中国与安大略省数学课标的比较研究

——以小学“分数”部分为例

朱文漳¹, 蔡云¹, 罗德红^{2*}

¹闽南师范大学教育与心理学院, 福建 漳州

²怀化学院武陵山片区基础教育研究中心, 教育科学学院, 湖南 怀化

收稿日期: 2024年5月24日; 录用日期: 2024年6月23日; 发布日期: 2024年6月30日

摘要

借鉴他国较完备的课程标准有利于进一步完善我国的课程标准, 也有利于教师改进教学。将中国与安大略省数学课标进行比较后发现: 两国数学课标在数学知识的内容上基本一致, 但各内容所处的位置不一致; 2020版安大略省数学课标更偏向“自我意识”和“与他人的交流”, 我国2022版数学课标则更偏向适应社会生活。另外, 2020版安大略省高年段数学课标会重复前面所学的内容, 导致全文篇幅巨大; 2020版安大略省数学课标中的“大概念”是有联系的且具有连续性和渐进性。建议调整课标编排顺序, 注重教学目标的“三本位”融合; 教师注重综合与实践的教学, 少数民族地区教师承担课程标准民族化的主要责任。

关键词

安大略省, 数学课标, 小学数学

A Comparative Study of Mathematics Curriculum Standards in China and Ontario

—Taking the “Score” Section of Primary School as an Example

Wenzhang Zhu¹, Yun Cai¹, Dehong Luo^{2*}

¹School of Education and Psychology, Minnan Normal University, Zhangzhou Fujian

²College of Education, Wulingshan K-12 Educational Research Center at Huaihua University, Huaihua Hunan

Received: May 24th, 2024; accepted: Jun. 23rd, 2024; published: Jun. 30th, 2024

*通讯作者。

Abstract

Drawing from the more comprehensive curriculum standards of other countries can be beneficial for further improving China's curriculum standards and also for teachers to improve their teaching. A comparison between China and the province of Ontario in Canada's mathematics curriculum standards reveals that the two countries' mathematics curriculum standards are essentially consistent in terms of mathematical knowledge content, but the positions of each content are different. The 2020 version of the Ontario mathematics curriculum standards is more inclined towards "self-awareness" and "communication with others", while the 2022 version of China's mathematics curriculum standards is more inclined to adapt to social life. Additionally, the 2020 version of the Ontario mathematics curriculum standards for higher grades repeats the content learned earlier, resulting in a very lengthy document; the "big ideas" in the 2020 version of the Ontario mathematics curriculum standards are interconnected and have continuity and progressiveness. It is suggested to adjust the arrangement order of the curriculum standards, focusing on the integration of the "three-standard" teaching objectives; teachers should pay attention to comprehensive and practical teaching, and teachers in ethnic minority areas should take on the main responsibility for the localization of the curriculum standards.

Keywords

Ontario, Mathematics Curriculum Standards, Elementary Mathematics

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Open Access

1. 前言

《义务教育数学课程标准(2011年版)》2011年12月正式公布后,不少学者对课程标准所提出的基本理念、课程目标体系以及课程内容都表达了异议[1]。可见,中国数学课程标准仍有待进一步完善和健全。

《义务教育数学课程标准(2022版)》(以下简称2022版中国数学课标)是最新颁布的关于课标的重要文件,借鉴其他国家相对成熟的数学课程标准是制定和修改我国数学课程标准的重要方法,将我国最新版数学课程标准与外国数学课程标准进行比较,有利于进一步完善我国数学课程标准。

加拿大联邦实行12年制义务教育(小学1~6年级、初中7~9年级、高中10~12年级),拥有较完善的教育体系,一流的学校教育[2]。加拿大课程标准是分省制定的,安大略省是加拿大基础教育规模最大的省份,该省的课程、教材、教学评价也最为成熟、完善[3]。安大略省的数学课标也同样经历了一段曲折修改史。2005年的《安大略数学课程标准,1~8年级,2005》(以下简称2005版安大略省数学课标)实行以来,安大略省学生的数学成绩却一直未能达到预期效果[4],自PISA项目启动以来,数学成绩从2003~2015年,呈持续下降趋势,从各省统计数据看,安大略省的数学成绩下降在统计上是显著的[5]。基于此,安大略省教育部部长斯蒂芬·莱切于2019年宣布了一项为期4年、耗资2亿美元的数学战略[6],并于2020年正式完成了新一轮小学数学课程改革,颁布了《安大略数学课程标准,1~8年级,2020》(以下简称2020版安大略省数学课标),该标准取代了2005年版的数学课程标准。

