

《概率论与数理统计》课程思政元素挖掘与探讨

姚慧子, 晋守博, 蔡运鹏

宿州学院数学与统计学院, 安徽 宿州

收稿日期: 2024年11月17日; 录用日期: 2024年12月14日; 发布日期: 2024年12月24日

摘 要

《概率论与数理统计》是我国高校理工科的专业基础课之一, 其中所包含的理论和方法在工农业、军事科学中都有应用。在课程思政的教学背景下, 探索研究《概率论与数理统计》课程中的思政教育, 结合知识点全方位深度挖掘《概率论与数理统计》中的思政元素。教学前设计好思政教学案例, 在课堂教学中巧妙地融入思政元素, 不仅要教授学生相关知识, 同时也要对学生进行思想政治教育, 达到“润物细无声”的育人效果。本文旨在通过传授知识、提高技能、拓展思维、培育品质和引领价值等多个维度, 深入探讨课程中可融入的思政教育元素, 实现全程育人和全方位育人的目标。在概率论课程中融入思政教育, 不仅能够培养学生的专业素养, 还能引导他们树立正确的世界观、人生观和价值观, 成为具备高度责任感和使命感的新时代人才。

关键词

课程思政, 《概率论与数理统计》, 思政元素

Mining and Discussion of Ideological and Political Elements in the Course of “Probability Theory and Mathematical Statistics”

Huizi Yao, Shoubo Jin, Yunpeng Cai

College of Mathematics and Statistics, Suzhou University, Suzhou Anhui

Received: Nov. 17th, 2024; accepted: Dec. 14th, 2024; published: Dec. 24th, 2024

文章引用: 姚慧子, 晋守博, 蔡运鹏. 《概率论与数理统计》课程思政元素挖掘与探讨[J]. 教育进展, 2024, 14(12): 965-971. DOI: 10.12677/ae.2024.14122368

Abstract

“Probability Theory and Mathematical Statistics” is one of the basic courses of science and engineering in colleges and universities in China, and the theories and methods contained in it have been applied in industry, agriculture and military science. In the context of the teaching of ideology and politics in the course, this paper explores and studies the ideological and political education in the course of “Probability Theory and Mathematical Statistics”, and combines the knowledge points to explore the ideological and political elements in “Probability Theory and Mathematical Statistics” in an all-round way. Before teaching, ideological and political teaching cases should be designed, and ideological and political elements should be skillfully integrated into classroom teaching, not only to teach students relevant knowledge, but also to carry out ideological and political education for students, so as to achieve the educational effect of “moisturizing things silently”. This paper aims to deeply explore the elements of ideological and political education that can be integrated into the curriculum through multiple dimensions, such as imparting knowledge, improving skills, expanding thinking, cultivating quality and leading value, so as to achieve the goal of whole-process and all-round education. Integrating ideological and political education into the probability theory course can not only cultivate students’ professional quality, but also guide them to establish a correct world view, outlook on life and values, and become talents in the new era with a high sense of responsibility and mission.

Keywords

Curriculum Ideology and Politics, “Probability Theory and Mathematical Statistics”, Ideological and Political Elements

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

习近平总书记在全国高校思想政治工作会议上强调课堂教学是进行思政教育的重要途径，每个课程都要与思想政治理论课同向同行，把“立德树人”作为教育的根本任务[1]。高校是我国培养人才的主要基地，因此应当大力推动基础课程和专业课程思政教育的改革与实践，从而全面提高人才培养的质量。习近平强调，党领导下的高校具有中国特色社会主义的特点，因此根据我国特殊的文化和国情，确定了我国应当办好具有中国特色社会主义特色的高校。

