

大概念视域下高中数学单元教学设计探析 ——以“复数”为例

穆柏丽

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首

收稿日期: 2024年11月25日; 录用日期: 2024年12月23日; 发布日期: 2024年12月30日

摘 要

单元教学作为推动课程改革的核心力量, 扮演着至关重要的角色, 大概念视域下的单元教学是实现数学核心素养的有效手段。本文通过探讨大概念的内涵, 结合提炼数学大概念的三个维度: 学科本质与内容、数学思想方法, 以及育人价值尝试提出有关复数系的学科大概念。并结合具体案例, 介绍大概念视域下高中数学单元教学相关设计与思考: 学科大概念的构建、单元学习目标的设定、单元学习流程的设计及主要活动设计。在体现核心素养教学目标的基础上, 讨论教师整合单元知识的有效途径。

关键词

大概念, 单元教学, 核心素养

Exploration on Teaching Design of Mathematics Unit in Senior High School from the Perspective of Macroconcept —Taking “Plural” as an Example

Baili Mu

College of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan

Received: Nov. 25th, 2024; accepted: Dec. 23rd, 2024; published: Dec. 30th, 2024

Abstract

As the core force to promote curriculum reform, unit teaching plays a vital role, and unit teaching from the perspective of macroconcept is an effective means to realize the core literacy of

mathematics. This paper tries to put forward the discipline concept of complex number system by discussing the connotation of the concept and combining the three dimensions of refining the concept of mathematics: the essence and content of the discipline, the method of mathematical thinking and the value of educating people. Combined with specific cases, this paper introduces the design and thinking of high school mathematics unit teaching from the perspective of macroconcept: the construction of discipline macroconcept, the setting of unit learning objectives, the design of unit learning process and the design of main activities. On the basis of reflecting the teaching goal of core literacy, this paper discusses the effective ways for teachers to integrate unit knowledge.

Keywords

Macroconcept, Unit Teaching, Core Literacy

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 大概念视域下单元教学设计的内涵

1.1. 大概念：单元统整的核心

章建跃老师指出，加强一般观念的指导是有效落实学科核心素养至关重要的一种举措[1]。这里的一般观念也即“大概念”，是学习单元要探究的“主题”或“核心问题”，其他问题都是以此出发分解、转化得到。要深度理解和实践“大概念”前提是要对“大概念”在教学过程中的地位和功能有所认知。

什么是大概念？从语言学来看，大概念 = “大” + “概念”，这里的“大”既不是“庞大”也不是“基础”，而是指向知识结构的“核心”，即“高位”或者“上位”，具有中心性和迁移性，有助于使不熟悉、较新的概念看起来更熟悉，使看起来没什么关联的概念之间沟通联系起来[2]。例如，对于函数的学习，虽然数学的研究对象和研究内容在变，但研究方法和研究路径是基本相同的。学生只要整体掌握研究函数的基本思想，以后研究其他函数时就相对容易多了。这只是大概念的横向迁移，其在纵向延伸上也表现出结构性。数学本身就蕴含着庞大的结构关联，数与代数、图形与几何、概率与统计、综合与实践四个领域之间既相互独立又互为联系。这些领域可以大概念为中心进行单元选取和组织，不仅促进学科之间的横向关联与纵向衔接，也让学生理解数学体系的延伸和构建，在培养学生利用数学知识进行类比探究、用数学思维思考和解决问题方面十分有益。

1.2. 大单元教学：对单元的回归与超越

“大单元设计”也就是我们所说的大单元教学设计，这种设计理念的来源可以追溯到单元教学。它不仅仅只包含了单元教学的基本理念，还融合了系统论等多种教育思想。比如，布鲁姆的“掌握学习”理论和格式塔学派的“整体论”思想都在其中有所体现[3]。在实践过程中，大单元设计还参考了国外一些著名的单元教学经验。其中包括杜威的“单元教学模式”和克伯屈的“设计教学法”等。这些经验都被融入到大单元设计中，使其成为一种更加全面、系统的教学设计方式。

