

# 例谈激活学生创造力在教学中的实施策略

## ——以沪教版高中数学《向量的投影》为例

尹慧琳

上海市民立中学，上海

收稿日期：2024年5月20日；录用日期：2024年6月20日；发布日期：2024年6月27日

### 摘要

创造力是每个学生都具备的能力，但如何激活学生在课堂中学习的创造力，却是最为关键的问题。本文围绕激活学生创造力这一主题展开论述，通过创设问题情境，激发联想力，练就质疑力与提高辩证思维能力四个角度深度探讨了激活学生创造力的几个关键环节。并且以沪教版高中数学《向量的投影》这一课时为例，给出完整的教学设计。

### 关键词

高中数学，向量的投影，数形结合，创造力

# Implementation Strategies for Activating Student Creativity in Teaching through Examples

## —Taking the Shanghai Education Press High School Mathematics “Vector Projection” as an Example

Huilin Yin

Shanghai Minli Middle School, Shanghai

Received: May 20<sup>th</sup>, 2024; accepted: Jun. 20<sup>th</sup>, 2024; published: Jun. 27<sup>th</sup>, 2024

### Abstract

Creativity is an ability that every student possesses, but how to activate their creativity in learning

in the classroom is the most crucial issue. This article focuses on the theme of activating student creativity, and explores several key aspects of activating student creativity from four perspectives: creating problem scenarios, stimulating associative power, refining questioning power, and improving dialectical thinking ability; and taking the lesson of “Vector Projection” in high school mathematics published by Shanghai Education Press as an example, provides a complete teaching design.

## Keywords

High School Mathematics, Vector Projection, Combination of Numbers and Shapes, Creativity

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 研究分析

创造力是一种认知、人格、社会层面的综合体，是产生具有新颖性和適切性的想法或产品的能力。创造力的培育涉及知识与认知、动机与态度、意志与情感、环境与氛围等多个方面。激活创造力是指，通过教育教学活动的刺激、引发，使学生静态的创造意识、潜能表现出动态的特征，使创造力活跃起来。基于此，本文提出激活学生创造力的几个重要因素，并以沪教版高中数学《向量的投影》这一课时为例，给出完整的教学设计。

### 1.1. 创设问题情境是激活学生创造力的前提

数学课堂教学中，教师如何为学生创造教学情境是全面实施素质教育的重要渠道和基本途径，是培养学生创新意识和创造力的首要前提[1]。

问题情境并非简单的问题或困扰，而是一种能够激发学生深入思考、探索未知、解决问题的环境或场景。在这样的环境中，学生被引导去主动发现、分析、解决问题，从而激活他们的创造力。在课堂教学中尽可能地再现知识发生，发展形成过程的教学模式是培养学生创造力的重要因素[2]；数学学科是一门科学的学科，同时这也就意味着它是一门具有抽象思维的学科。因此创设适当的问题情境能够帮助学生较快较好地理解一些新的数学定义，而学生创造力的闪光点就隐含于此。在问题情境下通过之前的学习经验，感受温故而知新，迸发新的灵感，发展数学核心素养。

### 1.2. 激发学生联想力是激活学生创造力的关键

首先联想力是指个体在思考问题时，能够将不同的事物、概念或信息联系起来，形成新的思路、观念或解决方案的能力。这种能力对于培养学生的创造力至关重要，因为它能够帮助学生打破思维定势，拓展思维空间，从而产生创新性的想法和解决方案，发展数学思维。学生在传统的教学模式下，往往会形成固定的思维模式或“思维定势”。而教师适当的引导，激发学生的联想力能够帮助学生打破这种定势，将不同领域、不同角度的知识和信息联系起来，形成新的、独特的思考方式。这种跨领域的思维活动，是创新思维的基础。

其次，当学生在面对一个问题时，他们能够通过联想，将问题与已知的知识、经验、情感等联系起来，形成了知识网络。这种网络的广度和深度，直接决定了学生创新思维的广度和深度，进而产生新的灵感。

最后丰富的联想力有助于学生实现知识的迁移和应用。当学生能够将所学知识与其他领域的知识联系起来时，他们就能够更好地理解和应用这些知识。这种迁移能力不仅提高了学生的学习效果，也培养了他们的创新能力和解决实际问题的能力。

