

农林院校机器人学数学基础课程的教学改革与实践

——以东北林业大学代数类研究生为例

郑克礼

东北林业大学理学院, 黑龙江 哈尔滨

收稿日期: 2024年5月13日; 录用日期: 2024年6月14日; 发布日期: 2024年6月21日

摘要

随着机器人技术在农林产业的广泛应用, 农林院校面临着培养具备机器人技术应用能力的新一代人才的挑战。本文以东北林业大学代数类研究生课程为例, 探讨了机器人学数学基础课程的教学改革情况, 分析了改革的必要性、实施过程及成效。文章首先指出了传统数学教学与机器人技术应用之间的脱节, 以及农林院校在数学教育方面存在的生源质量、师资队伍和科研平台等方面的不足。针对这些问题, 阐述东北林业大学在代数类研究生课程中尝试融入机器人学的两个具体实例。通过整合课程内容、开展实践项目和促进跨学科合作等措施, 提高了教学的实用性和前瞻性。成效分析表明, 这些改革措施有效地结合了理论与实践, 提升了学生的学习兴趣、实践能力和创新思维, 同时也增强了学生的就业竞争力。文章最后得出结论, 东北林业大学的教学改革为农林院校机器人学数学基础课程的教学改革提供了有益的借鉴和启示, 为学生的全面发展和未来职业生涯奠定了坚实的基础。

关键词

数学应用, 代数类课程, 机器人学, 农林院校

Reform and Practice of Mathematical Foundation Courses in Robotics at Agricultural and Forestry Universities

—A Case Study of Algebraic Graduate Students at Northeast Forestry University

Keli Zheng

Abstract

With the widespread application of robotic technology in the agriculture and forestry industries, agricultural and forestry universities are facing the challenge of cultivating a new generation of talents with the ability to apply robotic technology. This paper takes the graduate algebra courses at Northeast Forestry University as an example to discuss the teaching reform of mathematical foundation courses in robotics, analyzing the necessity, implementation process, and effectiveness of the reform. The article first points out the disconnect between traditional mathematics teaching and the application of robotic technology, as well as the shortcomings in mathematics education at agricultural and forestry universities, such as the quality of student sources, faculty teams, and scientific research platforms. In response to these issues, two specific instances of integrating robotics into the graduate algebra courses at Northeast Forestry University are elaborated. Through measures such as integrating course content, carrying out practical projects, and promoting interdisciplinary cooperation, the practicality and foresight of teaching have been enhanced. The effectiveness analysis shows that these reform measures have effectively combined theory with practice, enhancing students' interest in learning, practical abilities, and innovative thinking, while also strengthening their competitiveness in the job market. In conclusion, the teaching reform at Northeast Forestry University provides useful references and insights for the reform of mathematical foundation courses in robotics at agricultural and forestry universities, laying a solid foundation for the comprehensive development and future careers of students.

Keywords

Mathematical Application, Algebra Courses, Robotics, Agricultural and Forestry Universities

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着科技的不断进步，机器人技术已经成为推动农林产业现代化的关键因素。在农林领域，机器人技术的应用不仅极大地提高了作业效率，还有助于实现资源的可持续利用和环境保护。在这样的背景下，农林院校承担着培养新一代机器人技术人才的重要任务，其中机器人学数学基础课程是培养这些人才的关键环节。

然而，面对新时代的发展要求，农林院校在机器人学数学基础课程的教学实践中遇到了诸多挑战。传统的数学教学内容和方法未能充分结合机器人技术的最新发展，导致学生在实际应用中的能力受限。根据张良等[1]的研究，高等农林院校在数学教育方面存在生源质量、师资队伍和科研平台等方面的不足。穆志民等[2]和王倩[3]的研究也指出了农林类研究生公共数学课程需要在教学内容、方法和模式上进行改革。陶亦舟等[4]和郑召文等[5]的研究则强调了在数学课程中融入思想政治教育的重要性，并提出了构建有效思想政治教育模式的必要性。

