

# 《概率论与数理统计》教学中融入MM教育方式的探索与实践

卢钰松, 覃秋桃\*, 罗美金

河池学院数理学院, 广西 宜州

收稿日期: 2024年11月9日; 录用日期: 2024年12月6日; 发布日期: 2024年12月13日

## 摘要

本文阐述了在《概率论与数理统计》课程教学中融入MM教育方式的实践、成效和经验。教学中遵循MM教育方式的两条基本原则, 通过钻研教材, 提取MM因子, 并将MM因子有机地融入教学环节中, 提升课堂教学效果, 促进学生综合素质发展, 促进教学研相互融合。

## 关键词

MM教育方式, 概率论与数理统计, 教学改革

# Exploration and Practice of Integrating the MM Education into "Probability Theory and Mathematical Statistics" Teaching

Yusong Lu, Qiutao Qin\*, Meijin Luo

School of Mathematics and Physics, Hechi University, Yizhou Guangxi

Received: Nov. 9<sup>th</sup>, 2024; accepted: Dec. 6<sup>th</sup>, 2024; published: Dec. 13<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

This paper expounds the practice, effect and experience of integrating MM education in the course of Probability Theory and Mathematical Statistics. The teaching follows the two basic principles of MM education mode. By studying the teaching materials, extracting MM factor and organically integrating MM factor into the teaching process, the classroom teaching effect is improved, the

\*通讯作者。

文章引用: 卢钰松, 覃秋桃, 罗美金. 《概率论与数理统计》教学中融入 MM 教育方式的探索与实践[J]. 教育进展, 2024, 14(12): 563-568. DOI: 10.12677/ae.2024.14122306

comprehensive quality development of students is promoted, and the integration of teaching and research is promoted.

## Keywords

MM Education Mode, Probability Theory and Mathematical Statistics, Teaching Reform

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

《教育部关于一流本科课程建设的实施意见》(教高[2019] 8 号)提出:“课程是人才培养的核心要素,课程质量直接决定人才培养质量” [1]。而《概率论与数理统计》课程是高校理、工、经、管等各专业的一门重要的必修基础理论课程。随着信息技术的发展,概率统计知识在工程技术、教育管理、医疗服务、经济发展等越来越多的领域都有广泛的应用,学好《概率论与数理统计》课程对后续课程的学习有着重要的意义,并且学生毕业以后,在工作中也会有很多实际应用。因此,作为《概率论与数理统计》课程任课教师,必须思考如何创新教学方式,推进教学改革,提高《概率论与数理统计》课程质量等问题。

MM 数学教育方式,即运用数学方法论的观点指导数学教学,也就是应用数学的发展规律、数学的思想方法、数学中的发现、发明和创新机制设计和改革数学教学的一种数学教学方式[2]。近年来,笔者给本科生讲授《概率论与数理统计》课程的同时还讲授《数学方法论》课程。受到《数学方法论》课程中的数学思想方法、解题策略所启发,笔者经过不断地思考和尝试,在《概率论与数理统计》课程教学中融入 MM 教育方式。从数学思想方法入手,通过提取 MM 因子,合理设置教学情境、分组讨论、操作实践等方式,让学生充分投入到教学实践中,从中学习概率统计的基础知识及应用方法,理解概率统计的基本思想,并学会运用所学的知识和方法分析和解决实际问题。经过几年的尝试,取得了较好的效果。

## 2. MM 教育方式简介

20 世纪 80 年代初期,徐利治先生率先倡导人们用波利亚的数学教育思想指导数学教学,提出了用数学方法指导数学教学的思想。1989 年无锡市教科所徐沥泉先生在认真学习和借鉴国内外数学方法论研究成果的基础上,在认真学习和研究他人的优秀教学方法和学习方法的基础上,结合自身教学、教研、科研工作经验,设计并提出了“数学方法论的教育方式”,所谓“数学方法论的教育方式”就是指运用数学本身的思想方法指导数学教学和数学教学改革的一种数学教育方式,简称 MM 方式,MM 是 Mathematical Methodology (即数学方法论)的简称[3]。之后的几十年,很多学者都在研究、使用和推广 MM 教育方式,从中学教学到高师教育都渗透了 MM 教育方式,并取得了很好的成效。MM 教育方式提出:在数学教学过程中,充分发挥数学的科学技术功能和它的文化教育功能,贯彻“教学-研究-发现”同步协调和“既教猜想又教证明”的这两条基本原则;自觉地、恰当地操作好 8 个变量,即数学的返璞归真教育、数学教学中的美育、数学的发现法教育、数学家优秀品质教育和数学史志教育,数学中的演绎推理,合情推理和一般解题方法的教育;瞄准三个具体目标,即,在数学教学中致力于提高学生的一般科学素养,社会文化修养,形成和发展他们的数学品质,从而全面提高学生素质[4]。通过多年的实验实践,徐沥泉先生和其课题组的同事们总结出了 MM 教育方式的实施流程(如图 1) [5]。