本文基于比较教育理论进行课程标准的国际比较,依据贝雷迪的比较四步法[7](描述、解释、并置和比较)、系统论[8](系统论的一般特征包括整体性、层次性、目的性等)和结构功能主义[9](结构功能主

义在比较教育领域当中注重整体研究、研究对应关系以及研究功能与结构间的互动关系)等理论将 2020 版安大略省数学课标与我国 2022 版数学课标的整体课程内容进行比较,并以小学“分数”部分为例进行更细致、全面的比较,以求把握各自的特点和共同的规律。

课程标准是教师撰写教案和进行教学的依据,但有研究指出[10],一线教师对课程标准的理解还存在着较大问题,对课程标准改革的内容知之甚少。本文进行的比较研究从客观上呈现了我国数学课标的主要内容和特点,可以帮助一线教师熟悉课程标准。本文还呈现了安大略省数学课标,有利于一线教师从国外的课标中找到教学灵感,更好地指导自己的实际教学。另外,借鉴吸收 2020 版安大略省数学课标的有益成分,提出对中国数学课标的修改建议,有利于进一步完善我国数学课程标准。

2. 整体课程内容比较

2.1. 2020 版安大略省数学课标

2020 版安大略省数学课标主要包括以下六个部分的内容:分别是 A. Social-Emotional Learning (SEL) Skills in Mathematics and the Mathematical Processes; B. Number; C. Algebra; D. Data; E. Spatial Sense; F. Financial Literacy。其中的 SEL 包括:表达、管理并识别他人情绪;认识压力的来源并应对挑战;保持积极的动力和毅力;在数学问题上合作(表达自己的想法,倾听别人的想法,包容别人)并通过这种方式培养健康的关系;培养自我意识和自我认同感;批判性和创造性的思考。

2.2. 2022 版中国数学课标

2022 版中国数学课标主要包括以下四个部分:数与代数;图形与几何;统计与概率;综合与实践(重在解决实际问题,以跨学科主题学习为主,小学主要是主题活动,将知识内容融入主题活动中,主要是前面三个内容的综合运用)。不难发现,2022 版中国数学课标所包含的内容都是数学专业内容,并没有单独列出一个板块的非数学专业内容。

2.3. 比较

SEL 是 2020 版安大略省数学课标相较于 2005 年版新增的部分,也是与 2022 版中国数学课标的纯数学专业知识的课程内容最大的差异。我国课程内容并不涉及与之相关的部分,但根据 SEL 的具体内容,笔者在我国数学课标上找到了与之相对应的内容,即课程标准的总目标,具体为:通过义务教育阶段的数学学习,学生逐步会用数学的眼光观察现实世界,会用数学的思维思考现实世界,会用数学的语言表达现实世界(简称“三会”)。但从细节上看,SEL 更偏向自我意识和与他人的交流;我国则更偏向学生去适应社会生活。

有学者[4]提出需要从两个方面将社会情感学习技能进行课程融入,一是需要立足数学学科独特的育人价值,探索学生所学的数学知识、技能与社会情感学习技能之间的有效关联,在数学课程标准中为数学内容匹配与之对应的社会情感学习技能,实现社会情感学习技能与学生数学关键能力互融互促;二是在此基础上,结合具体数学内容与数学过程,在数学课程标准中结合融入社会情感学习技能的教学设计样例,为教师进行教学实践提供具体抓手。

3. 数学专业内容比较(以下以“同分母、异分母分数的加减法”课题为例)

3.1. 2020 版安大略省数学课标

2020 版安大略省数学课标中有关同分母、异分母分数的加减法的课程内容位于六年级,该课题包含了四个部分的内容(如图 1):“主题”、“概括”、“关键概念”、“注意事项”。主题是对教学内容的