针对这些问题，东北林业大学在代数类研究生课程中尝试融入机器人学实例，以期提高教学的实用性和前瞻性。本文旨在探讨东北林业大学在机器人学数学基础课程中融入机器人学实例的教学改革情况，分析改革的必要性、实施过程以及取得的成效。我们将重点关注如何结合农林产业的实际需求更新教学内容，探讨多元化教学方法的有效性，以及如何加强实践环节以提升学生的实际操作能力。通过这些改革措施，我们希望能够为东北林业大学乃至全国农林院校的机器人学数学基础课程教学改革提供有益的借鉴和启示。

2. 东北林业大学代数类研究生课程现状与面临的挑战

东北林业大学作为一所重视农林教育和研究的高等学府，对于数学类研究生的培养同样给予了高度的重视。特别是在代数学领域，学校开设了包括《抽象代数》《代数学选讲》《李代数》和《机器人学数理基础》在内的多门课程，应用的教材及参考书参见[6]-[16]，旨在为学生提供扎实的数学理论基础和丰富的实践应用经验。然而，在这些课程的开设和实施过程中，也面临这许多挑战。

2.1. 现状

1) 课程设置丰富：东北林业大学为数学类研究生提供了一系列的代数学课程，涵盖了抽象代数的基础理论、代数结构的深入探讨以及李代数的专业知识，为学生提供了全面的数学教育。课程详情如见表 1：

Table 1. Course essentials

表 1. 课程基本情况

课程名称	开课学期	学时数	课程类型	授课专业	年级
抽象代数	秋季	48	必修	数学类学硕	研一
代数学选讲	春季	32	选修	数学类学硕	研一
李代数	春季	32	选修	数学类学硕	研一
机器人学数理基础	秋季	32	必修	机器人工程专硕	研一

2) 教学方式：课程采用板书面授为主，翻转课堂等多种教学方式为辅，旨在提高学生的参与度和学习效果。通过结合理论与实践，课程鼓励学生主动探索和解决问题。《抽象代数》《代数学选讲》《李代数》的理论和实践课课时的比例为 5:1，《机器人学数理基础》的理论和实践课课时的比例为 4:1。实践课主要已分组讨论和上机操作为主。

3) 师资力量：课程由经验丰富的副教授和讲师团队负责，他们在代数学领域具有深厚的学术背景和丰富的教学经验。授课团队共 5 人，其中副教授 3 人，讲师 2 人。

4) 选课人数：见表 2：

Table 2. Number of students enrolled in the past three academic years

表 2. 近三学年选课人数

课程\学年	2021~2022	2022~2023	2023~2024
抽象代数	15	21	36
代数学选讲	5	8	6
李代数	5	7	5
机器人学数理基础	未开课	未开课	22

5) 思政元素与农林类学科应用：课程不仅注重数学知识的传授，还融入了思想政治教育元素，旨在培养学生的综合素质和社会责任感。各课程思政元素及农林学科应用点融入举例：

I. 《抽象代数》：在讲解群、环、域等抽象代数结构时，通过类比林区生态群体的组织形式和规则，来解释这些数学结构的特性和规律。例如，类比林区生态群体中的领导者和追随者的关系，来解释群的单位元和逆元的概念；类比林区生态群体中的合作和竞争关系，来解释环的加法和乘法运算等。

