mathematics learning disabilities in grades 4~6 of elementary school, and on this basis, the corresponding educational intervention strategies were summarized, and based on the shortcomings of the existing studies, we can provide certain reference for future studies in terms of the research object, the field of study, and the educational intervention strategies.

Keywords

Math Learning Disabilities, Math Application Problems, Application Problem Solving Skills

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

问题是数学的心脏,解决问题的能力一直是数学教学的直接目的之一[1]。全美数学教师协会(NCTM)于20世纪80年代提出“必须把问题解决作为80年代数学教学的核心”的口号,并主张“问题解决方面的成绩如何,将是衡量数学教育成效的有效标准”。问题解决是《中国学生发展核心素养》的重要部分[2]。《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称“新课标”)明确提出数学素养是现代社会每一个公民应当具备的基本素养[3]。核心素养导向下的新课标注重培养学生运用数学知识与方法发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力,并由此发展学生数学核心素养[4]。数学问题解决中最主要、最直接的形式就是数学应用题解决,而数学应用题解决是数学教育的重点和难点[5]。数学应用题是中小学数学体系中的重要组成部分,解决应用题需要学生对所学数学知识的综合性理解和运用,有助于学生将所学数学知识和规则应用于实际问题,具有重要的实践教育意义[6]。

数学学习障碍(mathematics learning disability, MLD)也称数学学习困难、数学学习落后,是学习障碍的一种亚型,指儿童具有正常的智力和教育机会,由于数学学习能力缺损而导致在数学学习上明显落后于同年龄或同年级水平的现象[7]。研究表明,数学学习障碍在小学四至六年级和初一、初二表现得更为明显[8]。数学应用题解决与儿童能否成功学习数学密切相关[9],并且也会直接影响儿童其他学科领域及未来的发展[10]。然与数优生相比,数学学习障碍学生在应用题解决过程中时间分配不当且应用题解决有效性差,多表现为解题步骤多、错误多,正确率低[10][11]。研究表明问题表征方式[11]、认知灵活性[12]、数学阅读理解能力[13]等影响了小学4~6年级数学学习障碍学生的应用题解决能力,基于此探讨如何改善小学4~6年级数学学习障碍学生应用题解决能力刻不容缓。本研究基于国内前人研究,厘清影响小学4~6年级数学学习障碍学生应用题解决能力的因素并在此基础上归纳相应的教育干预策略,以期为一线教育教学工作及未来的研究提供一定的指导和方向。

2. 研究方法

首先,以“数学学习障碍”或“小学数学学习障碍”或“数学学习困难”或“数困生”并含“应用题”为篇名,在中国知网(CNKI)进行检索,时间跨度为2013年1月~2023年12月,共得到33篇文献。其次,对与研究主题相关的文献作进一步筛选,筛选标准如下:1)研究对象为小学4~6年级数学学习障

碍学生; 2) 研究内容聚焦数学学习障碍的应用题解决能力; 3) 排除会议、报纸等非学术性文献。最后, 为避免文献遗漏, 采用滚雪球方式查阅已有文献的参考文献, 共得到 19 篇文献。

3. 影响因素分析

梳理已有研究, 发现问题表征、执行功能以及数学阅读理解是影响小学 4~6 年级数学学习障碍学生应用题解决能力的三大主要因素, 具体表现如下所述。

3.1. 问题表征单一且不合理

问题表征是个体根据问题所呈现的信息和自身已有经验, 发现问题的结构, 构建自己的问题空间的过程, 它既是个体对问题的理解和内化, 也是问题在个体头脑中的呈现方式[14]。正确的表征是解决问题的必要前提, 在错误或者不完整的问题空间中进行搜索并不能获得问题的正确解答[15]。然而研究发现, 小学数学学习障碍学生单一、不适宜的表征方式阻碍了其成功解决应用题[6] [11] [16]。不同的表征方式影响着数学学习障碍学生的应用题解决能力, 但迄今为止问题表征方式并无统一的划分, 不同的学者根据自身研究的视角和目的确定了不同的问题表征方式。综合以往研究结果发现, 小学 4~6 年级数学学习障碍学生倾向使用图像表征、复述表征、直译表征[16]-[21], 然而上述表征方式并不利于其对应用题内在关系的理解[18]。视觉表征是问题表征的一种, 可分为图式表征和图像表征, 图式表征指以绘制图画或表格的形式呈现问题中的空间或数量关系, 图像表征指运用纸笔绘画出问题中事物或人物的具体外部形象[22]。与图像表征相比, 图式表征更能反映问题中涉及的数量或空间关系, 更有助于学生对问题的深层理解, 也更有利于问题的解决[23]。空间视觉化能力与图式表征策略有显著正相关, 与图像表征策略有显著负相关, 这与以往研究一致[24], 原因在于该能力与图式表征的建构同是形成高质量的空间表征的过程, 该过程表征了题目中信息的本质关系, 摒弃了非必要的表面信息[25], 这也可以解释数学学习障碍学生更倾向于选择图像表征策略。直译表征与关系表征相比, 复述表征对题目加工简单, 且难以挖掘题目信息的关系, 因此不利于解题, 研究发现差生更容易使用复述表征解题[26]。