高度概括，同分母、异分母分数的加减法所属的主题是加减法，但也由于高度概括，本课题所在的位置便不明确，不方便查找。概括是对主题的进一步分化，如本课题的概括为：在不同的情境下，使用多种方法进行同分母、异分母分数的加减法。关键概念是对概括的更详细地分析，本课题的关键概念主要涉及教学中可使用的教具或教学模型，及不同教具和模型适用的条件。最后便是注意事项，该部分详细列出了教学可能遇到的情况，包括分数加减法的条件、算理、生活情境、例子等。总体而言，课程内容十分详细，对于教师在实践中可能遇到的情况都进行了罗列。

B2.5 Addition and Subtraction

add and subtract fractions with like and unlike denominators, using appropriate tools, in various contexts

Teacher supports

Key concepts

- The type of models (e.g., linear model, area model) and tools (e.g., concrete materials) that are used to represent the addition or subtraction of fractions can vary depending on the context.
- Addition and subtraction of fractions with the same denominator may be modelled using fraction strips partitioned into the units defined by the denominators with the counts of the units (numerators) being combined or compared. The result is based on the counts of the same unit.
 - For example, if adding, 3 one fourths (three fourths) and 2 one fourths (two fourths) are 5 one fourths (five fourths), or $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$.
 - For example, if subtracting, taking 2 one fourths (two fourths) from 7 one fourths (seven fourths) leaves 5 one fourths (five fourths), or $\frac{7}{4} - \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$. Or, when thinking about the difference, 5 one fourths (five fourths) is 2 one fourths less than 7 one fourths (seven fourths).
- Addition and subtraction of fractions with unlike denominators may be modelled using fraction strips of the same whole that are partitioned differently. When these fractions are combined or compared, the result is based on the counts of one of the denominators or of a unit that both denominators have in common.
- Hops on a number line may represent adding a fraction on to an existing amount or subtracting a fraction from an existing amount.

Note

- The three types of addition and subtraction situations (see B2.4) also apply to fractions.
- As with whole numbers and decimals (see SE B2.4), only common units can be added or subtracted. This is also true for fractions. Adding fractions with like denominators is the same as adding anything with like units:
 - 3 apples and 2 apples are 5 apples.
 - 3 fourths and 2 fourths are 5 fourths.
- When adding and subtracting fractions as parts of a whole, the fractions must be based on the same whole. Thus, avoid using a set model because the tendency is to change the size of the whole.
- The numerator in a fraction represents the count of unit fractions. The denominator represents what is being counted (the unit). To add or subtract fractions is to change the total count of units, so only the numerator is added or subtracted.
- If students are adding and subtracting fractions with unlike denominators, they may need to estimate the sum and difference, depending on the tools they are using. This kind of estimation will support fraction sense.
- Without a context, the addition and subtraction of fractions are assumed to be treating the fractions as parts of a whole. Fractions as parts of a whole are commonly added and subtracted in everyday life (e.g., construction, cooking), particularly when combining or comparing units that are commonly used, such as imperial units (inches, feet, pounds, cups, teaspoons).
- Adding and subtracting fractions as comparisons may also have everyday applications. For example, when adding up test scores – a student got 3 of the 4 possible marks ($\frac{3}{4}$) for question 1 and got 4 of the 5 possible marks ($\frac{4}{5}$) for question 2. For the two questions together, the student got 7 of 9 possible marks ($\frac{7}{9}$). In this example, the fractions are comparing what a student got compared to what was possible.

Figure 1. The 2020 version of the Ontario Mathematics Curriculum Standard is about the addition and subtraction of fractions with the same denominator and different denominators

图 1. 2020 版安大略省数学课标中有关同分母、异分母分数的加减法的课程内容

3.2. 2022 版中国数学课标

我国 2022 版数学课标中有关同分母、异分母分数的加减法的课程内容为：能进行简单的小数、分数四则运算和混合运算，感悟运算的一致性，发展运算能力和推理意识。这句话不止包含了同分母、异分母分数的加减法，还包含着小数加减法、小数乘法、分数乘法等内容。

