Advances in Education 教育进展, 2024, 14(11), 559-565
Published Online November 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2024.14112096

课程思政理念下《高等数学》中曲面面积的教学案例分析

李华灿[1]，李群芳[2]

[1]赣南科技学院文法学院，江西 赣州
[2]赣州师范高等专科学校数学系，江西 赣州

收稿日期：2024年10月8日；录用日期：2024年11月6日；发布日期：2024年11月13日

摘 要

课程思政理念要求所有课堂都要有育人功能，鉴于《高等数学》课程思政建设中存在的“思政”元素，本文以《高等数学》为例，以求解曲面面积为研究对象，探索其在教学设计中的具体体现，并指出其在课程思政中的重要融合点，从而为重新建构《高等数学》知识体系奠定理论基础。

关键词

《高等数学》，课程思政，曲面积分，风云四号B星

Analysis of Teaching Cases of Surface Area in “Higher Mathematics” under the Concept of Course Ideology and Politics

Huacan Li[1], Qunfang Li[2]

[1]School of Liberal Arts, Gannan University of Science and Technology, Ganzhou Jiangxi
[2]Department of Mathematics, Ganzhou Teachers College, Ganzhou Jiangxi

Received: Oct. 8th, 2024; accepted: Nov. 6th, 2024; published: Nov. 13th, 2024

Abstract

The concept of course ideology and politics requires that all classrooms have the function of educating people. In view of the existence of “politics” elements in the construction of course ideology and politics in “Higher Mathematics”, this paper takes “Higher Mathematics” as an example, takes solving the surface area as the research object, explores its specific embodiment in the teaching design, and points out its important integration point in course ideology and politics, so as to lay a theoretical foundation

文章引用: 李华灿, 李群芳. 课程思政理念下《高等数学》中曲面面积的教学案例分析[J]. 教育进展, 2024, 14(11): 559-565. DOI: 10.12677/ae.2024.14112096

for the reconstruction of the knowledge system of “Higher Mathematics”.

Keywords

“Higher Mathematics”, Course Ideology and Politics, Surface Integration, Fengyun-4B Star

1. 引言

所谓“课程思政”，就是把思想教育融入课程的实际教学当中。在更深层的层面上，课程思政就是以构建全方位、全过程、全课程育人模式的方式，使各种课程和思想政治理论课齐头并进，产生合力，以“立德树人”为基本任务的全面的教学观念。因此，从根本上来说，这也是一种以培养学生为目标的教育。2016 年，全国高校思想政治工作会议上强调，“要坚持把立德树人作为中心环节，把思想政治工作贯穿教育教学全过程，实现全程育人、全方位育人”、“要用好课堂教学这个主渠道”、“所有课堂都要有育人功能，不能把思想政治工作只当作政治理论课的事，其他各门课都要守好一段渠、种好责任田”，提出了“各类课程与思想政治理论课同向同行，形成协同效应”的要求[1] [2]。然而，在现实的课程教学中，特别是在数学、物理等自然科学领域的教学中，思想政治教育的功能很难得到充分的发挥，存在为了思政而思政的现象。由于《高等数学》是理工科学生必修的一门公共基础课，具有学习时间长、知识抽象、逻辑性强等特征，它对于学生良好的数学素养的形成以及后续课程的学习起着至关重要的作用。

2. 在《高等数学》教学中引入课程思政的几个切入点

1) 以立德为本，为“中国智造”培养高质量的人才。从教师职业道德入手，在潜移默化中培养学生的品德、德、美、劳，以及对中华的热爱，开拓创新的精神，以及中外数学家的科学精神，爱国主义精神；在教学过程中，要将“奉献”的科学精神与“奉献”精神有机地融合在一起，以提高学生对真理的责任感和使命感。如在教学曲率时，先让学生了解高速铁路的设计背景，然后提问；让学生运用他们所学到的知识来解决相关的实际问题，体现出数学的广泛运用和数学的重要意义，培养他们的责任感与使命感。在讲解微元法的时候，要做到“古今贯通”，理清定积分的发展脉络，并在教学中融入中外数学家的科学精神和爱国情怀。