3.2. 认知灵活性差

执行功能(executive function, EF)指个体在执行当前任务时对认知过程进行监控和调节, 进而形成协调有序的、符合当下情境的、具有目的性的行为, 其实质是一种自上而下的控制过程[27]。执行功能与个体能否完成应用题密切相关。成功解决数学应用题是一个较为复杂的认知过程, 需要个体理解问题并从中提取关键信息, 根据信息建构数量和空间关系并根据自身已有经验选择恰当的解题策略最终完成解题。近年来我国关于数学学习障碍学生的执行功能的研究主要基于 Diamond 的成分模型, 围绕工作记忆、抑制控制和认知灵活性三个子成分开展[28]。初伟以小学四年级数困生和非数困生为研究对象, 发现执行功能中的转换维度是影响数学学习障碍学生应用题解题的主要因素[29]。朱星星从数学学业成绩和数学能力两方面探讨与执行功能的关系, 发现认知灵活性影响小学中高年级数学学习落后学生的计算能力、问题解决能力和几何空间关系能力[28]。转换也称认知灵活性, 转换是个体在完成两项同一认知资源的任务时, 帮助其在两项任务的操作规则和心理定势间灵活转换, 而个体想要成功解决一道复杂应用题需要解题者在不同解题步骤和方法之间进行恰当的转换[30] [31]。综合以往研究发现认知灵活性是影响小学数学学习障碍学生的应用题解决能力主要因素, 因此改善个体的认知灵活性至关重要。

3.3. 数学阅读理解水平低

数学阅读理解是个体根据数学的文字语言描述, 在头脑中建构数学模型并依照经验获得意义的心理过程, 它囊括了个体对数学材料字、词层面上的理解以及个体根据知识选择恰当的解题策略并成功解题

的一系列心理过程和行为操作[32]。数学应用题因其以实际情境为背景而类型多样,这要求学生理解和提取题目中的关键信息,李清认为应用题的解题依赖于应用题文字的理解[20],然而研究发现,数困生的数学应用题阅读理解水平存在年级、性别差异,不同类型学生的数学应用题阅读水平存在差异[32]。马龙探讨了四、五年级藏族数困生在数学阅读理解方面的困难以及成因,发现藏族数困生存在数学语言障碍且在阅读题目时注意力不集中,对题目信息提取和处理能力较差[33]。对应用题的阅读理解是数困生成功解题的关键,因此改善数困生的阅读理解能力至关重要。

4. 教育干预策略

研究文献发现,现有教育干预策略从问题本身和学生解题过程两个角度提升小学 4~6 年级数学学习障碍学生的应用题解决能力。具体来说:图式表征法、基于图示教学强调将问题中的数量与空间关系可视化,元认知训练、认知灵活性训练、数学阅读理解策略则对学生解题过程进行干预。

4.1. 图式表征法

如前所述,由于小学 4~6 年级数学学习障碍学生在解决应用题时使用图式表征故而解题率低,而 10~15 岁似乎是儿童图式表征发展的关键期[34],因此对小学 4~6 年级数学学习障碍学生进行图式表征训练是必要的。图式表征法是一种运用可视化的具体的图式建立问题的视-空模型和其中的数量关系的问题表征方法[35]。张雪薇运用图式表征法有效提高了小学 6 年级数学学习障碍学生应用题的正确率和完成度,图式表征法共六大步骤,第一步为读题意:通读原题,对题目信息进行初步搜集;第二步为自我陈述:用自己的语言陈述题意,在此过程中找准题目中所有的有效关键词及其对应的数量;第三步为画简图:根据题目类型选择适当的图式;第四步为填标记:将对应的数量正确标记在图式相应的位置上;第五步为理关系:理清题目中的数量和空间关系并列出计算公式;第六步为得结论:进行计算,得出结果并撰写题目结论[35]。