3.3. 比较

2020 版安大略省数学课标的课程内容是非常细致的，仅从“同分母、异分母分数的加减法”这个知识点来看，该知识点列出了“主题”、“概括”、“关键概念”、“注意事项”等内容，与我国比较，相当于我国列出的课程内容只对应安大略省数学课标中的“概括”部分，其细致程度非常明显。这其实是安大略省对“发现式数学” (discovery math) 进行的改革，其采用全新的“回归基础” (back-to-basics) 数学教学策略，会有更多数学基本技能层面的操作，确保学生能充分理解和运用基本概念[11]。

发现数学一直被描述为加拿大数学教育改革举措中一种以学生为中心的教学方法，强调让学生自己学习和理解数学，学生可以自由地表达自己的思想，解决现实世界中的数学问题，教师的角色是给学生提供少量的指导，没有特定的数学知识讲授给学生。教师可以根据学生的生活体验、理解能力和技能水平来设计课堂活动，也可以根据学生的实际情况进行课堂讨论，激发学生的学习兴趣。确定了以下 4 个关键目标：提高学生在数学方面的成就、幸福感和参与度；增强教育工作者的数学知识和教学专业知识；强化运用有效的数学教学知识，为学校 and 系统的改进提供必要的支持和条件；增加家长对孩子数学学习的投入。

再以“分数”一题为例，2005 版安大略省数学课标(如图 2 左列)要求学生在一年级认识二分之一，

到 4 年级要求学生用标准的分数形式来书写分数, 然后直接跳到 7 年级要求学生学会同分母异分母的加减法; 而 2020 版安大略省数学课标(如图 2 右列)在 1 年级要求学生了解分数的基本性质(认出分数值相同的分数但表述不一致, 如二分之一与四分之二), 3 年级要求学生用标准的分数形式来书写分数, 再到 4 年级要求学生使用分数的基本性质(如通分和约分), 再到 5 年级的同分母加减法和初步的分数乘除法, 再到 6 年级的同分母异分母加减法和进一步的分数乘除法。从 2005 年版和 2020 年版安大略省数学课标的对比表不难发现, 看似 2020 年版只是将知识难度下移, 实则在课程内容上更加具有渐进性, 使得学生在学习上能够达到螺旋式上升的效果, 也响应了“回归基础”的号召。有学者提出 2020 年版的课程内容更具知识的连续性[12], 与这里的“渐进性”的提法相似。

Topic	2005 Curriculum	2020 Curriculum
Fractions	Gr.1: Begin to look at halves	Gr.1: Begin to recognize equivalent fractions
	Gr.4: Writing fractions with standard fractional form, e.g., $1/2$	Gr.3: Writing fractions with standard fractional notation, e.g., $1/2$
	Gr.7: Add and subtract fractions with like and unlike denominators	Gr.4: Begin to work with equivalent fractions
	Gr.8: Represent multiplying and dividing fractions	Gr.5: Add and subtract fractions with like denominators, and multiplying and dividing one-digit whole numbers by unit fractions
		Gr.6: Add and subtract fractions with like and unlike denominators, and multiplying and dividing whole numbers by proper fractions
		Gr.7: Multiplying and dividing fractions by fractions using tools, applying equivalent fractions, and generating fractions and decimals between any two quantities
		Gr.8: Multiplying and dividing fractions and integers

Figure 2. A comparison between the 2005 and 2020 editions of the Ontario Mathematics Curriculum Standards for fractions
图 2. 2005 版与 2020 版安大略省数学课标中有关分数的课程内容的比较

同时还值得注意的是, “key concepts”也是 2020 版安大略省数学课标新引进的东西。邓秋仪在其学位论文中指出:赫斯特在其文章 *Developing the Big Ideas of Number* 中几次提出“big ideas”和“key concepts”的关系, 如 “If this is to occur, teachers need to understand the ‘micro content’ that makes up each ‘big idea’ or key concept.”、“For example, a teacher could misinterpret the depth of a child’s understanding of a key concept (or ‘big idea’) [13]”, 这体现了“big ideas”和“key concepts”是等价的、可以互换的, 都表示大概念。2020 版安大略省数学课标所提到的大概念是指向理解的, 且是教师使用大概念进行教学, 利用大概念将每节课的内容、每个知识点联系在一起, 最终将所有数学内容联系在一起, 也体现了大概念之间的有联系和连贯性的特点。