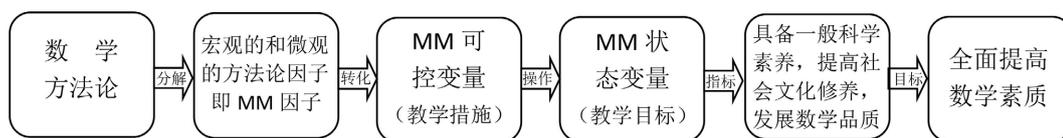


Figure 1. MM education mode flow chart

图 1. MM 教育方式流程图

### 3. MM 教学方式在《概率论与数理统计》课程中的应用

由于《概率论与数理统计》主要研究随机现象的统计规律，它与数学分析、线性代数等数学基础课程从思想方法上有着本质的区别。因此，在实际教学过程中，笔者认真钻研教材，根据课程教学内容和课程的特点，融入 MM 教学方式，遵循 MM 教学方式的两条基本原则，参照 MM 教育方式的 8 个变量，按照 MM 教育方式的实施流程，巧妙提取 MM 教学因子，创新教学形式，从多层次多角度设计教学各环节。通过这样的教学改革，激发学生兴趣，转变学生的思维方式，指导学生系统理解概率统计的基础知识及应用方法，努力使学生既学知识，又涨见识；既懂理论，又能实践；既培养能力，又提高素养，从而提高教学效果，更好的实现教学目标。

#### 3.1. 数学返璞归真，激发学生兴趣

像面试时的第一印象一样，每门课程的第一课都很重要，第一课的效果如何对今后的整体授课有一定的影响。如何上好第一堂课，既能让学生了解该课程的学习内容、目标和要求，同时又能激发学生对这门课程的兴趣，让学生从心底里想学这门课程？为解决这个问题，笔者从概率论的起源说起，设计一系列的问题：1) 概率论从哪里来的？2) 概率统计有什么用？3) 我们的课程要学习些什么？4) 学完这门课程我们能做什么？通过设置的问题激发学生的好奇心，吸引学生的注意力，然后在学生的讨论声中一一揭晓答案。在讲解时，与生活中的实例和有趣的故事相结合，如讲述“三门游戏”、“女士品茶问题”、“抽签先后问题”等等，根据学生的情况还可以拓展到以概率论为基础的其他领域，如博弈论、信息论等等。这样的问题可以增强课堂的趣味性，同时也增长学生的见识，有效激发学生的兴趣。

#### 3.2. 数学审美教育，陶冶学生情操

数学之美主要体现在对称美、和谐美、奇异美、简洁美等方面。在概率统计中，也蕴藏着很多数学之美，如事件的运算规律、正态分布的图像等等，都具有对称美；利用协方差矩阵，可以将二维正态分布的概率密度简单的表示出来，体现了数学的简洁美；在随机变量的函数的数学期望公式以及不少实际问题中，还存在数学的奇异之美。笔者在教学中深入挖掘，精心设计，让学生感受这些数学美，从而陶冶学生的情操。

#### 3.3. 数学发现法教育，培养创新意识

创新是一个民族的灵魂，是一个国家兴旺发达的不竭动力。在教学过程中，教师可以通过创设情境、分组讨论等形式，引导学生发现问题、探索问题、解决问题，有意识地培养学生的创新意识和创新精神。在《概率论与数理统计》的课堂教学中，笔者积极开展数学发现法教育，如在介绍矩估计法后，给学生留下一个问题：假如鱼塘里养着很多鱼，我们怎么估计鱼的数目(记为  $n$ )呢？让学生对问题进行思考并展开讨论，教师根据进展适时给出提示，一步步引导学生发现解题方法。学生充分讨论发言后，教师再总结估计方法：首先从鱼塘中随机捞出  $k$  条鱼，并给它们标上记号后放回鱼塘。几天后，再从鱼塘中捞出  $m$