### 1.3. 练就质疑能力是激活学生创造力的重点

在日常教学中，教师应该注重培养学生的质疑精神，鼓励他们独立思考、勇于探索、敢于创新。课堂中设计的问题链中可以适当地引导学生对一些看似合理实则有待考证的结论进行质疑分析，从而激发学生的求知欲与探索欲，此时他们不再满足于现有的知识体系，而是渴望探索更多的未知领域。这种强烈的求知欲和探索欲将推动学生不断前进，不断探索新的领域，从而产生更多的创新成果，成为激活学生创造力的助推剂。

从提出质疑到解答问题，学生可以更深入地理解知识，发现知识之间的内在联系和规律。这种对知识的深化理解有助于学生在已有知识的基础上进行创造，从而推动知识的扩展和自身的进步。

### 1.4. 辩证思维能力是激活学生创造力的保证

数学本身就是一门高度抽象的学科，需要学生通过辩证思维来深入理解数学概念和原理。辩证思维使学生能够将抽象的概念具象化，将复杂的问题简化，从而更好地掌握数学知识。这种深入理解与抽象思维是创造力的基础，有助于学生发现新的数学规律，提出新的数学问题。这与创设问题情境不谋而合。

同时，辩证思维强调从多个角度、多个层面去审视问题，全面地理解数学问题，发现问题的本质。数学中的很多概念和原理都是随着学习的深入而不断发展的，需要学生具备发展变化和动态思维的能力；很多知识点都是相互联系的，需要学生具备联系和整合思维的能力。这也能够促进学生培养辩证思维的能力。

在日常教学中，可以引导学生多角度思考问题，例如提出开放性问题、引导学生从不同角度思考问题等方式，培养学生的辩证思维能力。也可以通过引导学生对数学问题进行批判性思考，鼓励学生提出自己的观点和解决方案，从而培养学生的辩证思维。还可以通过引导学生梳理数学知识之间的联系和整合，帮助学生形成完整的数学知识体系，从而培养学生的联系和整合思维。这些都是激活学生创造力的保证。

## 2. 教学设计

### (一) 设计背景

沪教版必修二第8章平面向量较之旧教材，在概念与内容上都有一定的变化，如向量的投影仍是一个向量，这与旧教材中向量的投影是实数不同；向量基本定理放在向量的坐标表示之前，而非之后等，因此在教学上需要进行一定的调整。特别的，在向量的投影这一概念中渗透了向量数量积的几何意义，而利用向量数量积的几何意义解决问题是向量的应用中难度最大的一类题型，因此，本节课的教学内容是《8.2 向量的数量积》的难点，值得教师进行有深度、有意义的设计。

### (二) 教学分析

向量的数量积是继向量的线性运算之后的又一重要运算，也是高中数学的一个重要概念，在数学、物理等学科中应用十分广泛。本节内容教材共安排两课时，其中第一课时主要介绍向量投影的概念，第二课时主要研究向量的数量积定义与运算律，本节课是第一课时。本节课的主要学习任务是通过物理中“功”的事例并且类比点在直线上的投影，抽象出向量投影的概念，在此基础上探究向量夹角的定义及范围，使学生体会类比的思想方法，进一步培养学生的数学抽象，直观想象，逻辑推理数学素养[3]。向

量的投影与数量投影是向量数量积中最需要区分的概念，同时也因为这两个概念是理解向量数量积几何意义的重要途径，能够很好的体现了数形结合的数学思想，所以向量的投影成为本节课的核心概念，自然也是本节课教学的重点。

向量的投影是学习向量数量积之前的预备知识，学生在学习本节内容之前，已熟知了实数的运算体系，掌握了向量的概念及其线性运算，具备了功，力等物理知识，但对于向量的投影这一概念还比较陌生，容易将向量的投影与数量投影混淆。因此本节课的难点在于如何理解向量投影的概念。

### (三) 教学设计

#### 【教学目标】

由于向量的投影的概念既是本节课的重点也是难点。为了突破这一难点，能够发现无论是在投影的概念还是在第二课时学习向量数量积的概念时，物理中“功”的实例都发挥了重要作用，这也是为了让学生在已有知识的基础上从数学角度去定义向量的投影，能够更加深刻的理解向量的投影概念，因此，结合“新课标”要求和学生实际情况，将本节课的教学目标定为：