4. 其他比较

2022 版安大略省数学课标明确提出了为不同文化背景学生提供适切的数学学习环境的具体策略, 并强调教师对于文化回应教学法的运用。有研究者对“义务教育阶段国家数学课程标准在我国民族地区的适应性”进行研究发现, 民族地区整体对义务教育阶段数学课程标准的适应性较低, 且差距在初中阶段明显增加[14]。

2022 版安大略省数学课标在鼓励家长参与学生数学学习的同时, 进一步根据学生所处的学段明确了家长的具体职责。具体到我国的数学教育现状, 学校与家庭、社区仍然缺乏有效联动, 家校社合作共育的协同机制也有待完善。

2022 版中国数学课标把内容领域分成了数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个领域,

并且在各个领域内又分了若干个单独的部分。其中，综合与实践领域充当了各个学段数与代数、图形与几何、统计与概率三者之间的桥梁，加强了数学知识间的内在联系。但这一领域往往需要占用课时，而且这一领域相对于知识间的内在关联还远远不够[15]。如果不强调各知识领域之间的联系，学生可能就只是学习了一些孤立的概念和方法，这样就很难把数学看作统一的整体。安大略省数学标准明确提出：“为防止课程的片段，数学课程和训练也必须是有重点和整合的”。例如，几何部分是通过“几何性质”、“几何关系”和“位置与移动”将所要求的几何知识与技能串在一起，逐步提高学习期望。除此之外，安大略省标准单独列有“联系”这一过程标准，并在具体目标中给出了详细的案例，比我国的综合与实践内容更加丰富，这一点值得我国在进一步完善数学课程标准的过程中借鉴。

5. 研究建议

5.1. 调整课标编排顺序

单独比较中国与安大略省数学课标中的课程内容部分，不难发现两者的篇幅差异巨大，而综合来看整本课标，除去安大略省数学课标中重复部分，两者的整体差异便不大。课程内容属于课程标准的主体，也是一线教师在教学中常参考的内容，主体篇幅差异大而整体差异不大的原因其实是：原属于课程内容的实例部分被安排在了附录。安大略省数学课标实例部分编排在每一个课程内容的后面，实例部分具有鲜明的示范性与引领性[16]，为一线教师提供了切实可行的案例或灵感。在我国的教学实践中，往往由于实例部分不考或因为实例部分位于课程标准的尾端，而忽视了该部分的存在。故研究建议将实例部分编排在每个课程内容的后面，同时，增加实例的个数。

5.2. 教学目标的“三本位”融合

安大略省数学课标中的 SEL 更偏向自我意识和与他人的交流，我国课程总目标的“三会”则更偏向引导学生去适应社会生活。SEL 的自我意识和与他人的交流可以总结为偏向“人本位”的教学目标思想，我国课程总目标的“三会”可称为偏向“社会本位”的教学目标思想。毋庸置疑，不管是三维目标还是如今的核心素养都十分注重学生对于知识的掌握，知识是其他目标的基础，也就可以称之为“知识本位”的教学目标思想。如果从三个本位中任取一个或两个本位进行教学，都将无法全面发展学生。研究建议课程标准新增一个非数学专业知识的独立板块以加强一线教师对于其他取向的注重，该板块内容可借鉴安大略省数学课标中的 SEL 部分。同时，建议一线教师在制定教学目标时要考虑课程目标的“三本位”的价值取向。

5.3. 少数民族地区教师承担课程标准民族化的主要责任

安大略省数学课标中明确提出了为不同文化背景学生提供适切的数学学习环境的具体策略，我国数学课标则没有相应的内容和策略。但从国家整体发展的方向来看，“尊重民族差异而不强化差异，保持民族特性而不强化特性”是大方向，强化民族差异不利于缩小民族差距。课标规定的是整体教学内容，那么就需要少数民族地区教师承担课程标准民族化的主要责任。单从数学专业内容来看，不管是国内还是国外的总体课程内容都是一致的，并不是少数民族地区上的内容与其他地区就不一样，只是情境有异，而情境创设本就是教师的教学工作范围之内，具体创设何种能与学生生活相关的情境也是教师的职责所在。