条鱼,观察这  $m$  条鱼中标有记号的鱼的条数(记为  $k_1$ ),则带有记号的鱼的总体比例为  $\frac{k}{n}$ ,样本比例为  $\frac{k_1}{m}$ ,所以  $\frac{k}{n} = \frac{k_1}{m}$  即  $\hat{n} = k \frac{m}{k_1}$ 。通过这样的提问、引导、讨论和讲解,让学生有目标的进行思考,并在教师的提示下,慢慢地发现解决问题的方法,从而培养学生善于发现、勤于思考的品质。

### 3.4. 数学家优秀品质教育, 增进科学素养

教书育人是教育的基本职责之一,在教学中给学生讲述数学家的励志故事,是培养学生优秀品质,增进科学素养的有效途径。在概率统计的研究方面,我国有不少数学家做出了卓越的贡献,如许宝禄、王梓坤等等,笔者在课堂上讲他们的事迹,他们的故事,他们的成就,给学生树立榜样,鞭策学生努力学习。

### 3.5. 数学史志教育, 提高文化修养

数学的产生和发展与人类的生产实践密不可分,数学推动人类的发展,为解决人类发展遇到的各种问题,又促进了数学的进步[6]。英国哲学家弗朗西斯·培根曾说过:“读史使人明智”,在数学学习中,数学史能帮助学生理解数学发展的历程,掌握数学的本质,增强对数学的认识。在实际教学中,笔者在学习概率统计知识前,给学生讲述概率统计的起源与发展,让学生了解来龙去脉,了解目前研究的前沿问题,了解概率统计的作用。这样一方面可以开阔学生的视野,提高学生的文化修养,另一方面可以增强学生学习的兴趣和信心。在授课的过程中,适时穿插一些经典故事,如在讲授数学期望时,与学生一起分析分赌注问题;学习大数定律时,给学生讲述赌徒输光的道理等等,这些经典故事也能起到增长见识,活跃课堂的效果。

### 3.6. 演绎推理教学, 培养逻辑思维

演绎法是从一般到特殊的推理方法。在讲解一些概念和定理、公式时,需要演绎推理。在利用数学知识解决实际问题时,也需要演绎推理。笔者在讲授《概率论与数理统计》课程时,通过讲解一般原理(概念、定理、公式等)、设置情境与提出问题、推导具体结论、总结与归纳以及实践与应用等步骤,让学生逐步理解所学知识及其应用方法,提高学生的逻辑思维能力和解决问题的能力。

### 3.7. 合情推理教学, 培养创新思维

合情推理是波利亚的“启发法”中的一个推理模式,其结论不一定正确。合情推理的模式主要有观察、归纳、类比、实验、联想、猜测等方法。在讲解方差的性质时,笔者先给学生复习数学期望的性质,然后让学生用类比的方法,猜测方差的性质,再通过推导给出结果。如对于随机变量  $X$  和常数  $C$ ,可知  $E(CX) = CE(X)$ ,那么  $D(CX) = ?$  通过合情推理,有些学生很快说等于  $CD(X)$ ,预习过的同学则说等于  $C^2D(X)$ 。接着教师引导学生利用方差的定义,推导出正确的结果。

### 3.8. 一般解题方法的教学, 发展数学品质

如果把数学解题比作一场战争的话,数学基础知识就相当于兵力,而数学解题的方法就是武器,俗话说:“工欲善其事,必先利其器”,在数学教学中不仅要注重数学知识的讲授,也要注重解题方法的教学。例如在讲授区间估计时,笔者首先介绍相关概念和思想方法,然后以方差  $\sigma$  已知的情况下,单个正态总体的均值  $\mu$  的区间估计为例进行讲解。再引导学生分析总结区间估计的基本步骤:1) 运用相关定理,寻找枢轴量  $Z(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta)$  (要求包含待估参数  $\theta$ ,除  $\theta$  外没有其他未知参数,且服从一个已知分布);

2) 对于给定的置信度  $1-\alpha$ ，利用已知分布的图像确定两个常数  $a, b$  使得

$P\{a < Z(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta) < b\} = 1-\alpha$ ；3) 根据  $a < Z(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta) < b$  得到等价不等式  $\underline{\theta} < \theta < \bar{\theta}$  ( $\underline{\theta} = \underline{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,  $\bar{\theta} = \bar{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$  都是统计量)，则  $(\underline{\theta}, \bar{\theta})$  即为  $\theta$  的一个置信水平为  $1-\alpha$  的置信区间。之后让学生根据以上步骤，试求方差  $\sigma$  未知的情况下，单个正态总体的均值  $\mu$  的区间估计，并通过实例进一步深化。较熟练后，再进一步探究其他情况的区间估计。此外，在《概率论与数理统计》课程的教学过程中，还融入集合思想、函数思想、方程思想等思想方法和类比、归纳转化、正难则反等解题策略，让学生遇到问题学会探究、学会联系、学会转化、学会反演、学会总结、学会迁移，不断增加学生的学习能力，发展其数学品质。