- 1) 通过物理实例，经历投影向量概念的形成过程，理解投影向量与数量投影的概念，掌握非零向量夹角的概念，懂得向量数量积的概念，知道它们之间的内在联系；
- 2) 体会类比、数形结合的数学思想和方法，进一步培养学生数学抽象，直观想象，逻辑推理数学素养，激活学生创造力。

【教学重点】向量的投影与数量投影的概念

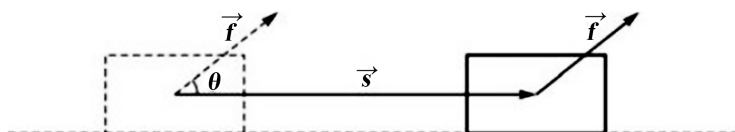
【教学难点】向量投影与数量投影的几何意义

【教学过程】

#### 环节一：创设情境 引入课题

结合本节课教学内容的特点，设计以下情境和问题：

情境：如图所示，物体在力  $f$  的作用下产生了位移  $s$ 。



【问题 1】回顾一下，在物理中，我们学过的“功”的概念是什么？“功”由哪几个量所决定？

在物理中，外力所做的功是这个力在位移方向上的分力大小与位移量的乘积。也就是说“功”由力和位移所决定。

【问题 2】如何理解“功”的概念中“力在位移方向上的分力”？

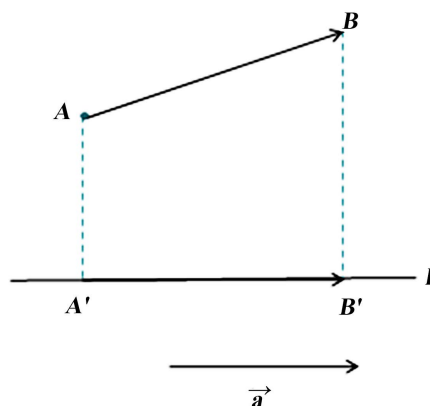
通过之前的学习经验不难得到，“力在位移方向上的分力”是作用力  $f$  在位移向量  $s$  方向上的投影  $f_1$ 。

这两个问题的设立能够让学生循序渐进的从物理中“功”的相关概念过渡到数学中向量投影的概念，其中问题 1 的第二问的解答为向量数量积的性质做了铺垫，即“功”这个数量完全被力和位移这两个向量所决定。问题 2 从学生已学的“分力”出发，让学生自主的给出向量投影的大致概念。

【问题 3】你能写出情境中力  $f$  所做的功的计算公式吗？

$$W = |f||s|\cos\theta$$

通过观察分析问题 3 求得功的公式，抽象出数学中向量投影的大致概念，发展学生数学抽象数学素养。



## 环节二：形成概念 理解辨析

### 2.1. 向量的投影

经历情境中“功”的求解再结合初中阶段学生已了解的投影的概念，学生对于“投影”的理解还处于模棱两可的阶段。为了建立学生新旧知识的联系，设计以下问题，层层递进的激发学生的联想力，自主找到知识联系的桥梁：

**【问题 4】** 点在直线的投影的概念是什么？

过点  $A$  做直线  $l$  的垂线而得到的垂足  $A'$

**【问题 5】** 你能给出一个向量在直线上的投影的合理性定义吗？

向量  $\overrightarrow{AB}$  的起点  $A$  与终点  $B$  在直线  $l$  上的投影为点  $A'$  和  $B'$ ，即向量  $\overrightarrow{A'B'}$ 。

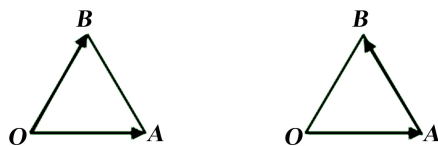
**【问题 6】** 你能进一步给出一个向量在另一个向量方向上的投影的定义吗？

即一个向量在另一个向量所在直线上的投影，由上一个问题可知向量  $\overrightarrow{A'B'}$  就是向量  $\overrightarrow{AB}$  在向量  $\overrightarrow{a}$  方向上的投影。