《概率论与数理统计》是近代数学的重要组成部分，在绝大部分理科、工科专业以及管理类专业，都是重要的专业基础课程，对逻辑思维与辩证思维的培养有着重要的作用。从思政角度来看，《概率论与数理统计》中所蕴含的量变与质变、偶然性与必然性、矛盾与对立的思想能够引导学生用不同的角度看待问题。目前高校学生处在大数据时代和科学技术飞速发展的背景之下，世界观、人生观和价值观还未发展成熟，因此需要教师在教学过程中挖掘思政育人元素，对学生进行思政启发，增强课堂趣味性的同时培养学生良好的品德。

《概率论与数理统计》作为一门经典学科具有深厚的历史底蕴，在教学过程中融入数学史和数学家的介绍，能够激发学生的爱国主义和民族自豪感。大学数学包含了高等数学、线性代数和概率论与数理统计，这三门课程之间有着紧密的联系，为课程思政的实施提供了有利的条件。此外，《概率论与数理

统计》的内容也更加贴近生活，为实施课程思政提供良好基础，也能加深学生对知识的理解与掌握。

2. 概率论与数理统计中的思政元素

2.1. 利用榜样精神树立文化自信

教师在教学过程中应当着重介绍我国优秀概率论学者，让学生能够从这些学者的身上获得文化自信，提高自身探索科研的精神。比如在概率论的第一次课中，讲该学科的起源与发展时就可以提到我国著名概率论学者王梓坤院士，他是中国概率论研究的先驱和主要领导者之一，在数学理论方面，首创极限过渡的概率方法，主要研究的是一类重要的随机过程，即马尔可夫过程，他的研究成果受到国际权威学者的高度评价[2]。王梓坤院士认为理想、勤奋、毅力、方法和机遇构成了成才之道。王梓坤身上的思想观点和数学的研究方法，对学生培养学生的科学严谨有着借鉴之道。

在学习假设检验和参数估计时，要特别介绍我国许宝騄教授，许教授在强大数定律、假设检验以及参数估计等方面都取得巨大成就，许教授在英国伦敦大学学院留学并任教，但他心系祖国，在学有所成后在北大开办了国内第一个概率班级，由此出现我国第一批概率论人才，许教授献身祖国、献身科学的精神值得我国青年学习[3]。

正态分布在本课程中处于中心地位，自然界中很多现象都是大致服从正态分布，在讲授这节课时采取案例教学法，成年人的身高数据也是服从正态分布的。2020年12月23日，发布的《中国居民营养与慢性病状况报告(2020)年》报告显示，18~44岁中国男性平均身高与中国女性平均身高，与2015年的平均身高相比分别增加1.2厘米和0.8厘米。在中国共产党的带领下，人民生活水平显著提高，导致中国成人平均身高继续增长。这一事实让同学们充满了自豪感，对“中国梦”的实现充满了自信心，爱国主义精神高涨。

2.2. 频率的偶然性与必然性

历史上德摩根投掷2048次均匀硬币，出现了1061次正面，浦丰投掷4040次，出现了2048次正面，皮尔逊投掷24,000次硬币，出现了12012次正面，从上面的数据可以看到当抛硬币的次数较少时，“正面朝上”出现的频率在0.5附近摆动(偶然性)，但随着试验次数的增加，“正面朝上”出现的频率越来越接近0.5(必然性)[4]。意味着当试验次数充分大时，“正面朝上”的概率可用其频率近似。伯努利大数定律的内容是当条件不变时，独立重复的进行某试验，某事件发生的频率依概率收敛于该事件发生的概率，必然性的出现需要依靠大量的偶然性，必然性脱离不了偶然性。

恩格斯说：“在表面偶然性起作用的地方，这种偶然性始终是受内部隐蔽规律支配的，而我们的问题只是在于发现这些规律。”教师可以在课堂教学中举例摸球试验：一个盒子中有10个球，其中3个白球，7个红球，摸出一个放回再摸。比如摸了100次，结果是摸到过28次白球，72次红球。那么，每次摸到红球或白球都是偶然事件，当重复多次摸球的结果，一定是摸到红球的次数远多于白球，并且摸到白球的比例接近30%，摸到红球的比例接近70%。这个摸球的比例就是必然性，必然性的比例存在于100次摸球的偶然性之中；(第一次摸球到第100次摸球，每一次摸球的结果都是偶然的，但每一次摸球都会受到那个70%和30%概率分布的影响。)频率与概率，前者更具有偶然性，可以取多个不一样的值，而后者具有必然性，在取值时只能取一个值。如果试验的次数相对较少时，二者的偏差会比较大，试验次数相对较多时，频率的取值会在某一个常数附近，该常数即为概率，此时就体现出对立性与统一性。