## 4. 运用 MM 教育方式教学的成效及经验

### 4.1. 教学成效

1) 学生的思维品质有所提高。运用 MM 教学方式将概率统计中蕴含着的数学思想有机的融合到教学环节中，不仅有助于学生理解概率统计的基本概念和原理，还有助于培养他们的随机性思维品质。这种品质不同于传统的确定性思维方式，更适于解决现实生活中复杂多变的概率性问题。同时，运用 MM 教学方式，学生有更多思考和尝试的机会，对培养学生的逻辑思维和创意思维都有很多益处。

2) 学生的实际应用能力有所增强。MM 教学方式强调理论联系实际，充分利用具体实例进行引导、分析、讲解，让学生理解和掌握如何运用概率统计知识解决实际生活中的问题，让学生感受知识的妙处，体会成功的喜悦。这样不仅可以增强学生探索知识的兴趣和动力，还有助于培养学生运用所学知识解决实际问题的能力。

3) 学生的学习能力有所提升。运用 MM 教学方式，鼓励学生自主思考，相互交流、共同探索，主动寻找解决问题的方法。这样不仅能有效地提升学生自主学习、相互学习的能力，还能很好地培养学生的合作精神和协作能力。

### 4.2. 教学经验

1) 钻研教材，充分挖掘教材中的 MM 因子。教师需要细心品读教材，深入理解其内涵，把握其精髓。同时，教师还需结合学生的实际情况，考虑他们的认知水平、兴趣爱好和学习需求，从而有针对性地选择和运用 MM 因子。

2) 精心设计，把数学思想方法同教学内容有机融合。运用 MM 教育方式，不是生搬硬套的在每一堂课每一个教学环节都使用 MM 因子，而应根据教学内容，通过教学设计，将提取到的 MM 因子有机的融合到教学中。要把数学思想方法同教学内容有机融合，需要教师具备深厚的数学素养和教育理念，同时还需要教师不断创新教学方法和手段，因此教师也要不断学习，不断创新。

3) 创新形式，将教学研结合起来。随着社会科技的发展，教学方式也在发生变化，教师需要不断探索新的教学方式，如利用信息技术手段开展线上教学、组织学生进行小组讨论和合作学习等，以丰富教学内容，提高教学效果。同时，还需要加强教学实践的反思和总结，提炼出有效的教学经验和教学方法，并结合理论研究，探索教育规律，为教学实践提供科学的理论支持。

## 5. 结语

MM 教育方式是经过多年实践总结出来的成果，在《概率论与数理统计》课程教学过程中融入 MM 教育方式，不仅激发了学生的学习兴趣，活跃了课堂气氛，而且从多层次多角度设计教学环节，突出教学重点，突破教学难点，让学生能更系统的掌握各知识点，从而提升教学效果，提高教学质量。

## 基金项目

2024 年度广西高等教育本科教学改革工程重点项目(项目编号: 2024JGZ152); 2023 年教育部产学合作协同育人项目(项目编号: 230803924034329); 2023 年河池学院校级科研项目(项目编号: 2023XJPT007)。

## 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 教育部关于一流本科课程建设的实施意见(教高[2019] 8 号) [EB/OL]. 2019-10-30. [http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/201910/t20191031\\_406269.html](http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/201910/t20191031_406269.html), 2024-10-20.
- [2] 徐利治. 数学方法论选讲[M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1983.
- [3] 杨艳萍. 基于 MM 方式的大学数学教学研究的实践与探索[J]. 枣庄学院学报, 2020, 37(2): 120-124.
- [4] 徐利治, 徐沥泉. MM 教育方式简介[J]. 自然杂志, 2020, 30(3): 138-142.
- [5] 唐志华, 段志贵. 从创新到发展: MM 教育方式解构[J]. 数学教育学报, 2023, 32(1): 73-78.
- [6] 王玉兰. MM 教育在运筹学中的实践及其认识[J]. 西昌学院学报(自然科学版), 2014, 28(2): 154-156.