2) 把《高等数学》中蕴含的辩证唯物主义、历史唯物主义的观点与教学内容相结合，使学生在学习中形成正确的世界观。如在教学定积分时，利用四步法，从量变到质变的变化；要把马克思主义和科学精神有机地结合起来。在教学中，将趣味化的魔术引入课堂，激发了学生的兴趣，让他们能积极地参与到课堂中来；在此过程中，学生的探究和创造能力也得到了充分的发展。而在揭开魔法的时候，则是透过现象看到实质，把马克思主义与发现、探索等科学精神的培养相结合，让学生能够运用所学到的理论知识来解决实际问题。

3) 注重数学模型的建立，使学生能够灵活地应用所学的理论和方法，使他们养成观察仔细、分析仔细、善于总结的良好的思维素质。如在教学中，运用数学模型的思路，对“嫦娥五号”返回舱的容积、国家大剧院的容积进行了计算。运用数学模型的方法对易拉罐进行优化设计，解决曲线的设计等。在“做中学”的过程中，既能培养学生热爱科学，又能调动学生的学习热情，提高学生的学习效率。

3. 课程的教学设计

下面以“曲面面积”为例[3]，说明思政元素在《高等数学》课程思政教学设计中的体现。

3.1. 学情分析

学生对二重积分的概念、性质及运算法则[4]已经掌握，能求解一部分函数的二重积分，通过二重积分会计算不规则平面的面积，并对空间中不规则曲面面积的求解产生了极大的兴趣，为本节内容学习打下一定的基础。本节介绍的曲面面积的求解是微积分的“应用”，难以理解，要讲解透彻。曲面面积的求解在现实中有着很丰富的实际意义，在应用数学领域中起着特别重要的作用，是后面学习线面积分的基础，所以本节课要将知识的来龙去脉讲清楚，是函数积分学的重要组成部分。

3.2. 教学内容分析

1) 教学基本内容分析

曲面的面积求解是微积分的“应用”，理解“曲面面积的微元与坐标面上面积微元之间的关系”是我们后面学习微积分的基础。曲面面积的微元与坐标面上面积微元之间的关系，是我们后面一些定理证明需要运用的结果。

2) 教学重难点分析

重点：曲面面积的计算方法。

重点应对：“抓两面、突重点”。

启发式教学，从思想上激发学生探究曲面面积的动机，由卫星信号覆盖问题引出学习内容，启发学生探索曲面面积的求解方法；逻辑思维能力培养，在教学过程中引导学生由浅入深、由具体到抽象，层层递进，使学生掌握曲面面积的求解方法。

难点：曲面面积的微元与坐标面上面积微元之间的关系。

难点突破：运用积分的基本思想，曲面在一点的切平面与在坐标面上投影之间的关系，通过严密的逻辑分析，推导出曲面面积的微元与坐标面上面积微元之间的关系。

3.3. 教学目标

1) 知识目标。理解曲面的面积微元可用曲面在一点的切平面的面积微元来代替的思想；掌握曲面在任一点的切平面与在坐标面上投影之间的关系；掌握曲面在任一点的切平面的面积与在坐标面上投影面积之间的关系。

2) 能力目标。会运用坐标面上面积的微元求曲面面积的微元。

3) 素质目标。通过曲面面积的学习，学生提高了数学语言表达能力；通过对曲面面积微元与坐标面上面积微元的关系，学生发展了数学逻辑思维。

4) 思政目标。曲面面积的概念反映出了客观世界普遍联系和永恒发展的辩证图景，引导学生理解学好数学在民族振兴、国家富强中的重要作用。

3.4. 教学思想

本次课遵循“以学生为主体，融入思政元素、培养逻辑思维”的教学理念，实现以下教学目标：

1) 创设情境，讲述卫星覆盖问题，激发学生的学习兴趣。

2) 通过具体的例子帮助学生理解抽象的曲面面积的概念，通过严密的分析证明曲面面积的微元与坐标面上面积的微元之间的关系，发展学生的数学逻辑思维，提高数学逻辑推理能力，实现数学素养与应