2.3. 小概率事件中的量变与质变

小概率事件应该从两个方面去认识，一方面由实际推断原理可知，小概率事件在一次实验中实际不会发生的，另一方面在进行了多次独立重复的试验中，小概率事件发生的概率几乎为1。彩票已经成为我

国居民投资的一个渠道,如果运气好,少量的投资会换来大量的收益,但是彩票的中奖率,特别是中大头的概率很低,在国内彩市中头奖概率最低的是大乐透玩法,概率仅为 2142 万分之一。其次是双色球的头奖中出概率,为 1772 万分之一[5]。既然中奖概率很低,为什么总会出现幸运儿呢?这是因为买彩票的人不计其数,相当于进行很多次独立重复的试验,那么猜中中奖号码的概率就比较大,那么有人中大奖也就不足为奇了。因此,应当告诫学生不能把希望寄托于彩票中奖,应当脚踏实地的努力工作来获取报酬。小概率事件并不能和概率为 0 的事件画上等号,当相关的因素与条件达到的时候,小概率事件就有可能发生,但其具有偶发性,如果真的发生也会产生大的影响。因此教师可以在课堂教学中告诫学生不能因为小概率事件发生的可能性低就放松警惕,要学会运用辩证思维来判断事物的发展规律,不能单一地看待小概率事件中心极限定理表达的内容为一系列独立同分布的随机变量,其方差和期望存在,那么这些随机变量和的分布近似为正态分布。即 X_1, X_2, X_3, \dots 是一个独立同分布的随机变量序列,且 $E(X_i) = \mu, D(X_i) = \sigma^2 > 0 (i = 1, 2, 3, \dots)$, 则对任意一个 x , 总有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \leq x \right) = \Phi(x).$$

这一系列随机变量 X_1, X_2, X_3, \dots 只要是独立同分布,不管是什么分布,这一系列随机变量和的极限分布是正态分布,所传达的思政元素是量变会引起质变。比如人的身高体重,这些指标是由大量随机独立的因素叠加形成的,没有哪一个因素有特别突出的影响,这些因素叠加的结果就是正态分布。小概率事件在一次试验几乎不会发生,但在大量实验中可能就会发生,有了量的积累,就会导致质变,因此可以教育学生做事学习要坚持不懈,持之以恒,在建设美好中国时,每个人都是独立的,力量都是弱小的,但是只要大家目标一致,共同努力就能实现美好的中国梦。

2.4. 事件的独立性和互不相容性

概率论中事件的独立性和互不相容性都具有十分重要的地位,是两个不同的概念。在对这部分知识进行教学时,在讲解事件独立性与互不相容性的性质的同时也要寻找学生们能感知到的社会事件,将数学知识与社会实例相结合,便于学生的理解。

如果事件是相互独立的,和事件的概率求解就会简单,比如甲、乙、丙三人破解一份密码,三人独立破解密码的概率分别为 0.4、0.45、0.5,记 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.45, P(C) = 0.5$, 由事件的独立性可知,三人中至少有一人破解密码的概率为

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \\ &= 1 - P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C}) = 0.835, \end{aligned}$$

该密码破解的概率明显提高。常说的三个人一条心,黄土变成金;三个臭皮匠顶个诸葛亮等都说明了团队的合作的重要性,在处理问题时,应当集思广益,强化团队的精神。21 世纪的教育应当由培养竞争转向培养合作,对学生进行与人交往、与人共处、与人合作的教育。