通过师生互动，作图体会，用以上三个问题引导学生创造性的给出向量在直线及另一个向量方向上投影的合理性定义，然后与教材定义作比较，体会教材定义的严谨性、合理性。培养学生数学抽象，直观想象，逻辑推理数学素养。

**【问题 7】** 如图，三角形  $OAB$  是边长为 2 的等边三角形，你能分别写出向量  $\overrightarrow{OB}$  在向量  $\overrightarrow{OA}$  方向上的投影与向量  $\overrightarrow{AB}$  在向量  $\overrightarrow{OA}$  方向上的投影吗？

学生通过向量投影的概念，画出向量终点的投影进而不难得到向量  $\overrightarrow{OB}$  在向量  $\overrightarrow{OA}$  方向上的投影与向量  $\overrightarrow{AB}$  在向量  $\overrightarrow{OA}$  方向上的投影。



**【问题 8】** 当非零向量  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  满足什么条件时，投影向量  $\mathbf{b}'$  的方向与  $\mathbf{a}$  的方向相同？方向相反？ $\mathbf{b}'$  是否可能为零向量？

当非零向量  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  之间的夹角  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  时，方向相同； $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  时，方向相反；当  $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{2}$  时， $\mathbf{b}'$  为零向量。



在解决了问题 7 后，继续用问题 8 引导学生提出质疑：似乎不是所有的投影向量  $b'$  的方向与  $a$  的方向都相同，于是解决问题 9，就必须研究两个非零向量的夹角。

**[问题 9]** 如何用  $a$  和  $b$  表示  $b$  在  $a$  方向上的投影的表达式(设  $a$  和  $b$  都是非零向量)?

通过多媒体展示两个向量的夹角  $\langle a, b \rangle$  范围为  $[0, \pi]$ ，展开讨论  $\langle a, b \rangle \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 、 $\langle a, b \rangle = \frac{\pi}{2}$  和  $\langle a, b \rangle \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$  时， $b$  在  $a$  方向上的投影的表达式均为  $OB' = |b| \cos \langle a, b \rangle a_0$ ， $a_0 = \frac{1}{|a|}a$  为  $a$  的单位向量。同时给出实数  $|OB'| = |b| \cos \langle a, b \rangle$  称为  $b$  在  $a$  方向上的数量投影。强调向量投影为向量，数量投影为实数，再次把握本节课的重点。

## 2.2. 向量的数量积

经历了情境中“功”的求解以及两个非零向量的夹角、向量的投影与数量投影的学习之后，自然的引入向量数量积的定义： $a \cdot b = |a||b| \cos \langle a, b \rangle$ 。结合向量的投影，提出问题。

**[问题 10]** 在向量的数量积的公式中， $|b| \cos \langle a, b \rangle$ 、 $|a| \cos \langle a, b \rangle$  分别有什么含义?

$|b| \cos \langle a, b \rangle$  表示向量  $b$  在向量  $a$  方向上的数量投影； $|a| \cos \langle a, b \rangle$  表示向量  $a$  在向量  $b$  方向上的数量投影。

**[问题 11]** 结合数量投影，还可以如何阐述非零向量  $a$  与  $b$  的数量积?

非零向量  $a$  与  $b$  的数量积还可表述为：其中一个向量的模乘以另一个向量在这个向量上的数量投影(也称为向量数量积的第二定义)。

问题 10, 11 不仅能够让学生更加深刻的理解向量数量积的几何意义，也能够将投影与数量投影联系起来，突破本节课的难点。同时，问题 11 的提出，能够引发学生对数量积概念的再次思考，提升思维能力。

### 环节三：例题讲解 巩固新知

**例 1** 已知向量  $a$  与  $b$  的夹角为  $\frac{2\pi}{3}$ ，且  $|a|=3$ ， $|b|=4$ 。

1) 求  $b$  在  $a$  方向上的投影与数量投影；

2) 求  $b \cdot a$ 。

**例 2** 已知  $a$  是非零向量， $b$  与  $c$  是任意向量，它们在  $a$  方向上的投影分别为  $b'$  与  $c'$ 。求证： $b+c$  在  $a$  方向上的投影为  $b'+c'$ 。

例 1 是对向量的投影、数量投影以及数量积公式的简单应用，对应着教学目标 1；例 2 让学生从形的角度理解向量的投影也具有线性性质，为后面向量数量积对加法的分配律的证明提供了理论依据，对应着教学目标 2。