4.2. 基于图示的教学

基于图示的教学是一种强调问题语义结构和教学结构以实现解题的应用题教学方法,该方法利用封闭图形代表题目中已知信息的数量,通过图形间位置的设定或形状符号的连接表示对象间的数量关系,进而依据图示抽取已知关系并求得结果[36]。该方法包含图示图和线段图两种图示类型,图示图由正方形、圆形等形状与数值和符号组成,线段图由多条连续的线段、数字以及表示数量关系的符号或图形组成[36]。教师运用基于图示的教学应先帮助学生理解和运用图示:1) 什么是图示;2) 为什么要使用图示;3) 什么时候运用图示;4) 图示类型的选择及其原因;5) 如何形成图示;6) 如何利用图示,进而教会学生利用图示解决应用题[36]。

4.3. 元认知能力训练

元认知能力在数学应用题解决过程中发挥着重要作用,然而小学 4~6 年级数学学习障碍学生在元认知知识以及元认知监控方面均存在一定问题,因此教师有必要在教学过程中有意识地加以训练。自我监控是元认知策略训练的一部分,因此对其进行训练能提升数学应用题解决能力。杨静在教数学应用题时,让数学学习障碍学生按照理解-计划-检查-执行-评价的自我监控步骤解题,学生的解题能力有所提升[37]。元认知缺乏的学生,解题过程中思维简单、僵化、不畅,难以举一反三,常常表现为解题无“经验”,不“顺利”,方法比较呆板[38]。因此,教师应帮助小学数学学习障碍学生形成系统的数学知识体系,引导其从多角度思考问题,帮助学生举一反三,解题时帮其分析问题的已知条件,厘清解题过程,并对解题过程进行反思。

4.4. 认知灵活性训练

在认知灵活性强的学生能够具有创造性思维去解决数学问题。由于小学高年级接触到更复杂的数学问题, 因此认知灵活性对于不同解题策略之间的选择发挥着重要的作用[12]。研究表明, 经过干预小学数学学习障碍学生的认知灵活性得以提升[39]。认知灵活性差的学生, 难以将新知识顺应和同化至已有的知识结构中且知识迁移能力弱[40]。数学应用题的类型多样, 需要数学学习障碍学生根据题型选择恰当的解决策略, 然而由于其认知灵活性较差, 在面对新的题型时可能会束手无策。因此在应用题的教学中, 教师可以引导学生从多个角度完成应用题, 同时培养学生运用、迁移、解题策略的能力, 进而提升其认知灵活性。

4.5. 数学阅读理解策略

读题是解决数学应用题的首要步骤[41], 因此数学学习障碍学生完成应用题时需要仔细阅读题干, 然而研究发现该类学生数学阅读理解水平弱, 普遍存在数学语言障碍[33], 其应用题解决水平低, 因此教师需要关注这类学生的数学阅读理解能力。教师可以通过培养学生的数学语言解读能力提升其应用题的理解水平: 第一, 交互利用预防性示范和引导性示范以培养学生养成良好的语言解读习惯和能力, 即教师可在学生做题时数学用词和作图的准确性和规范性以及在恰当的时间将学生经常且有共性的错误解读以示范的形式呈现, 从而避免错误的再次发生; 第二, 教师可将自己的解题思路告知学生; 第三, 教师可引导学生记数学课堂笔记和整理归纳错题; 第四, 引导学生梳理题目中的句法关系, 为构建数量或者空间奠定基础[33][42]。此外, 在读题中培养学生识别关键信息也十分重要, 教师可将相同类别的应用题归类, 引导学生识别同类问题的关键信息, 如行程问题有三大关键信息: 距离、速度和时间[41]。

5. 建议与展望

5.1. 研究对象有待拓展, 加强对少数民族小学数学学习障碍的研究

《关于构建优质均衡的基本公共教育服务体系的意见》中明确指出要加快民族地区教育发展[43], 此外, 国务院关于加快发展民族教育的决定中表明重视支持特殊教育, 因此重视少数民族地区特殊教育的研究是必要的。我国部分少数民族地区实行双语授课模式, 如西藏实行“汉 + 藏”双语授课模式。研究发现藏族数困生存在数学语言识别、转化等困难, 究其原因在于藏语 - 汉语 - 数学语言互译困难[33], 然目前少有研究者关注双语授课模式下少数民族地区小学数学学习障碍学生应用题解决能力的研究, 因此未来应重视这一领域的研究。