从宏观层面看，大单元教学设计从单元整体的角度出发，对单元内部的各个教学内容重新构建联系，这种联系可以是纵向联系也可以是横向联系，使各个课时之间都会有逻辑性。这种逻辑性有助于学生对整个大单元学习内容的宏观把控以及认知结构的形成，使核心素养的落实更有实效。从微观层面看，每一个课时中的各个子课时之间也具有极强的联系性，将其放置于大单元教学设计中，既能从微观扩充到

整体，又能从整体联系到微观，从而将这种联系性发展到整个大单元教学中。使得单元与课时之间、课时与课时之间的逻辑路径重新构建起来，单元核心素养与单元设计也就统一起来。以复数系单元为例的单元设计见图1：

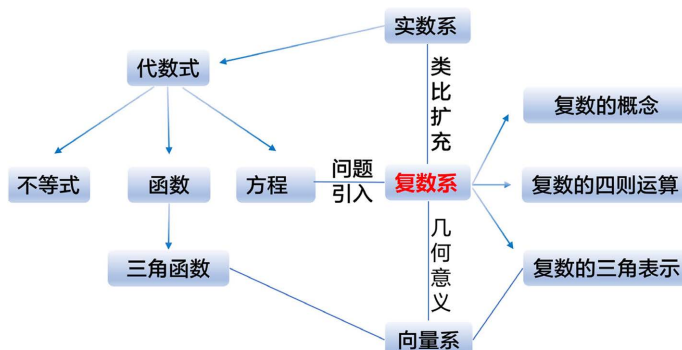


Figure 1. Thoughts on the overall teaching design of complex unit
图1. 复数单元整体教学设计思路

1.3. 数学大概念下的单元教学设计

基于大概念的内涵可以发现，大概念关注的是知识背后的核心内容和思想。大概念的结构性、中心性、迁移性等特征恰好为单元教学设计中“具有某种内在关联性”提供了新的理念和方法。单元教学设计出现主要是为了解决由于课时教学局限性导致的知识碎片化问题。而解决知识碎片化问题并非单元内的课时越多越好，而是要关注具体教学内容之间是怎样的关联，这就要求教师能够看到具体知识背后的大概念。因为部分教师对大单元教学的理解存在偏差，就导致在研制教学目标时出现表达上的不准确，例如“过分追求目标的全面覆盖”、“直接将单元导语视为学习目标”等。作为教学设计的基石，单元学习目标的制定至关重要，它不仅是整体设计的核心所在，还为后续各个课时的具体设计提供了明确的指导方向。在教学实施过程中，设计者应始终将学习目标作为衡量和整合教学方案的重要参照，确保教学活动的有序进行与目标的顺利达成。

在划分单元时，主要依据知识的内在逻辑逐级划分，同一层次的单元以上一级单元中的大概念为统领，形成自下而上的知识体系，使每一个课时、每一个单元都呈现出层级性和组织性。大概念使数学单元层级化表现在，微观层面挖掘以具体内容载体的事实性知识，中观层面挖掘数学知识背后的思想方法，宏观层面则在数学思维上挖掘学科的育人价值，由此形成数学概念－数学大概念－综合大概念－哲学观点的大概念设计框架。以数学大概念“内容与本质”思想为统领，将复数单元归入“数与代数”的单元设计见图2。

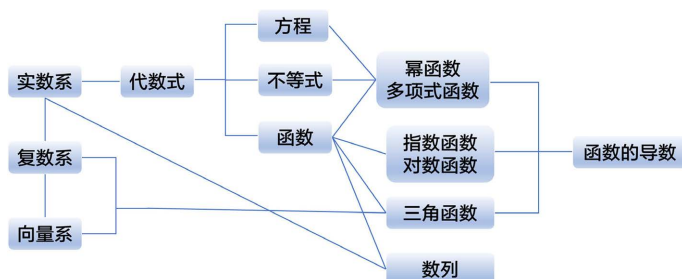


Figure 2. Algebraic unit design under the guidance of “Content and Essence”
图2. “内容与本质”统领下的代数单元设计