用能力“双向提升”。

3) 注重“思政”与“课程内容”的结合，提高“教学”和“育人”的质量。

3.5. 教学方法

1) 案例讲授法：通过计算“风云四号 B 星”卫星信号的覆盖面积导入新课，激发学生的学习兴趣，通过具体例子讲授，使学生理解曲面面积计算的重要作用。

2) 探究式教学模式：通过设置问题，启发学生积极思考，讲授曲面面积的微元与坐标面上面积的微元之间的关系是如何得到的。

3) 分组讨论法：引导学生分组讨论曲面面积的微元与坐标面上面积的微元之间的关系，进而使知识系统化、条理化。

3.6. 课前(线上)教学过程设计

1) 重点学习本课程团队建设的“学习通”线上资源“曲面面积”的学习任务。

2) 完成“曲面面积”的线上测试。

3) 学习其它辅助课程资源。

3.7. 课堂(线下)教学过程设计

1) 新课引入：

计算“风云四号 B 星”卫星信号的覆盖面积[5] [6]。

引例：如何计算“风云四号 B 星”卫星信号的覆盖面积？解决全覆盖问题？

分析：通过建立卫星覆盖的曲面模型计算覆盖曲面的面积，这就是曲面面积求解的实际案例。

2) 数形结合、讲授新知

通过设问题，引导学生分组讨论，帮助其构建新知。

设问 1：那么求曲面的面积是否能借助积分思想？

学生分组讨论，问题能有效地启发学生思考，分组讨论引导学生自主探究曲面面积微元的表达式。

上面的问题可以数学化为：设曲面 S 的方程为 $z=f(x,y)$，D 是 S 在 xoy 平面上的投影，$f(x,y)$ 在 D 上具有连续偏导数，试计算曲面 S 的面积 S。

在 D 上任取一微块 $\mathrm{d}\sigma$，位于 $x,x+\mathrm{d}x,y,y+\mathrm{d}y$ 之间，显然 $\mathrm{d}\sigma=\mathrm{d}x\mathrm{d}y$。以 $\mathrm{d}\sigma$ 的边界为准线作母线平行于 z 轴的柱面，该柱面在曲面 S 上截下一微块 $\mathrm{d}S=S_{\square MM_1M_3M_2}$，在点 $M(x,y,f(x,y))$ 的切平面上截下一微块 $\mathrm{d}A$。显然，点 $M(x,y,z)$ 在 xoy 面上的投影为点 $P(x,y)$，$\mathrm{d}S$ 在 xoy 面上的投影为 $\mathrm{d}\sigma$。设 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{OM}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+f(x,y)\boldsymbol{k}$，则 $\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial x}=\boldsymbol{i}+f(x,y)\boldsymbol{k}$ 是曲线 $\overset{\frown}{MM_1}$ 在 M 点的切线方向，且 $\left|\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial x}\mathrm{d}x\right|=\left|\overset{\frown}{MM_1}\right|$，$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial y}=\boldsymbol{j}+\frac{\partial z}{\partial y}\boldsymbol{k}$ 是曲线 $\overset{\frown}{MM_2}$ 在 M 点的切线方向，且 $\left|\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial y}\mathrm{d}y\right|=\left|\overset{\frown}{MM_2}\right|$。

显然，以 $\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial x}\mathrm{d}x$ 与 $\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial y}\mathrm{d}y$ 为邻边的平行四边形的面积 $\mathrm{d}A$ 等于曲面面积 $\mathrm{d}S$，因为：

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial x}\times\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial y}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 0 & \frac{\partial z}{\partial x}\\ 0 & 1 & \frac{\partial z}{\partial y}\end{vmatrix}=\frac{\partial z}{\partial x}\boldsymbol{i}-\frac{\partial z}{\partial y}\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$$