5.2. 研究领域有待扩宽, 加强对数学阅读理解的研究

读题是解题的前提, 理解题意是解题的关键, 数学阅读理解与小学数学学习障碍学生的应用题解决能力息息相关。当前我国关于小学数学学习障碍学生应用题解决能力的研究多聚焦于问题表征和执行功能, 较少关注数学阅读理解。普通儿童数学阅读理解的相关研究较为丰富, 因此未来研究应在借鉴普通儿童数学阅读理解研究的基础上, 加强小学数学学习障碍学生数学阅读理解对应用题解决能力的影响研究, 并在此基础上丰富数学阅读理解教学策略。

5.3. 教育干预策略有待丰富, 加强对教育干预策略的实证研究

根据数学学习障碍学生应用题解决能力缺陷, 研究者提出了不同的教育干预策略, 但呈现出不丰富、不完善的特点并且实证研究远落后于理论研究。问题解决常规教学常用于国外数学学习障碍学生应用题教学中[44], 未来可深入探讨该教学策略。此外, 关于数学阅读理解教育干预策略研究也较少有研究者关注, 因此, 未来应丰富和完善该策略。

参考文献

- [1] 戚洪祥. 数学问题解决: 演变、内涵及实践路径[J]. 上海教育科研, 2020(11): 88-92.
- [2] 核心素养研究课题组. 中国学生发展核心素养[J]. 中国教育学报, 2016(10): 1-3.
- [3] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [EB/OL]. <http://www.moe.gov.cn/srcsite/A26/s8001/202204/W020220420582349487953.pdf>, 2022-04-08.
- [4] 朱立明, 秦丹. 新课标下小学生数学核心素质的架构研究[J]. 课程·教材·教法, 2022, 42(7): 12-18.
- [5] 单洪雪. 小学生数学应用题解决的析因与发展研究[D]: [硕士学位论文]. 曲阜: 曲阜师范大学, 2006.
- [6] 刘岩, 段金利, 曲可佳. 三年级数学学习困难学生的视觉表征类型及其对应用题解决的影响[J]. 中国特殊教育, 2022(12): 63-70.
- [7] 陈立, 赵微. 我国数学学习困难研究现状述评[J]. 中国特殊教育, 2013(8): 61-66.
- [8] 胥兴春. 学习障碍儿童数学问题解决的表征研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南师范大学, 2002.
- [9] Bryant, D.P., Bryant, B.R. and Hammill, D.D. (2000) Characteristic Behaviors of Students with LD Who Have Teacher-Identified Math Weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, **33**, 168-177. <https://doi.org/10.1177/002221940003300205>
- [10] 朱楠, 王雁. 小学四年级数学学习困难儿童应用题解决过程的模式特点及有效性研究[J]. 中国特殊教育, 2014(5): 39-48.
- [11] 张燕, 田梦源, 杨晓梦, 等. 图片信息对数困生问题解决的影响: 来自眼动的证据[J]. 中国心理学会, 2022(9): 1255-1256.
- [12] 朱星星. 执行功能与小学中高年级学生数学学习的关系[D]: [硕士学位论文]. 西安: 陕西师范大学, 2021.
- [13] 马龙. 藏族数困生数学阅读理解困难的成因及对策研究[D]: [硕士学位论文]. 拉萨: 西藏大学, 2017.
- [14] 胥兴春, 刘电芝. 问题表征方式与数学问题解决的研究[J]. 心理科学进展, 2002, 10(3): 264-269.
- [15] 傅小兰, 何海东. 问题表征过程的一项研究[J]. 心理学报, 1995(2): 204-210.
- [16] 巴桑卓玛, 史宁中, 覃若男, 等. 藏族小学数困生应用题表征特点研究——以藏族四年级学生为例[J]. 数学教育学报, 2021, 30(1): 97-102.
- [17] 俞国良, 曾盼盼. 数学学习不良儿童视觉-空间表征与数学问题解决[J]. 心理学报, 2003, 35(5): 643-648.
- [18] 覃若男, 巴桑卓玛. 题目类型对藏族不同亚型数学学习困难儿童的问题表征影响[J]. 上饶师范学院学报, 2021, 41(6): 26-31.
- [19] 柳笛. 不同亚型数学学习困难儿童应用题问题表征过程的研究[J]. 心理与行为研究, 2018, 16(4): 497-504.
- [20] 李清. 基于 PASS 理论的小学数学学习困难儿童应用题问题表征研究[D]: [博士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2009.
- [21] 李婷. 拉萨市小学四年级数学学习困难学生应用题问题表征研究[D]: [硕士学位论文]. 拉萨: 西藏大学, 2020.
- [22] Hegarty, M. and Kozhevnikov, M. (1999) Types of Visual-Spatial Representations and Mathematical Problem Solving. *Journal of Educational Psychology*, **91**, 684-689. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684>
- [23] 曾盼盼, 俞国良. 小学生视觉-空间表征类型和数学问题解决的研究[J]. 心理科学, 2003, 26(2): 268-271.
- [24] van Garderen, D. (2006) Spatial Visualization, Visual Imagery, and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities. *Journal of Learning Disabilities*, **39**, 496-506. <https://doi.org/10.1177/00222194060390060201>
- [25] Lohman, D. (1988) Spatial Abilities as Traits Processes and Knowledge. In: Sternberg, R.J., Ed., *Advances in the Psychology of Human Intelligence*, Erlbaum, 18.
- [26] 张庆林, 管鹏. 小学生表征应用题的元认知分析[J]. 心理发展与教育, 1997(3): 13-16.
- [27] 任偲, 蔡丹. 执行功能训练对数学学习困难小学生数学能力的促进作用[J]. 中国特殊教育, 2019(6): 63-71.
- [28] 朱星星, 赵微. 我国数学学习障碍学生执行功能研究热点与前瞻[J]. 现代特殊教育, 2020(22): 48-53.
- [29] 初伟. 执行功能对数困与非数困儿童应用题解题过程表现的影响[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2019.
- [30] Agostino, A., Johnson, J. and Pascual-Leone, J. (2010) Executive Functions Underlying Multiplicative Reasoning: Problem Type Matters. *Journal of Experimental Child Psychology*, **105**, 286-305. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.09.006>