5.4. 注重综合与实践的教学

2022 版中国数学课标中将综合与实践作为一个单独的领域，重在解决实际问题，以跨学科主题学习

为主，第一、第二、第三学段主要采用主题式学习，将知识内容融入主题活动中。但高年级教师在教学中往往因为时间不够等原因不愿涉及该部分的教学。在该领域中，列举了如欢乐购物街、时间在哪里等趣味性十足的活动，曹冲称象、度量衡的故事等富含数学史的内容，体育中的数学、营养午餐等实用性极强的活动。教师应该注重综合与实践的教学，发挥该部分独特的育人价值。

6. 结语

本文依据贝雷迪的比较四步法等理论将 2020 版安大略省数学课标与我国 2022 版数学课标的整体课程内容进行比较，并以小学分数部分为例进行更细致、全面的比较，发现两国数学课标在数学知识的内容上基本一致，但各内容所处的位置不一致；安大略省数学课标更偏向“自我意识”和“与他人的交流”，我国数学课标则更偏向适应社会生活。另外，安大略省高年段数学课标会重复前面所学的内容，导致全文篇幅巨大；安大略省数学课标中的“大概念”是有联系的且具有连续性和渐进性。建议调整课程标准编排顺序，注重教学目标的“三本位”融合；教师注重综合与实践的教学，少数民族地区教师承担课程标准民族化的主要责任。研究结论有利于了解安大略省义务教育数学课程改革动态，学习加拿大数学教育的合理元素，拓宽我国数学教育比较研究的国际视野，深化我国数学比较教育的研究内容。

基金项目

2023 年度湖南省普通高等学校教学改革研究重点项目《基于抽检标准的教育类本科毕业论文框架构建和写作能力培养研究》(HNJG-20231064)的成果。

参考文献

- [1] 何佳. 中加小学数学课程标准比较研究[D]: [硕士学位论文]. 扬州: 扬州大学, 2014.
- [2] 陈蓓. 加拿大安大略省数学课程标准中的数学素养研究[J]. 数学通报, 2016, 55(9): 14-18.
- [3] 张文字, 张守波. 加拿大小学数学课程标准中的空间观念评析——以安大略省为例[J]. 外国中小学教育, 2013(6): 53-58.
- [4] 丁福军. 加拿大安大略省小学数学课程改革的新动向及启示[J]. 现代基础教育研究, 2023, 49(1): 113-120.
- [5] Richards, J. (2017) Red Flags for Educators: Lessons for Canada in the PISA Results. CD Howe Institute Commentary No. 488, CD Howe Institute, Toronto, 2-16.
- [6] Ontario Ministry of Education (2019) First Year Investment of Ontario's Four-Year Math Strategy Announced. <https://news.ontario.ca/en/release/53479/first-year-investment-of-ontarios-four-year-math-strategy-announced.Pdf>
- [7] 朱勃. 比较教育家贝雷迪的比较方法[J]. 外国中小学教育, 1986(3): 27-29.
- [8] 魏宏森, 王伟. 广义系统论的基本原理[J]. 系统辩证学学报, 1993(1): 52-58+65.
- [9] 杨明全, 陈川南. 试论比较教育研究理论取向: 话语争鸣及超越[J]. 比较教育研究, 2022, 44(1): 41-49.
- [10] 马玉阳. 科学探究视角下中美高中物理课程标准比较研究[D]: [硕士学位论文]. 长春: 东北师范大学, 2021.
- [11] 孙兴华, McDougall, D. 加拿大安大略省中小学数学教育改革的脉络与检视[J]. 数学教育学报, 2020, 29(6): 80-86.
- [12] 邓秋仪. 大概念取向的加拿大 BC 省和安大略省数学课程分析[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广州大学, 2022.
- [13] Hurst, C. (2015) New Curricula and Missed Opportunities: Crowded Curricula, Connections, and 'Big Ideas'. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-12.
- [14] 贾旭杰, 何伟, 孙晓天, 等. 义务教育阶段国家数学课程标准在我国民族地区的适应性研究[J]. 民族教育研究, 2019, 30(4): 30-37.
- [15] 周瑞. 中美义务教育阶段数学课程标准的比较研究[D]: [硕士学位论文]. 长春: 东北师范大学, 2009.
- [16] 张定强, 郭久星. 三版数学课标中“图形与几何”领域实例: 变革及启示[J]. 教师教育论坛, 2022, 35(10): 9-12.