2. “大概念”引领下的单元教学优势

2.1. 高中数学核心素养落地的需要

数学核心素养指具有数学基本特征的、适应个人终身发展和社会发展需要的人的思维品质与关键能力。各核心素养之间并不是孤立存在的，它们之间紧密联系，相互补充，共同促进，实现在不同情境下的整体作用。数学核心素养是一种通过数学学习而形成的独特的认识世界、理解和处理周围事物的品质和能力，这种素养通常在人们与现实世界产生相互作用的过程中表现出来，它体现了人们在面对问题时所采用的思考方式和解决问题的策略[4]。从培养对象看，数学学科核心素养对学生了解数学演进，探寻数学的因果关系；利用辩证的眼光来对待数学现象、数学事件、数学人物，客观地表达自己的立场；以及从数学的视角涵养数学责任感等方面，都发挥着重要作用。从高中数学教学来看，数学学科核心素养贯穿高中数学教学各个方面，具体来说，包括理论教学、实践教学、方法教学和情感教学等。数学学科核心素养的六大要素间既具有系统性、发展性，又具有生成性，是一个不可分割的有机整体。在数学教学、学生的学习过程中都体现了六个核心素养之间的密切联系和共同作用。学科核心素养不仅强调关注学生真实情境下运用知识解决问题的能力，更强调重视学生独立思考能力和认知结构的构建。然而，数学核心素养仅靠以往具体课时的设计思路是无法全面落实的，需要教师从单元教学设计的整体性和联系入手，从核心素养整体培养的角度去进行设计，将“数学单元”作为教学的基本考量单位，才能全面发展学生的数学核心素养。

2.2. 高中数学新教材实施的需要

统编高中数学教材于 2019 年秋开始投入使用，这套教材的使用，对高中教师来说，都是一次全新的挑战。单元教学设计依据学科大概念对教材中“具有某种内在关联性”的知识进行分析、重组、整合从而形成较为完整的教学单元[5]。当下的“单元”也不仅仅是“内容”单元，更多强调的是素养单元，大概念的“大”也不只是数学知识的重组，而是以理解核心知识、发展学习迁移这些素养目标来组织单元。当前，中国数学教材编排的逻辑关系基本是情境－概念－性质(公式、法则)－应用模式，教师以及教学设计者要做的就是提炼大概念，以此确定单元主题，设计新的教学单元。

2.3. 打造高质量课堂的需要

课堂是实施教育的重要场域，其质量应是满足学生成长需求的程度。满足度越高，其质量就越高，反之越低。所谓的“高质量”课堂，实际上是在倡导一种教育理念的转变，即从简单的“有没有”教育机会，向更深入的“好不好”教育质量转变。这种转变要求我们不仅仅关注教育的广度，更应致力于教育的深度，追求教育的“高”和“优”。打造高质量课堂的目标是建设高质量教育体系，高质量教育体系具备创新、协调、绿色、开放、共享的特征[6]。微观上，教育的高质量发展应是每个个体所拥有的自由空间得到充分扩展，实现个体的全面发展。“大单元”和“高质量发展”则是手段和目的的关系，大概念视域下的单元教学以培养学生的核心素养为目标，注重整体性和结构性。作为一个育人的整体，大概念视域下的大单元教学是富有结构性的完整课堂，其知识联系紧密，体系完整，学生能构建新知与已有经验以及现实世界间的联系，形成系统的经验，促进学生认知构建和核心素养的达成。大概念视域下的单元教学要求教师加强大概念引领，追求结构化，充分发挥学生主体性，重视学科实践，以促进课堂高质量发展。

3. 大概念下高中数学单元整体教学设计过程

以大概念为统领挖掘数学知识间的联系是设计单元教学的关键所在，这一过程的核心在于单元大概

念和学习目标的确立。单元目标的确立需要教师充分考虑到学生的现有知识水平以及学生的发展需求，以此来精心设计。

3.1. 明确大概念

张丹认为数学大概念是学习者在学习过程中对数学核心内容的深刻理解，包括学习者在学习知识和应用知识中体现出来的思维逻辑方式，是数学内容、学习过程和数学育人价值的有机统一[7]。数学学科大概念的本质可以被界定为集中反映数学学科本质的思维方式，具体为“相互关联”的知识结构、“严谨有序”的思想方法和“学有所用”的迁移价值。其中，高中数学思想方法是理解和解决数学问题的基础。实际上，从数学研究过程或数学学习过程来看，我们经常用到以下的逻辑思考方法如图 3：