DOI: 10.12677/ae.2024.14112096

所以

$$\mathrm{d}S=\mathrm{d}A=\left|\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial x}\mathrm{d}x\times\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial y}\mathrm{d}y\right|=\left|\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial x}\times\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial y}\right|\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

这就是曲面 S 的微面积元。

设问 2：曲面面积的微元与它在坐标面上的投影面积有何关系？

曲面微面积元也可以这样理解：设 S 在点 M 处的法线 $\boldsymbol{n}$ 的方向角为 α,β,γ，则有 $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}S}=\cos\gamma$，于是有：

$$\mathrm{d}S=\frac{1}{\cos\gamma}\mathrm{d}\sigma=\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

于是就有如下的曲面面积计算公式：

$$S=\iint_S\mathrm{d}S=\iint_D\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

设曲面 S 的方程为 $x=g(y,z)$ 或 $y=h(x,z)$，S 在 yoz 面与 zox 面的投影区域分别为 D_{yz} 与 D_{xz}，$\mathrm{d}S$ 在 yoz 面与 zox 面的投影分别为 $\mathrm{d}\sigma_{yz}$ 与 $\mathrm{d}\sigma_{zx}$，类似地，有：

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{yz}}{\mathrm{d}S}=\cos\alpha,\quad S=\iint_D\sqrt{1+\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2}\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

或

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{zx}}{\mathrm{d}S}=\cos\beta,\quad S=\iint_{D_{zx}}\sqrt{1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}z$$

需要强调的是，曲面 S 上的微面积元 $\mathrm{d}S$ 与对应切平面上的微面积元 $\mathrm{d}A$ 的误差是无穷小量，可以说是精确相等，即 $\mathrm{d}S=\mathrm{d}A$。

例 1：求半径为 a 的球的表面积。

解：上半球面方程为 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$，其在 xoy 面上的投影区域 $D=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\le a^2\right\}$，因

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{-x}{\sqrt{a-x^2-y^2}},\quad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{-y}{\sqrt{a-x^2-y^2}}$$

故

$$\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}=\frac{a}{\sqrt{a-x^2-y^2}}$$

因这函数在闭区域 D 上无界，不能直接应用曲面面积公式，故先取区域 $D_1=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\le b^2\right\}=\left\{(\rho,\theta)\mid 0\le\rho\le b,0\le\theta\le 2\pi\right\}(0<b<a)$ 为积分区域，再令 $b\to a$ 就可求得半球面的面积 $\frac{1}{2}S$。

$$S_1=\iint_{D_1}\frac{a}{\sqrt{a-x^2-y^2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=a\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^b\frac{\rho\mathrm{d}\rho}{\sqrt{a-\rho^2}}$$
$$=2\pi a\int_0^b\frac{\rho\mathrm{d}\rho}{\sqrt{a-\rho^2}}=2\pi a\left(a-\sqrt{a^2-b^2}\right)$$

$$\frac{1}{2}S=\lim_{b\to a}S_1=2\pi a^2$$

$$S=4\pi a^2$$

设置问题，启发学生积极探索曲面面积的微元与坐标面上面积的微元之间的关系，并通过例题进一步理解曲面面积微元表示式的重要性，要着重讲解。

3) 升华、理解新知

通过具体的例子探究曲面面积的求解在实际中的应用，引导学生理解学好数学在民族振兴、国家富强中的重要作用。

设问 3：课前引入计算卫星覆盖的面积应如何计算？

例 2：设有一颗地球同步轨道通讯卫星，距地面的高度为 $h=36000\text{ km}$，运行的角速度与地球自转的角速度相同，试计算该通讯卫星的覆盖面积与地球表面积的比值(地球半径 $R=6400\text{ km}$)。

