

“三新”背景下的高中“直线与圆的位置关系” ——教学实践与反思

赵昕迪^{1,2}, 赵雪¹

¹北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

²长春市九台区第一中学, 吉林 长春

收稿日期: 2024年4月21日; 录用日期: 2024年5月20日; 发布日期: 2024年5月27日

摘要

在新教材、新课标和新高考的不断推进下, 高中数学原有的教学方法存在一定的局限性, 需要教师设计出更加合适的教学思路, 促进课堂教学。在“直线与圆的位置关系”一课的教学中进行尝试, 根据几何直观提出研究问题, 通过代数运算解决问题, 进而发展学生的直观想象、数学运算和逻辑推理素养。

关键词

“三新”背景, 高中数学, 直线

“The Position Relationship between Line and Circle” in High School under the Background of “Three New”

—Teaching Reflection and Practice

Xindi Zhao^{1,2}, Xue Zhao¹

¹School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

²No. 1 Middle School of Jiutai District, Changchun Jilin

Received: Apr. 21st, 2024; accepted: May 20th, 2024; published: May 27th, 2024

Abstract

With the continuous advancement of new textbooks, new curriculum standards, and new college entrance exams, the original teaching methods of high school mathematics have certain limita-

文章引用: 赵昕迪, 赵雪. “三新”背景下的高中“直线与圆的位置关系” [J]. 教育进展, 2024, 14(5): 791-795.

DOI: 10.12677/ae.2024.145768

tions, requiring teachers to design more appropriate teaching approaches to promote classroom teaching. In the teaching of “The Position Relationship between a Line and a Circle”, we attempt to propose research questions based on geometric intuition, solve problems through algebraic operations, and then develop students’ intuitive imagination, mathematical operations, and logical reasoning literacy.

Keywords

“Three New” Background, High School Mathematics, Straight Line

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

为推进“三新”工作进展,提升青年教师整体素质,笔者所在学校开展了“青年教师素质杯”活动,非常荣幸参与其中,完成一节“直线与圆的位置关系”公开课。为了达到课堂教学的实效性,笔者精心备课,不断修改完善教学设计,进行教学反思。

2. 备课思考

2.1. 教材分析

《直线与圆的位置关系》是人教A版选择性必修一第二章第五节第一课时内容,是近几年高考考察的热点和重点内容之一。从知识体系上看,它既是对圆的方程应用的延续,又是学习圆与圆位置关系,乃至后续学习圆锥曲线的基础;从数学思想方法上看,本节课渗透了数形结合、分类讨论、类比、归纳等数学思想,其有助于提高学生的数学思维品质。

2.2. 学情分析

在初中,学生对直线与圆的位置关系已有了感性认识。但现在绝大多数学生对“利用直线与圆的交点个数”以及“圆心到直线的距离与半径大小比较”这两种初中学习过的判断直线与圆的位置关系的方法已经模糊了,所以要求教师在教学中引导学生重拾旧知。现阶段,又学习了直线和圆的方程,以及点到直线的距离公式。这就为我们提供了将几何直观问题转化为代数问题的路径。数形结合思想正是解析几何的本质所在,而解析几何在高考中对学生的逻辑推理和数学运算能力考察的力度最大。透过几次考试可以发现学生计算能力薄弱,所以在本节课的教学过程中,要让学生真正动起笔,在日常训练中不断强化能力。

2.3. 目标分析

根据新课标的要求,确定本节课的教学目标为以下两点:1) 知识目标:掌握直线与圆位置关系的判定方法;解决两类问题——弦长问题和切线问题。2) 素养目标:培养学生直观想象、数学运算、和逻辑推理核心素养。

2.4. 教学重难点

基于以上,本节课的教学重点是:直线与圆的三种位置关系及其判定方法;难点是:用代数方法探

求直线与圆的位置关系的过程。

2.5. 教法、学法分析

基于本课的特点和学生的现状, 采用的教学方法是启发式教学法和直观演示法, 采用的学法是以学生为主体的探究式学习。

3. 课堂教学

3.1. 创设情境, 引入新课

“大漠孤烟直, 长河落日圆”是诗人王维眼中的日出日落美景。在本节课开始之前, 我们一起来欣赏一个日出视频。(教师播放太阳从海平面冉冉升起的场景资料)。提出问题 1: 在太阳升起的过程中, 它与海平面的位置关系是怎样变化的呢? 随即, 师生共同回顾初中学习过的直线与圆的三种位置关系及其判断方法。