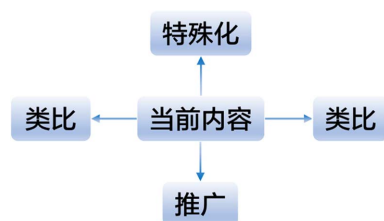


Figure 3. Common logical thinking methods in mathematics
图 3. 数学常用逻辑思考方法

其核心是突出了知识间的联系，通过类比、推广、特殊化能够有效促进学生进行数学思考，洞察数学与数学之间，数学与其他学科之间，以及数学与现实世界之间的关系，从而为解决问题提供线索和方法[8]。在数学历史上，发现复数问题始于古希腊丢番图时代人们求解一元二次方程，直到 1545 年意大利数学家卡尔达诺在他出版的《大术》中再次遇到求解一元三次方程时负数无法开平方的问题，科学家们再也无法回避，开始尝试类比自然数集到实数集的扩充过程，引入“复数”，并遵循自然数集到实数集的扩充规则，将数系进一步扩大到复数系。不难发现，负数开平方问题的解决以及复数的产生，很大程度上都依赖于我们上文所说的逻辑思考方法。

因此，基于数学的思想方法和逻辑推理所划分的各个单元，能够巧妙地将一些在表面上看似距离甚远的内容紧密地联系起来。通过各种不同方法之间的相互促进，我们不仅能够发现更多的问题，提出更多的问题，而且能够解决更多的问题。这样的方法使得我们的思维空间变得更加广阔，从而能够更加深入和全面地理解和探索各种问题。

3.2. 识别基本问题

基本问题是指向和突出大概念的，它们有潜力激发学习者去深入挖掘那些尚未被他们理解的关键概念、理论、主题等。以高中数学必修二中的“复数”为例：复数的引入标志着数系的又一次重大扩展，同时也是中学阶段数系扩展的最终阶段。在保持实数系运算规律的基础上，复数系已构成了目前所知最大的数系范畴，在维持实数系运算规则不变的前提下，我们无法找到一个比复数系更大的数系。因此，学生的理解和探究需要关注如下有关数系的一些“基本问题”：

- 1) 数学历史上都经历了哪些数系扩充？
- 2) 数系的每次扩充分别解决了什么实际问题 and 数学问题？
- 3) 数系扩充的过程中遵循哪些“一般规则”？
- 4) 学习数系的不断扩充的过程中，主要体现哪些数学思想方法？

5) 数系扩充后与其他哪些知识具有联系以及学习的价值是什么？

以上问题很难用简短的一句话来回答，需要激励学生深入思考和探究。这些问题设计范围广，充满迁移性可能，能促进学生对某一特定主题单元内容的理解，激发学生认知结构中知识的关联和迁移，是重视意义理解和学习迁移目标生成的推进器。

3.3. 制定单元教学目标

在进行数学单元整体设计之前，首先应当明确整个单元学习目标。作为教学设计的起点，单元学习目标更是整个设计的核心，在突出章节主题的基础上，单元学习目标具有清晰的导向作用，确保教师所整合的课程资源能够与教学目标高度契合，从而将碎片化的知识点整合为一个完整的系统，帮助学生构建更系统的知识框架。在学习目标的设计上，我们需要遵循“少而精”的原则。这意味着，在分析课表、教材和学情的基础上，我们需要通过分解学科大概念来确定学习目标。以“复数”为例，确立大概念统领下单元教学目标。

1) 从解方程的角度引出实数系扩充的必要性，引入虚数单位 i 解决负数开平方的问题，类比有理数集到实数集的扩充过程，从可以像实数一样进行加法、乘法运算并保持运算律的角度，将实数集扩充到复数集。本节内容是整章的基础知识，具有奠基性作用，侧重提升学生的逻辑推理、直观想象素养。

2) 探究复数的四则运算问题，其中加法、乘法运算是核心，减法和除法是它们的逆运算。除此之外，还讨论了复数加法和减法的几何意义。本节侧重提升学生的数学运算、直观想象素养。

3) 由复数的向量表示出发，结合三角函数知识，得到复数的另一种重要表示形式——三角表示，进而研究复数乘、除运算的三角表示及其几何意义。本节侧重提升学生的直观想象、逻辑推理、和数学运算素养。