自从 2019 年底发现新冠肺炎病毒,到现在新冠肺炎病毒仍然在全世界范围内蔓延,给人类生命安全带来了巨大威胁。疫情尚未结束,防控仍在进行,到目前为止,我国抗击疫情的政策和措施十分有效,取得了疫情防控的初步成效。其中新冠病毒核酸筛查是确认新冠病毒的重要手段,也是患者确诊的重要流程之一。

核酸检测分为单样检测(简称单检)和混样检测(简称混检)。很短的时间内可以得到大量人员的核酸检

验结果,其数学原理可以从一个例子中得出[6]。

若需要检测 N 个人。可以用两种方法进行: 1) 每个人分别取验咽拭子样本, 需要检验 N 次; 2) 按 k 个人一组进行分组, k 个人的咽拭子样本混合在一起进行检测, 如果结果为阴性, 就说明这 k 个人的咽拭子样本都呈阴性反应, 这 k 个人就只需验一次。若呈阳性, 再对这 k 个人分别进行化验。这样, k 个人总共需要化验 $k+1$ 次。假设每个人化验结果为阳性的概率为 $p = 0.05\%$, 同时每个人的试验反应是相互独立的。假设按 $k = 15$ 人一组进行检验, 求一组中检测出新冠肺炎病毒的概率是多少?

令事件 $A_i = \{\text{第}i\text{个人感染}\}$, 事件 $B = \{\text{一组中检测结果呈阳性}\}$, 那么有

$$\begin{aligned} P(B) &= P\left(\bigcup_{i=1}^k A_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^k [1 - P(A_i)] \\ &= 1 - (1 - 0.05\%)^k = 1 - (1 - 0.05\%)^{15} \\ &\approx 0.747\%. \end{aligned}$$

由此可以看出, 当 $k=1$ 时, $P(B)=0.05\%$, 即单减概率低, 但是其检测效率不高。当 $k=N=50000$ 时, $P(B)$ 几乎为 1, 即全体人员混检结果为阳性的概率为 1, 但这样就没有检测的意义了, 因此选择合适的 k 值, 可以提高核酸检测的效率。

结合新冠疫情对概率论中事件的独立性和互不相容性知识点进行解析, 学生在学习概率论知识的同时对我国科学防疫有了更深层次的认知。核酸检测是很好的思政素材, 不仅向学生展现了我国对人民的生命安全放在第一位, 同时也能激发学生们强烈的爱国主义, 同时也让学生能够明白只有学好理论知识, 才能在核酸检测过程中减少物资和人力的浪费。

2.5. 贝叶斯公式中的诚信教育

贝叶斯公式所包含的意义为在接受到新信息后, 原有判断进行修改。对于随机事件 A 和随机事件 B , 概率 $P(A|B)$ 概率 $P(B|A)$ 是不一样的, 但两者之间存在一定的关系, 贝叶斯公式是对这种关系一种陈述。在贝叶斯公式的教学过程中, 举例“狼来了”的故事去加深学生对公式的理解与记忆。

设事件 A_1, A_2, \dots, A_n 互斥, 且 $P(A_i) > 0$, $i=1, \dots, n$, 事件 B 满足条件

$$B = \bigcup_{i=1}^n BA_i,$$

且 $P(B) > 0$, 则对任一 $1 \leq i \leq n$, 有

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{k=1}^n P(A_k)P(B|A_k)}.$$

小孩有两种行为, 即 $A = \{\text{小孩诚实可信}\}$, $B = \{\text{小孩说谎}\}$, 村民对小孩的信任度为 $P(A) = 0.75$, 诚实可信的小孩说谎的概率 $P(B|A) = 0.1$, 不可信的小孩说谎的概率 $P(B|\bar{A}) = 0.51$ 。通过贝叶斯公式可计算出小孩第一次说谎后他的诚信度为

$$\begin{aligned} P(A|B) &= \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} \\ &= \frac{0.75 \times 0.1}{0.75 \times 0.1 + 0.25 \times 0.51} = 0.37, \end{aligned}$$