设计意图: 课的第一锤要锤在学生的心灵上, 激发他们思维的火花, 或像磁石一样牢牢吸引住学生。此环节引导学生感受数学源于实际生活, 数学课里也有诗画这样的人文情怀, 寓趣味于其中, 成功唤起学生的好奇心和求知欲。同时引导学生自主回顾旧知, 蕴含了对学生数学抽象素养的培养[1]。

3.2. 探索研究, 构建新知

向学生提出思考问题: 高中阶段我们如何把几何直观问题转化为代数问题呢? 给出具体问题例 1: 已知直线 $l: 3x + y - 6 = 0$ 和圆 $C: x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$, 判断直线 l 与圆 C 的位置关系。预设学生能够想到两种解决方案: 一是类比直线方程判断两条直线位置关系的方法, 将判断直线与圆的位置关系转化为判断由它们的方程组成的方程组有无实数解, 并且有几组实数解来解决问题; 二是通过点到直线的距离公式, 求出圆心到直线的距离 d , 将问题转化为判断 d 与圆的半径 r 之间的大小关系来解决问题。

设计意图: 通过具体示例探求判定直线与圆位置关系的方法, 遵循由特殊到一般的原则, 符合学生的认知规律。不止于关注结果及结果的运用, 更关注学生学习过程中思维的发展[2]。

3.3. 反思过程, 提炼方法

根据例 1 的探究与板演展示, 引导学生独立归纳判定直线与圆位置关系的方法——几何法(d 与 r 大小关系)、代数法(联立方程组, 消元得到一元二次方程的判别式 Δ), 教师板书后组织学生小组讨论, 比较两种方法的优缺点。

设计意图: 至此完成本节课的第一个知识目标。设置小组讨论, 生生交流, 比较两种方法的优缺点, 学生的印象会更加深刻, 在日后解题中也能更好地预估难度, 选择最优解。

3.4. 课堂演练, 强化方法

布置书后习题 1: 判断下列直线 l 与圆 C 的位置关系: 1、直线 $l: 3x + 4y + 2 = 0$, 圆 $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$; 2、直线 $l: x + y + 3 = 0$, 圆 $C: x^2 + y^2 + 2y = 0$ (找两名学生板演)。接着提出对例 1 的追问: 如何求直线被圆所截得的弦长(相交的应用)? 师生共同探究得出两种解决方法: 一是联立方程组解交点坐标, 应用两点间距离公式求解; 二是由圆半径、弦心距以及弦长的一半满足勾股定理来进行求解, 即弦长。提炼方法后, 带领学生完成变式题(书后练习 3): 判断直线 $2x - y + 2 = 0$ 与圆 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 的位置关系, 如果相交, 求直线被圆截得的弦长。提出问题: 直线与圆的三种位置关系中, 除了相交以外, 你认为还有哪一个较为重要呢? 接下来给出例 2: 过点 $P(2, 1)$ 作圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 的切线, 求切线方程。带领学生探究切线问题(相切的应用), 通过问题串引导学生思考解题思路, 提炼出用几何法和代数法求解圆的

切线方程的方法, 并完成书后习题 2: 直线 $4x + 3y - 35 = 0$ 与圆心在原点的圆 C 相切, 求圆 C 的方程。

设计意图: 至此完成本节课的第二个知识目标。讲练结合, 有效地提高学生对重点知识的掌握程度, 优生正确率更高, 后进生对重点知识也有初步的掌握。学生板演, 符合中学生关注同伴的心理特点, 有助于调节学生的学习状态, 提高学习效率, 又可以起到诊断和范例的作用[3]。

3.5. 课堂小结, 分享收获

设置总结性内容和开放性问题: 这节课你学到了什么知识? 感受到了哪些数学思想方法? 本节课留给你印象最深的是什么? 预设: 一个知识点——直线与圆位置关系的判断; 两类应用——相交的应用(弦长问题)和相切的应用(切线问题); 三种能力: 发现问题, 分析问题, 解决问题的能力; 四种思想: 类比与转化的思想, 数形结合的思想, 分类讨论的思想。

设计意图: 新课程强调尊重学生的差异, 鼓励学生的个性发展。希望这些问题能够让学生体会到学习数学的快乐。

3.6. 分层作业, 自主探究

针对所教班级学生素质的差异, 进行分层作业, 将作业分为必做题, 选做题和自主探究题。必做题: 课本 132 页习题 4.2 A 组 1、2、3 题, 优化夹册课时 19; 选做题: 已知 $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$ 的一条弦 AB 过点 $(3, 1)$, 且长为 4, 求直线 AB 的方程; 自主探究题: 判断圆 $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 8y - 8 = 0$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$ 的位置关系?