通过以上几个方面的设计，我们可以将“复数”这一单元的学习目标具体化，从而为学生提供一个清晰的学习路径，帮助他们更好地理解和掌握复数知识。同时，这种设计也有利于教师进行教学评价，确保教学目标的实现。

4) 设计单元教学活动

数学单元整体教学旨在发展学生的数学核心素养，设计者必须以课程标准为指南，深入研究现行教材，充分了解学生的认知基础，用发展的眼光动态设计符合学生发展的单元教学，将零碎的知识依据核心大概念或核心问题设计成有一定组织结构的知识体系，促进学生核心素养的发展。单元教学活动设计如图 4：

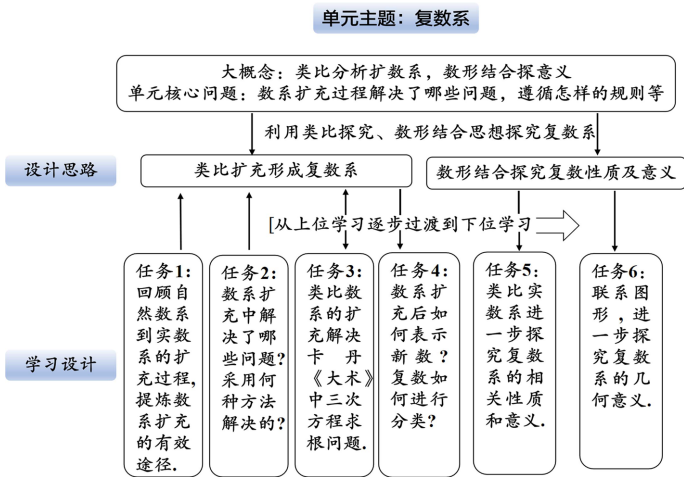


Figure 4. Unit teaching activity design of “Complex Number System” from the perspective of macroconcept

图 4. 大概念视域下“复数系”的单元教学活动设计

4. 结语

新课程坚持素养导向,单元教学是素养导向的教学选择,也是新教学的最佳出路。因此,应设计指向素养的单元教学,以培育学生的核心素养为价值旨归。大概念视域下的单元整体教学帮助学生通过经历、认识和内化单元整体知识,形成数学思维和学习价值观念。单元整体教学以“大概念”为引领,依据各个教学内容的关联性,通过一条主线将零散的、碎片化的教学内容重组、整合、开发和教学。好的单元教学设计,在调动学生自主探究的积极性,为学生提供独立思考空间的同时,也在解决问题的过程中引导学生掌握“发现问题、提出问题、分析问题、解决问题”的技巧与方法,使学生真正获得“四能”,基于“整体观”落实学生的“四基”,实现数学核心素养从“镜中花”到“掌中金”的转变。

参考文献

- [1] 章建跃. 在一般观念引领下探索空间几何图形的性质(续)——“立体几何初步”内容分析与教学思考[J]. 数学通报, 2021, 60(3): 2-7+21.
- [2] 李松林. 以大概念为核心的整合性教学[J]. 课程.教材.教法, 2020, 40(10): 56-61.
- [3] 徐鹏. 核心素养语境下的大单元教学反思[J]. 中学语文教学, 2021(4): 4-8.
- [4] 郑毓信. 多视角的数学教育研究——“学科视角下的核心素养与整合课程”系列之四[J]. 小学数学教师, 2016(4): 4-9.
- [5] 吕世虎, 吴振英, 杨婷, 等. 单元教学设计及其对促进数学教师专业发展的作用[J]. 数学教育学报, 2016, 25(5): 16-21.
- [6] 周元宽, 鲁沛竺. “高质量教育体系”概念: 问题、机理与建构策略[J]. 教育研究与实验, 2023(2): 35-45.
- [7] 张丹, 于国文. 大观念的研究评介——以数学学科为例[J]. 比较教育学报, 2020(2): 137-149.
- [8] 章建跃. 核心素养导向的高中数学教材变革——《普通高中教科书·数学(人教 A 版)》的研究与编写[J]. 中学数学教学参考, 2019(16): 6-10.