II. 《代数学选讲》：在讲解代数学中的各种定理和公式时，通过引导学生思考这些定理和公式背后的逻辑推理和证明过程，来培养学生的逻辑思维能力和科学精神。如讨论模的同态和同构时，可以引导学生思考这些概念背后的辩证关系。

III. 《李代数》：在讲解李代数的基本概念和性质时，通过介绍李代数在物理学、化学、生物学等自然科学，特别是农林类学科中的应用，来展示科学技术的力量和魅力。例如：旋转矩阵在农业太阳能版的旋转中的实际应用。

IV. 《机器人学数理基础》：在讲解机器人学的数学模型和算法时，通过介绍机器人技术生产线上的林业类机器人手臂，讲解如何实现位移子群生成元的等效运动链。例如以下两种情况都是球面关节 $S(N)$ 的具体等效实现见图 1：

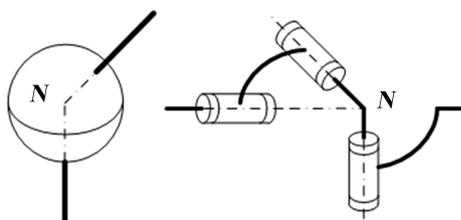


Figure 1. Equivalent implementation of $S(N)$
图 1. $S(N)$ 的等效实现

2.2. 面临挑战

2.2.1. 理论与实践的深度融合挑战

学生们在面对将抽象的理论知识应用至具体实际问题时，常常会遭遇难题，这在很大程度上要求增加更多的案例分析与实操练习。例如，在林业机器人学领域，选择适当的代数学方法来解决具有复杂机构如并联系统这样的理论模型构建问题，是学生必须掌握的技能。由于课程设计中可能存在的实践环节不足，或者理论与实际操作之间的连接不够紧密，导致学生难以领会理论在实际中的应用价值。譬如，对于 PUMA 机器人运动轨迹的分析，本应是学生能够充分理解的绝佳实例，却因为基础知识的欠缺而无法达到预期的教学效果。

2.2.2. 教学资源有限的问题

高质量的教育资源和先进的设施对提升教学品质有着不可忽视的作用。资源的有限性可能会对学生的学习和教师的教学效率产生不利影响。尽管已经完成了四门课程大纲的编写，并且融入了思政元素及实际应用内容，但相应的网络教学资源还相对匮乏，目前只有疫情期间的课堂录像片段，尚未形成完整的网络学习体系。有必要进一步充实网络资源，以便学生能够在线上进行课前预习和课后复习，有效弥补知识盲点。

2.2.3. 学生基础差异与课堂听课效率问题

学生在数学基础上的差异，以及各自的学习能力不同，给统一标准的课堂教学带来了明显挑战，这

要求教师提供更加个性化的教学和辅导方案。同时，由于学生的研究兴趣和方向各异，他们对课程内容的接受度也不尽相同，这可能会影响到他们在课堂上的专注度和效率。例如，那些研究方向为矩阵代数的学生可能会认为李代数与自己的研究领域关系不大，只需考试通过即可获得学分。还有些学生可能不按照教师的授课内容学习，而是依据自身的理解进行探究，这可能导致对知识点的误解，最终反映在不尽如人意的成绩上。

3. 教学改革的具体实例与成效分析：机器人学实例的融入

东北林业大学在代数学类研究生课程中实施的教学改革，特别强调了将理论与实际应用相结合，其中机器人学实例的融入成为了一个重要的教学策略。以下是结合机器人学 2 个具体的实例和成效分析。

3.1. 具体实例

3.1.1. 实例 1：机器人路径规划与姿态控制中的群论应用

在《抽象代数》课程中，主要讲解群，环，域的基本知识。通过引入机器人运动学和动力学中群论的应用，让学生理解抽象概念在机器人路径规划和姿态控制中的具体作用。

假设有一个四足机器人需要在一个二维平面上移动。这个机器人可以执行前进、后退、左转和右转等基本动作。我们可以将这些基本动作看作是一个群(Group)的元素。

首先，定义机器人的基本动作。例如，前进可以表示为矩阵乘法操作，如：

$$\text{前进} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

其中 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 是机器人当前的位置坐标。类似地，后退、左转和右转也可以表示为相应的矩阵乘法操作。