-
- [31] Andersson, U. (2008) Mathematical Competencies in Children with Different Types of Learning Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, **100**, 48-66. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.1.48>
- [32] 王曙升. 4~6 年级数学学习困难学生数学应用题阅读理解特点及眼动研究[D]: [硕士学位论文]. 开封: 河南大学, 2012.
- [33] 马龙. 藏族数困生数学阅读理解困难的成因及对策研究[D]: [硕士学位论文]. 拉萨: 西藏大学, 2017.
- [34] 王金凤, 张向葵. 10-15 岁儿童图式表征发展特点的实验研究[C]//中国心理学会. 第九届全国心理学学术会议文摘选集. 北京: 中国心理学会出版, 2001: 84-85.
- [35] 张雪薇. 图式表征法提升数学学习困难儿童应用题解决能力的干预研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆师范大学, 2021.
- [36] 王云峰. 基于图示的教学在学习障碍儿童应用题教学中的应用[J]. 现代特殊教育, 2018(24): 35-41.
- [37] 杨静. 自我监控策略对小学数学学习障碍学生解题的个案研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆师范大学, 2011.
- [38] 沈南山. 发掘元认知实现对波利亚解题思想的超越[J]. 数学教育学报, 2001, 10(3): 40-42.
- [39] 王丽丹. 小学数学学习困难儿童计划和执行功能的特点与教学干预研究[D]: [硕士学位论文]. 湖州: 湖州师范学院, 2022.
- [40] 刘正凤, 赵继源, 李碧荣. 认知灵活性理论及其在数学教学中的运用[J]. 当代教育论坛(综合研究), 2010(25): 102-103.
- [41] 马艳云. 关键信息对正确解决数学应用问题的影响研究[J]. 中国特殊教育, 2019(7): 82-90.
- [42] 余秀萍. 数学语言解读能力及其培养[D]: [硕士学位论文]. 上海: 上海师范大学, 2007.
- [43] 国务院办公厅. 《关于构建优质均衡的基本公共服务教育体系的意见》[EB/OL]. https://www.gov.cn/zhengce/202306/content_6886110.htm, 2023-06-13.
- [44] 侯婷婷, 张婷. 对数学学习障碍学生的数学教学研究进展[J]. 中国特殊教育, 2019(11): 57-63, 80.