

斐波那契数列的课堂启发式引入和应用探讨

刘赛华, 张伟鹏

五邑大学数学与计算科学学院, 广东 江门

收稿日期: 2024年11月12日; 录用日期: 2024年12月11日; 发布日期: 2024年12月19日

摘要

在课堂教学中, 采用有趣的教学内容引入方式能够有效激发学生的学习兴趣, 明确教学目标, 并提高课堂教学效率。本文以斐波那契序列的教学为例探索了游戏引入的方法在课堂教学中的作用。我们首先以数学游戏的方式引出斐波那契数列的概念, 并分析了其在近似计算中的应用。游戏引入加应用探索的方式成功激发了学生的学习兴趣, 并加强了学生对知识的理解程度和应用能力。

关键词

教学引入, 斐波那契数列, 游戏引入

Exploration of Classroom Heuristic Introduction and Application of Fibonacci Sequence

Saihua Liu, Weipeng Zhang

School of Mathematics and Computational Science, Wuyi University, Jiangmen Guangdong

Received: Nov. 12th, 2024; accepted: Dec. 11th, 2024; published: Dec. 19th, 2024

Abstract

In classroom teaching, employing engaging methods to introduce course content can effectively stimulate students' interest in learning, clarify teaching objectives, and enhance the efficiency of classroom instruction. This paper takes the teaching of the Fibonacci sequence as an example to explore the role of game-based introductions in classroom teaching. We initially introduce the concept of the Fibonacci sequence through mathematical games and analyze its application in approximate calculations. The approach of combining game introduction with application exploration successfully ignited students' interest in learning and strengthened their understanding and application abilities regarding the knowledge.

Keywords

Teaching Introduction, Fibonacci Sequence, Game Introduction

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

课堂教学引入是一门艺术,也是一种技能[1]。其方式多种多样,如实验,实例引入,故事引入,游戏引入以及其它各种引入方式[2]。合适的引入方式一方面可以尽快的将学生注意力集中到课堂上来,另一方面能将枯燥的知识有趣地展示出来,从而让学生对相应的知识点理解透彻,记忆深刻[3]。

研究生教育是现代大学教育的重要组成部分。其课堂教学模式影响到学生课堂知识的吸取,更进一步的会对研究生的科研工作产生深远的影响。因此,在研究生教育中,寻求科学合理的课堂教学模式也是我们研究生教育改革中必须考虑的重要环节。本研究以研究生课程《组合数学》中的斐波那契数列(Fibonacci)为例,通过采用数学游戏作为教学手段,分析了如何有效地将斐波那契数列融入课堂,并评估了这种方法对学生学习兴趣、理解程度和应用能力的积极影响。

斐波那契数列,又称黄金分割数列。斐波那契数列中的斐波那契数广泛地出现在我们生活周围[4]。斐波那契序列具有非常好的性质,其一表现在当项数 n 趋向于无穷大时,前一项与后一项的比值越来越逼近黄金分割 0.618,其二表现在,前后项之差与前一项之间的比值也是逼近黄金分割的。

2. 游戏引入

有一种两人游戏,名叫“尼姆”。游戏规则:从一堆粒数不限的砂子中,甲乙双方轮流取一定数目的沙子。最先取的一方可以取任意粒,但不能将所有沙子取完,在轮流取沙的过程中,后者取沙的数量要求总是不超过前者所取砂子数的一倍。这样交替地进行下去,直到全部砂子被取光为止,谁能拿到最后一粒砂子,谁就算胜利者。

抛出游戏规则后,让学生自行分组进行游戏,也可以教师作为一方,学生作为另一方进行游戏。首先进行简单的游戏,以共有 5 颗沙子的沙堆为例,请学生方先取:若学生方取沙超过 1 颗,则余下的沙子教师方可一次取完,教师胜。因此,学生方只能取 1 颗沙子,教师方也取 1 颗沙子。再轮到学生方取时,按照游戏规则,学生方最多取两颗。若其取 1 颗,则教师取剩下的 2 颗,教师赢;若学生方取 2 颗则教师方取剩下的 1 颗,教师赢。可见当沙子的数目是 5 时,无论如何都是后取的一方(教师方)胜利。

游戏还可以以 2 颗沙子, 3 颗沙子, 8 颗沙子和 13 颗沙子为例,大家会发现无论是学生方还是教师方,先取的一方一定是输,将这些数字排列出来是:

2, 3, 5, 8, 13, 21, ……

这一组数字叫做斐波那契数。结论是:在这个游戏中,若所有砂子的粒数是个斐波那契数的话,那么后取的一方稳操胜券,但如果砂子数目不是一个斐波那契数的话,那么先取的一方稳胜。事实上,若沙子的数目不是斐波那契数,则先取的一方只需取走少量使得沙子数目为比原来数目小的那个最大的斐波那契数即可,则后取的一方则因为变成新的先取一方且沙子数目是一个斐波那契数而必输无疑。

有趣的数学游戏,难以解释的数字规律让学生必定对斐波那契数组充满好奇。从而让数学课堂变得生动活泼,激发学生的学习兴趣。这些游戏不仅能够帮助学生巩固数学概念,还能培养他们的逻辑思维

能力和团队合作精神。

3. 在解决问题中探讨知识特征

在游戏中引出的斐波那契数到底有何特征, 这正是堂课学习的重点。若在课堂中使用直接给出特征再证明的传统教授方式, 又会使课堂陷入枯燥中。提炼出这组数列的特征可以从另一个有趣的数学问题入手。

已知一对兔子每一个月可以生一对小兔子, 而一对兔子出生后。第三个月开始生小兔子, 假如一年内没有发生死亡, 则一对兔子一年内能繁殖成多少对?