接下来，考虑这些基本动作的组合。例如，机器人可以先进再左转，或者先左转再前进。这些组合动作可以通过矩阵乘法操作来实现。例如，机器人先进再左转可以表示为：

$$\text{前进} + \text{左转} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

其中 θ 是左转的角度。

类似地，相应的刚体组合动作也可以通过矩阵群运算操作来实现。

另外通过引入群论的概念，可以将机器人的路径规划和姿态控制问题转化为求解群的运算问题。例如，给定一个目标位置和方向，我们可以计算出机器人需要执行哪些基本动作以及它们的顺序，以实现从当前位置到目标位置的路径规划。同时，我们也可以根据机器人的姿态信息和目标姿态，计算出机器人需要执行哪些基本动作以及它们的顺序，以实现姿态控制。

通过这个具体实例，学生可以更好地理解抽象概念在机器人路径规划和姿态控制中的具体作用，并能够运用群论的知识来解决实际问题。

3.1.2. 实例 2：机器人臂的建模与控制中的李代数应用

在《李代数》课程中，主要讲解李群和李代数的关系以及各自的代数结构。可以通过探讨如何利用李代数进行机器人臂的建模和控制，以及在机器人视觉系统中的坐标变换来帮助学生理解抽象概念的具体应用。

假设有一个二维平面上的机器人臂(如画画机器手臂)，它由两个关节组成，每个关节可以旋转一定的

角度。我们可以使用李代数来描述这个机器人臂的运动。

首先，我们需要定义一个基向量空间，例如二维平面上的标准正交基向量 e_1 和 e_2 。然后，我们可以将机器人臂的关节角度表示为李代数的元素。例如，如果第一个关节旋转了角度 θ_1 ，第二个关节旋转了角度 θ_2 ，那么这两个关节的旋转可以表示为：

$$R_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \end{pmatrix}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \end{pmatrix}$$

其中 R_1 和 R_2 分别表示第一个关节和第二个关节的旋转矩阵。

接下来，通过矩阵乘法操作来计算机器人臂末端的位置。例如，如果假设机器人臂的长度分别为 L_1 和 L_2 ，那么机器人臂末端的位置可以表示为：

$$P = R_1 \begin{pmatrix} L_1 \\ 0 \end{pmatrix} + R_2 \begin{pmatrix} L_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

其中 P 表示机器人臂末端的位置坐标。

另外通过引入李代数的概念，可以将机器人臂的建模和控制问题转化为求解李代数的运算问题。给定一个目标位置和方向，我们可以计算出机器人臂需要执行的关节角度以及它们的顺序，以实现从当前位置到目标位置的路径规划。同时，可以根据机器人臂的姿态信息和目标姿态，计算出机器人臂需要执行的关节角度以及它们的顺序，以实现姿态控制。

此外，在机器人视觉系统中，李代数也可以用于坐标变换。当机器人臂移动时，相机的坐标系也会随之改变。通过引入李代数的概念，我们可以将相机坐标系的变换表示为李代数的元素，从而方便地进行坐标变换的计算。

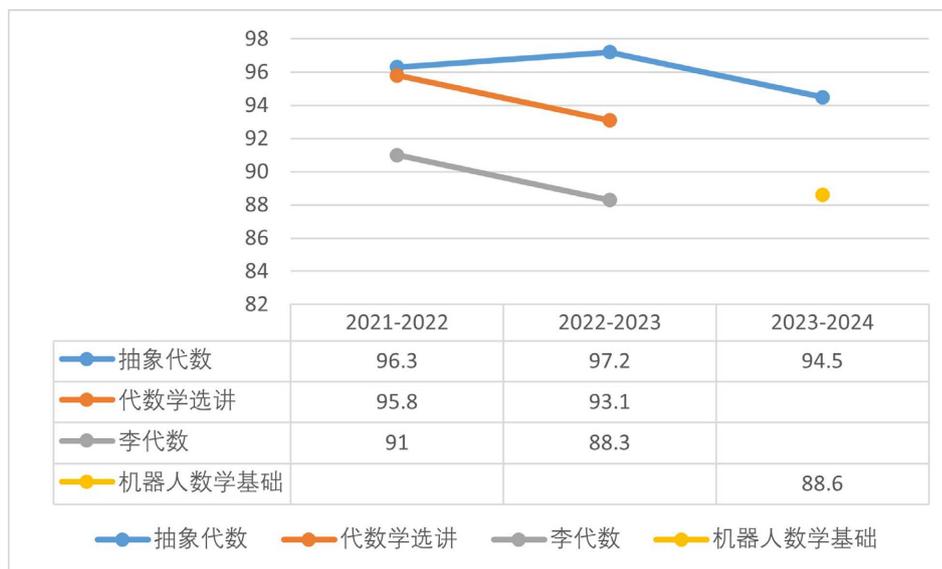
通过这个具体实例，学生可以更好地理解抽象概念在机器人臂的建模和控制中的应用，并能够运用李代数的知识来解决实际问题。