### 环节四：课堂练习 检测能力

基于辩证思维能力是激活学生创造力的保证，选取如下习题：

**练习 1** 已知  $|a|=5$ ， $|b|=6$ ， $\sin \langle a, b \rangle = 0.6$ ，求  $b$  在  $a$  方向上的投影、数量投影与数量积。

**练习 2** 设  $a$ 、 $b$  是两个向量，其中  $a \neq 0$ ， $b$  在  $a$  方向上的投影是  $b'$ ，又设  $\lambda \in \mathbf{R}$ ，分  $\lambda \geq 0$  与  $\lambda < 0$  两种情况，证明  $\lambda b$  在  $a$  方向上的投影  $\lambda b'$ 。

练习 1 是对向量的投影、数量投影以及数量积公式的简单应用；练习 2 让学生从形的角度理解向量的投影的另一线性性质，为后面向量数量积运算律的证明提供了理论依据。特别的，练习 2 需要学生辩证思考，合理证明，利于提升学生辩证思维能力，为激活学生创造力提供保证。

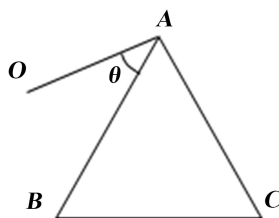
### 环节五：课堂小结 布置作业

为了落实“新课标”中学生是课堂的主体，准备以下几个问题让学生自主总结：

- 1) 本节课我们学习的主要内容是什么?
- 2) 向量的投影与数量投影有什么联系? 又有怎样的区别?
- 3) 结合向量的线性性质, 能否总结向量的投影的线性性质?

4) 本节课的学习中渗透了怎样的数学思想进而得到了怎样的数学结论? 以上问题不仅能够使学生对本节课的知识要点、学习过程和技能方法有更加全面深刻的认识, 同时也为下一节课做好铺垫, 继续激发学生的创造力、求知欲。

作业布置:



基础题: 教材 P110~P111 习题 8.2 A 组 1, 2, 7, 12, B 组 1, 3, 7。

能力提高:

1) 已知圆  $O$  中, 弦  $AB$  的长为  $\sqrt{3}$ , 圆上的点  $C$  满足  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ , 求  $AC$  在  $OA$  方向上的数量投影。

2) 如图, 已知正三角形  $ABC$ ,  $O$  是三角形  $ABC$  外一点, 且  $|OA| = 1$ , 若  $\angle OAB = \theta$  ( $\theta \in (0, \frac{\pi}{3})$ ), 试

用向量的方法证明:  $\cos \theta + \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$

基础题是对所有学生本节课学习成果的检测, 目的是让学生加深对向量投影、数量投影与向量的数量积概念的理解和应用, 为后续学习打好基础。其次为了让不同层次的学生得到不同的发展, 能力提高题供学有余力的同学选做。

### 3. 总结与展望

本文中的教学设计充分调动学生已有的物理知识, 从数学的角度重新审视向量的投影, 试图利用建立新旧知识之间的联系来加深概念的理解。并且从创设问题情境、发展观察力、激发联想力、炼就质疑能力、辩证思维能力五个方面来说明本节课的设计理念, 并且在这过程中注重对学生核心素养的培养, 认真贯彻新教材的教学理念。

总之, 学生的创新能力是现阶段高中数学教学探索的重点方向之一, 也是帮助学生适应未来社会发展, 提升核心竞争力的有效举措。学生创新能力的培养不仅需要在高等教育过程中得以实现, 更需要在中教育阶段打下重要基础[4]。教师在日常教学中, 也应该落实对学生创造力的激活与培养, 这样才能让自己的教育工作实现真正的价值, 让学生感受到学习的乐趣与收获。

### 参考文献

- [1] 焦勤. “过程再现”与创造力培养——数学课堂教学中学生创造力培养再探[J]. 中学教育, 2002(5): 34-35.
- [2] 范晋秋. 数学教学过程中如何设计教学情境, 培养学生的创造力[J]. 太原科技, 2003(2): 78-79.  
<https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-9146.2003.02.044>
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2022 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2017.
- [4] 胡扬道. 浅谈高中数学教学中学生创新能力的培养[J]. 考试周刊, 2019(70): 82.