不难发现, 从第三个月开始, 每个月的兔子都来源于上月的兔子和上上月的兔子生产的新兔子。因此, 这个问题可以用一个递推关系解决:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, a_1 = a_2 = 1.$$

由这个递推关系得出的数列就叫斐波那契数列。尼姆游戏中的后取方必赢的沙子数目恰好就是斐波那契数列中的数字。事实上, 不难从这个递推关系中严格推导出游戏结果必然产生的原因。

有趣的数学游戏, 难以解释的数字规律让学生必定对斐波那契数组充满好奇。从而让数学课堂变得生动活泼, 激发学生的学习兴趣。这些游戏不仅能够帮助学生巩固数学概念, 还能培养他们的逻辑思维能力 and 团队合作精神。

4. 斐波那契数列在优选法中的应用

斐波那契数列的这种递推关系在数学中有许多有趣的应用。其中一个经典的应用是斐波那契数列在优选法中的应用[5]。优选法研究的是进行实验的方法, 以期提高实验效率。假设函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 上有单峰极大值点(即只有一个极值点)。若此函数不是初等函数, 则通常我们需要用到实验的方法求得极值点。最简单的办法是三分法, 即将区间进行三等分, 取两个中间节点计算函数值进行比较, 从而舍去三个子区间中的一个, 即舍去原区间的三分之一长度。在剩下的区间上进行同样的操作, 直到所剩区间长度小于给定的精确度, 则可得到近似的极值点。此方法最大的缺点在于前一次划分的试验点在后一次划分过程中失效, 所以每次要重新计算, 效率很低。另一种改进的优选法称为 0.618 法, 即取区间长度的 0.618 点和 0.382 点, 则前一次实验区间里保留下来的点经计算仍是后一次实验区间中的 0.618 点或是 0.382 点, 可以继续使用其函数值, 因此只需在新区间中再计算一个点的函数值就可以了。另一方面, 舍去的区间是实验区间长度的 0.382, 大于三分之一, 效率也提高了。

事实上, 优选法还可以借助斐波那契数列的性质进一步改进。用斐波那契数来完成优选法的不同点在于它预先确定实验次数。假设 a_n 表示第 n 个斐波那契数, 将区间 (a, b) 分成 a_{n+1} 等分。第一轮试验点为 a_{n-1} 和 a_n 。通过比较, 第一轮结束后或者保留 $[0, a_n]$ 区间, 则此时 a_{n-1} 结果继续留用; 或者保留 $[a_{n-1}, a_{n+1}]$ 区间, 则原来的 a_n 作为新区间的第 a_{n-2} 点留用。与 0.618 法相同的是前一次实验中均有一个试验点的结果可以留用。产生这种结果的原因恰好就是斐波那契数列的递推关系。斐波那契数的选取法比 0.618 法的优越之处在于它适用于参数只能取整数的情形。

有趣的是, 这组特殊的整数数列的通式却可以用无理数表示出来[5]:

$$a_n = (\alpha^n - \beta^n) / \sqrt{5},$$

$$\text{其中 } \alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

5. 总结

在游戏中, 学生获得游戏失败和成功的体验激发了学生们对数列规则的探究欲望。学生为了了解游

戏的奥妙,通过严格的数学证明,更深刻地掌握了斐波那契数列的美妙性质及相应的应用方法[6]。

研究生的课堂教学主要是为研究生的科研工作做准备。因此,课堂教学效果应当具备研究基础性、科研启发性、科学应用性。在游戏和问题中引出教学内容恰能体现出这种启发性和应用性。而且,能使得枯燥的研究生课堂从单一的“定义-定理-证明-推论”模式向多样化、生动化、趣味化改进。另一方面,多样化和趣味化并不意味着知识的简单化和模糊化,调动起学生的认知积极性之后,严格的数学推理又能将知识清楚地展现出来。两者的结合能让学生对所学知识记忆深刻,不仅能记住其然还能记住其所以然。

教师通过将所教内容与游戏活动加以整合,可以充分激发学生的学习兴趣和学习动机,活跃课堂气氛。当然,教师也应根据不同的教学内容设计相应合适的教学模式和引入方式。特别地,在用游戏引入教学知识的过程中要注意下列问题:一是引入学生感兴趣的 game;二是 game 引入贴近教学内容;其次, game 引入课堂教学衔接要自然。

基金项目

五邑大学学位与研究生教育改革研究项目(YJS-JGXM-15-02);五邑大学课程思政示范课程项目(SZ2021008);五邑大学本科高质量课程建设与创新创业教育建设改革项目(KC2022040)。

参考文献

- [1] 孙璐,郭成.教学心理学丛书——课堂教学设计[M].北京:人民教育出版社,2006.
- [2] 曹素玲.数学 game 引入数学课堂的教学设计[D]:[硕士学位论文].上海:上海师范大学,2005.
- [3] 白梅.数学课堂引入多元化活动的教学研究[J].成长,2024(11):148-150.
- [4] 黄跃洁.巧用构造探究斐波那契数列的通项[J].新世纪智能,2024(C1):9-12.
- [5] 卢开澄,卢华明.组合数学[M].北京:清华大学出版社,2006.
- [6] 胡涛.斐波那契数列的推广与性质[J].数学通报,2019,58(8):58-62.