3.2. 成效分析

3.2.1. 理论与实践的结合

东北林业大学理学院数学系的代数类方向研究生课程教学中，学生在传统的代数学课程学习过程中往往感到枯燥乏味，难以将抽象的概念和公式应用到实际问题特别是农林院校特色研究方向中去。为了解决这一问题，教学团队引入了林业机器人手臂的运动学和动力学应用作为实例进行教学改革。通过这一跨学科的方式，学生不仅能够能够在实验室中亲手搭建和建模机器人，而且还能将代数学中的群论、环论等概念直接应用于机器人运动控制和路径规划等实际问题。这种结合理论与农林院校的具体优势方向的实践教学模式使得学生对代数学的学习兴趣大增，他们能够直观地看到自己所学的知识如何在现实世界中发挥作用。

从图 2 的数据可以看出，在引入机器人学实例后，《抽象代数》随着人数的提高平均成绩趋于稳定。虽然《代数学选讲》和《李代数》两门课程的成绩略有下降，但这与课程难度、过于专业和选课人数等教学因素有关。今年还未进行期末考试，但根据学生课堂上和实践中的实际反馈相信成绩会有飞跃式进步。值得注意的是，在 2023~2024 学年，新开设的《机器人学数理基础》课程获得了 88.6 分的平均成绩，显示出该课程受到学生的欢迎并取得了良好的开端。



(空位为未开课或暂未结课考试)

Figure 2. Course average grades

图 2. 课程平均成绩

3.2.2. 学生能力的提高

在学习机器人学实例的过程中，学生们不仅需要掌握编程技能，还要学会如何设计系统和解决实际问题。例如，一个学生学习小组被要求用数学建模设计一个采松果的机器人手臂。在这个过程中，学生们不仅要应用线性代数和微积分等数学知识，还要学习编程语言如 Python 与数学软件 Matlab 的使用。这样的项目让学生在实际操作中锻炼了他们的编程能力、系统设计能力和问题解决能力。此外，小组成员之间的沟通和协作也是成功完成任务的关键，这些经验对于他们未来的职业生涯无疑是非常有益的。

3.2.3. 对教学团队科研的促进

通过将机器人学融入代数学的教学，教师团队不仅提高了教学质量，也激发了新的研究兴趣和方向。在过去几年中，该教学团队发表了 5 篇学术论文，其中 2 篇被 SCI 检索，这表明他们的研究成果得到了国际学术界的认可。此外，他们还主持了 1 项省级教改项目和 1 项科研项目，这些项目的开展进一步提升了教学团队的研究能力和水平。

3.2.4. 学生就业竞争力的增强

通过学习机器人学实例，学生们掌握了许多与现代工业紧密相关的知识和技能，如自动化、人工智能和数据分析等。这些技能在当今的就业市场上非常受欢迎。据统计，该高校已毕业的代数类硕士研究生共有 5 人，他们的就业率达到了 100%。其中一名学生选择继续深造，攻读博士学位。这些数据表明，通过结合理论与实践的教学方式，学生们的就业竞争力得到了显著提升。