村民得到新信息后, 小孩的可信度变成了 $P(A) = 0.37$, 可计算小孩第二次撒谎后可信度变为 0.09, 这时村民已经不在相信小孩, 因此该案例揭示了诚信是每个人立身社会的基础, 一个人的可信度可由很

高降到很低，同时也说明贝叶斯公式和人类的认知心理是相符的。教师在课堂教学中要利用案例来穿插“诚信”的思政教育，大学生更要在实际生活中注重自己的征信，习近平总书记在党的十八大以来提出要把诚实守信作为社会主义和谐社会的基本特征之一，因此，落实课程思政理念，教师应当在备课时多搜集思政案例，在教学过程中对学生进行潜移默化的思政影响。

2.6. 数学期望解决社会现象

数学期望是随机变量的一个重要数字特征，能够直观地反应随机变量的变化规律，期望是概率意义下的平均值，即加权平均。数学期望在经济决策等一些方面能够起到非常重要的作用，比如在投资问题中，有一笔资金进行一次为期一年的短期投资，选择哪种方案最佳。通过理论联系实际，可以提高学生应用概率与统计的知识解决实际问题的能力。期望作为统计学上的数字特征，其意义是解决实践中抽象出来的数学模型进行分析的方法，为进一步的决策分析提供精确的理论依据。比如利润最大化问题——某烧烤店腌制牛肉的问题，由于腌制牛肉不易保存，今天腌制明天就要卖完，如有剩余便会变质不能售卖。每斤牛肉进价 20 元，能卖到 70 元，由过往经验可知卖 10 斤的概率为 0.2，卖 15 斤的概率为 0.4，卖 20 斤的概率为 0.3，卖 25 斤的概率为 0.1，问腌制多少牛肉能获得最大利润？由于售卖牛肉的斤数与天气、周末、人们消费意识等因素有关，由以往经验可知有四个备选方案：腌制 10 斤、腌制 15 斤、腌制 20 斤、腌制 25 斤，下面给出四个方案的预期收益值，如表 1：

Table 1. Expected return value of four schemes
表 1. 四个方案预期收益值

自然状态	10 斤	15 斤	20 斤	25 斤
概率	0.2	0.4	0.3	0.1
腌制 10 斤	500	500	500	500
腌制 15 斤	400	750	750	750
腌制 20 斤	300	650	1000	1000
腌制 25 斤	200	550	900	1250

由上表可求得各个方案的收益值：

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.2 \times 500 + 0.4 \times 500 + 0.3 \times 500 + 0.1 \times 500 = 500; \\ E_2 &= 0.2 \times 400 + 0.4 \times 750 + 0.3 \times 750 + 0.1 \times 750 = 680; \\ E_3 &= 0.2 \times 300 + 0.4 \times 650 + 0.3 \times 1000 + 0.1 \times 1000 = 720; \\ E_4 &= 0.2 \times 200 + 0.4 \times 550 + 0.3 \times 900 + 0.1 \times 1250 = 655. \end{aligned}$$

从期望值可得每天腌制 20 斤时收益最大，即为最优方案。经济社会具有太多不确定性因素，而数学期望能够综合这些因素选出最优方案。

教师在课堂上讲解数学期望的定义时，可以引入分赌本的例子，梅累是一个贵族，嗜赌如命。一次他和赌友掷骰子，赌注为 32 枚金币，约定：谁先赢三局谁获胜。当梅累胜两局，赌友胜一局时，国王要召见梅累，不得终止。如何分配金币？数学家帕斯卡提出了一个合理的分法：如果赌局继续下去，他们各自的期望所得就是他们应该分得的。易知，最多需要再赌两局，就能决出胜负。通过“分赌本”问题，渗透概率论发展史，培养学生建立简单数学模型的能力，启发学生脚踏实地学习工作，树立正确的人生观和价值观。通过“平均年龄”实际问题，利用学生熟悉的算术平均值延伸到加权平均值。并推广到级数，再扩展到积分就可以得到连续型随机变量的数学期望。引导学生学以致用，鼓励学生主动探索。当同学们听到概率学科起源于分赌注的故事，可以激发学生的学习兴趣，让其有感受到概率源于生活。