解：取地心为坐标原点，地心到通讯卫星中心的连线为 z 轴，建立坐标系。

设通讯卫星覆盖的曲面 S 是上半球面被半顶角为 α 的圆锥面所截得的部分，S 的方程为：

$$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}\text{ ，}\quad x^2+y^2\le R^2\sin^2\alpha$$

S 在 xoy 面上的投影区域为：

$$D_{xy}=\left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le R^2\sin^2\alpha\right\}=\left\{(\rho,\theta)\,|\,0\le\rho\le R\sin\alpha,0\le\theta\le2\pi\right\}$$

则通讯卫星的覆盖面积 S 为：

$$S=\iint_{D_{xy}}\sqrt{1+\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}yS_1=\iint_{D_1}\frac{R}{\sqrt{R^2-x^2-y^2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{R\sin\alpha}\frac{R\rho\mathrm{d}\rho}{\sqrt{R^2-\rho^2}}=2\pi R^2(1-\cos\alpha)$$

由于 $\cos\alpha=\dfrac{R}{R+h}$，代入上式得：

$$S=2\pi R^2\left(1-\frac{R}{R+h}\right)=2\pi R^2\frac{h}{R+h}$$

由此得出这颗通讯卫星的覆盖面积 S 与地球表面积之比为：

$$\frac{S}{4\pi R^2}=\frac{h}{2(R+h)}=\frac{36\times10^6}{2(36+6.4)\times10^6}\approx42.5\%$$

即卫星覆盖了全球三分之一以上的面积，故使用三颗相隔 $\dfrac{2}{3}\pi$ 的通讯卫星就可以覆盖几乎全部地球表面。

3.8. 课堂小结与展望

1) 小结：曲面面积微元与坐标面上面积微元之间的关系；曲面面积微元的公式；曲面面积的计算公式；利用曲面面积的计算公式求曲面面积。

2) 思考：曲面面积微元与坐标面上面积微元的关系。

3) 展望：重积分在物理学中求质心与转动惯量中的应用[7]。

4. 结语

《高等数学》的教学应当是将知识传授、价值塑造和能力培养有机地融合在一起的产物，而不只是

单纯地在教学中加入一些思想政治教育要素，而要与《高等数学》的学科特性紧密地联系在一起，挖掘出其中独特的德育因素，将其潜移默化地渗透进《高等数学》的教学之中。最后，通过对数学的系统研究，既可以为学生以后的专业课程提供所需要的基本数学知识和操作技能，也可以让他们在数学的抽象、逻辑和严谨上得到基本的培养，培养他们对逻辑关系的了解与应用、对抽象事物的研究与了解、对数字的认识与运用的基本能力。将思想政治教育与教学内容有机地结合起来，有助于为“中国智造”、“中国创造”提供高质量的新型劳动者，让他们在社会主义建设过程中能够充分发挥自己的作用。

基金项目

本文系赣州师范高等专科学校 2024 年校级课题“翻转课堂与传统课堂的比较研究”(No. SZ2024002)的阶段性研究成果。

参考文献

[1] 李莉, 刘聪聪, 项亚光. 破解“课程” “思政”融合难痼疾的课程场视角[J]. 扬州大学学报(高教研究版), 2023, 27(1): 103-110.

[2] 许明月. 高校课程思政三大体系构建[J]. 高教学刊, 2023, 9(5): 181-184.

[3] 华东师范大学数学系. 数学分析(下册) [M]. 第 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2010.

[4] 同济大学数学系. 高等数学(下册) [M]. 第 7 版. 北京: 高等教育出版社, 2014.

[5] 贾耀红, 任立清, 郭强. 风云四号气象卫星地面测距系统精度改进技术[J]. 气象科技, 2020, 48(5): 630-634.

[6] 曹冬杰. 风云四号静止卫星闪电成像仪监测原理和产品算法研究进展[J]. 气象科技进展, 2016, 6(1): 94-98.

[7] 梁铭涛, 张晟, 刘磊, 等. 惯性传感器测试质量质心测量装置及方法研究[J]. 工具技术, 2024, 58(3): 124-131.