设计意图: 分层作业, 既能帮助学生及时巩固基本知识, 又能让学有余力的学生得到提高, 从而达到拔尖和减负的目的。并为下一课时学习圆与圆的位置关系埋下伏笔。

4. 教学反思

4.1. 教学效果

通过复习回顾和创设情境引入新课, 设计“问题串”引导学生从“数”和“形”两方面思考问题, 通过讲练结合的方式突出知识要点突破了“如何将几何问题代数化”这一教学难点。培养学生“主动探索、敢于实践、勇于发现”的精神, 引导学生充分体会到几何问题代数化的重要性, 符合新课标的指导思想。课堂上, 生生之间相互启发、小组之间交流合作, 学生的参与度很高, 能够积极思考, 取得了较好的教学效果。

4.2. 教学特色

1) 分层教学, 尊重学生差异。基于“三新”背景, 通过分层教学的理念, 对教学内容、知识难度以及作业布置进行了合理分层, 更好地提高学生的学习效率, 进一步激发学生的数学学习能力。2) 探究思考, 锻炼思维能力。数学课堂离不开实际性的思考, 很多数学问题是比较抽象的, 需要通过适当的提问和具体的示例削减难度, 在探究的过程中实现真正的理解。3) 合作学习, 降低学习难度。高中阶段数学知识点难度涨幅大, 容易影响学生的学习信心, 为此, 通过开展合作性学习, 鼓励小组之间积极讨论, 帮助学生实现积极有效的学习, 促进能力发展。4) 多媒体、板书融合。多媒体化难为易, 直观再现, 传统板书浓缩重点, 条理清晰, 帮助学生更好地记忆知识点。

4.3. 不足之处

1) 教学方式还不够灵活。学生的状态和课堂出现的问题都是不确定的因素, 对教师的应变能力和教学手段的多样化有着一定的要求。课后复盘, 发觉存在部分学生在课堂上默不作声, 积极性不高的问题,

今后更要根据课堂特点, 采用灵活多样的教学方式, 增加课堂趣味性, 充分提升教学效果。2) 问题探究不够深入。因为笔者授课的班级是“政史地”组合, 对于大部分学生来说, 解析几何是难点。所以在教学过程中, 尽量将教学节奏放缓, 以免追求速度, 学生一堂课下来毫无收获。也正是如此由于时间原因, 最后的切线方程问题探究得不够深入。点在圆上、圆内, 以及斜率不存在几种情形的切线方程求解方法将顺延到下一节课中进行探究。

4.4. 改进措施

针对本节课中发现的不足, 做出以下改进: 1) 增加课堂趣味性和互动性激发学生的学习热情。2) 认真备课, 备学生, 摆脱语气平淡, 丰富教学手段。3) 合理安排教学时间和内容。不赶进度也不拖沓。

5. 结束语

总之, “三新”的推广已经成为一种必然, 它不仅推动教育体制的改革, 还给教师带来了更加新颖、科学的教学理念[4]。本次教学实践, 是借助“三新”教学理念, 采用分层教学、探究思考、合作学习、以生为本等方法的一次尝试。为了更好地挖掘数学课堂的育人价值, 我们要结合学生自身学习能力, 不断探索有利于学生发展的教学方式, 促进“四基”“四能”在课堂教学中的落实, 有效提升数学教学质量。

基金项目

吉林省教育科学“十三五”规划课题; 基于职后融合理念的硕师“数学教学设计与案例研究”课程的混合式教学模式设计与应用研究; 项目号 GH20271。

吉林省北华大学 2021 研究生教育教学改革研究与实践重点项目号: JG2021022。

参考文献

- [1] 吴建惠, 周敏刚, 刘盼盼, 等. 借助图形之变化, 彰显“抽象”之本质——以直线和圆的位置关系教学为例[J]. 昌吉学院学报, 2022(2): 115-118.
- [2] 李馨. 在直观、抽象、表达中发展学生的数学核心素养——以“直线与圆的位置关系”起始课教学设计为例[J]. 中国数学教育, 2023(Z3): 80-83.
- [3] 徐少奇. 尝试整体教学, 发展核心素养——以“直线与圆的位置关系”教学设计为例[J]. 中学数学教学参考, 2023(15): 23-24.
- [4] 段吉俊. “三新”背景下的高中数学教学改革探究[J]. 中学课程辅导, 2023(16): 93-95.