分赌本问题求解强理解数学期望的同时，让同学们了解了赌博中的简单机制，借机课程思政，讲脚踏实地，并提醒同学们谨防校园电信诈骗。

2.7. 指数分布与均匀分布中的努力元素

在指数分布中 $E(\lambda)$ ，其分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，且指数分布具有“无记忆性”，即对

$\forall s > 0, t > 0$ ，都有 $P(X > s+t | X > s) = P(X > t)$ ，该公式可理解为如果当过去的 s 个小时，努力的效果不理想，但努力 $(s+t)$ 个小时依然可以提高成功的可能。因此可以鼓励一些后进生，应当把握现在，提高自信心努力奋斗。在均匀分布中 $U[a, b]$ ，其密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b-a), & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}$$

随机变量 X 落在区间的概率与区间的位置无关，只与区间的长度有关，如果将区间长度视为努力的付出程度，那么均匀分布就体现出努力和成功成正比的原则，以此可以在课堂上培养学生正确的结果归因观，把成功与否归因于自身的努力程度。把成功归结于努力，个人的劳动成果就会受到激励，价值感就能通过努力得到了体现，激发个人更加努力，取得更大的成功。把失败归因于努力不够对自己则是一种鞭策，催促自己把失败转化为行动的动力，付出更多的努力以取得成功。

3. 结束语

《概率论与数理统计》是理工科专业与统计专业的专业基础课，打牢基础对后续学习的学习有着重要作用。在课堂上融入思政元素是我国育人的新要求，也是提高我国高校教育质量的有效手段。同时教师需要深入开展课程思政研究，根据不同专业学科的特征，制定科学合理的教学案例，强化教师立德树人的榜样作用。坚持以习近平新时代中国特色社会主义思想为指导，以课程思政研究中心建设为抓手，进一步推进课程思政教学改革，创新大学生思想政治教育，鼓励全校教师深入挖掘各类专业课程的思想政治元素，在课程教学中融合传播习近平新时代中国特色社会主义思想、社会主义核心价值观和中华民族优秀传统文化等正能量知识，着力提升高校人才培养能力。

基金项目

宿州学院校级课程思政建设研究项目(szxy2024ksjy12)，安徽省高校自然科学研究重大项目(编号：2022AH040207)，宿州学院校级教学研究项目及专创融合课程项目(szxy2021jyxm16)。

参考文献

- [1] 吴晶, 胡浩. 习近平在全国高校思想政治工作会议上强调把思想政治工作贯彻教育教学全过程开创我国高等教育事业发展新局面[N]. 光明日报, 2016-12-09(001).
- [2] 孙立伟, 庄桂敏, 张玲, 刘春妍, 张志旭. 课程思政背景下“概率论与数理统计”教学创新的研究与实践[J]. 科教文汇, 2022(9): 85-88.
- [3] 苏又, 梁鑫, 胡志军, 李英华, 马林涛. “概率论与数理统计”课程的教学创新探讨——以全概率公式和贝叶斯公式为例[J]. 教育教学论坛, 2022(9): 65-68.
- [4] 刘双花, 柳长青, 夏师, 王松华. “课程思政”与信息化教学——以“概率论与数理统计”的教学为例[J]. 数学学习与研究, 2022(11): 29-31.
- [5] 丁桂艳, 刘昊, 郭良栋, 屠良平. 课程思政 + 线上线下混合式教学下的概率论与数理统计课程教学研究[J]. 产业与科技论坛, 2022, 21(6): 169-170.
- [6] 刘玉堂, 张秦. 大学数学类课程开展课程思政的路径探析——以概率论与数理统计课程为例[J]. 学园, 2022, 15(1): 22-24.