4. 结论

东北林业大学在代数学类研究生课程中实施的教学改革已经取得了显著成效。这些成效主要体现在以下几个方面：

4.1. 理论与实践的紧密结合

通过将机器人学实例融入数学课程，学生们能够在实验室中亲手搭建和编程机器人，将抽象的数学

概念应用于具体的工程问题，这种教学模式极大地提高了学生的学习兴趣和参与度。

4.2. 学生能力的全面提升

实践项目的引入不仅锻炼了学生的编程技能，还提升了他们系统设计和解决问题的能力。学生在团队合作中学会了沟通和协作，这些软技能对于他们未来的职业生涯至关重要。

4.3. 教学团队科研能力的增强

教师团队通过教学改革激发了新的研究兴趣，发表了多篇学术论文，并主持了省级教改项目和科研项目，这些成果表明教学改革促进了教师科研能力的提升。

4.4. 学生就业竞争力的显著增强

学生们通过学习获得了与现代工业紧密相关的知识和技能，如自动化、人工智能和数据分析等，这些技能在就业市场上非常受欢迎。东北林业大学代数类硕士研究生的就业率达到了 100%，这一数据强有力地证明了教学改革对于提升学生就业竞争力的积极作用。

4.5. 课程内容的更新与丰富

教学改革还包括了对课程内容的更新，使之更贴近农林产业的实际需求，这不仅提高了教学的针对性，也增强了学生的行业适应能力。

通过东北林业大学的代数类研究生课程的这些改革措施，成功地提高了教学质量和学生的学习体验，为学生的全面发展和未来职业生涯奠定了坚实的基础。这些成效的取得，是东北林业大学紧密结合农林产业特色、积极应对新时代教育挑战的结果，也是对农林院校特色教育模式的有益探索和实践。希望东北林业大学的教学改革能为农林院校机器人学数学基础课程的教学改革提供了有益的借鉴和启示。

致 谢

感谢审稿人与编辑给出的意见与帮助。

基金项目

黑龙江省高等教育教学改革项目(SJGY20220130)。

参考文献

- [1] 张良, 吴养会, 解小莉, 杜俊莉, 刘亚相. 高等农林院校数学学科硕士研究生培养的改革探索——以西北农林科技大学为例[J]. 中国林业教育, 2023, 41(6): 20-25.
- [2] 穆志民, 陈雁东, 刘琦. “新农科”背景下研究生公共数学课程教学的改革探讨[J]. 天津农学院学报, 2023, 30(5): 95-98.
- [3] 王倩. 新农科建设背景下农业院校研究生数学类课程教学改革研究[J]. 高等农业教育, 2022(6): 121-127.
- [4] 陶亦舟, 许建强, 陈浦胤, 徐宗玮. 浅谈研究生“数学建模”课程中的思想政治案例设计[J]. 教育教学论坛, 2022(40): 185-188.
- [5] 郑召文, 袁芳. 数学专业研究生思想政治教育“三位一体”模式的构建与实践[J]. 教育观察, 2022, 11(22): 24-26.
- [6] 孟道骥, 陈良云, 史毅茜, 白瑞蒲. 抽象代数 I——代数学基础[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [7] 邓少强, 朱富海. 抽象代数[M]. 北京: 科学出版社, 2017.
- [8] Artin, M. (2011) Algebra. 2nd Edition, Pearson Education, Inc.
- [9] 丘维声. 抽象代数基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [10] Erdmann, K. and Wildon, M. (2006) Introduction to Lie Algebras. Springer-Verlay.

<https://doi.org/10.1007/1-84628-490-2>

- [11] Humphreys, J. (1972) Introduction to Lie Algebras and Representation Theory. Springer-Verlay.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4612-6398-2>
- [12] 万哲先. 李代数[M]. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2013.
- [13] 孟道骥. 复半单李代数引论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1999.
- [14] 丁希仑. 机器人学的现代数学理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2021.
- [15] 戴建生. 旋量代数与李群、李代数(修订版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2020.
- [16] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础[M]. 第2版. 北京: 机械工业出版社, 2022.