

高中数学人教A版、北师大版和 苏教版教材比较分析

——以导数及其应用为例

姜晓君, 杜 雯

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年5月19日; 录用日期: 2024年6月18日; 发布日期: 2024年6月25日

摘 要

本次教材比较研究主要选取了人教A版、北师大版以及苏教版高中数学教材中的“导数及其应用”为研究对象。通过比较分析体例结构和课程难度在三个不同版本上的差异, 以此来为中学数学教学和教材的编写提供部分建议。研究发现在体例结构上三个版本的教材是由章导入、第N节知识点讲解、扩展阅读, 章小结和复习参考题这五部分组成, 其中差别较大的第N节知识点讲解; 在课程难度方面人教A版、北师大版和苏教版教材“导数及其应用”的课程难度分别是0.317、0.505和0.429。最后, 由此建议中学教师不要拘泥于一种教材的使用, 而应该充分发挥各教材的优点, 学生可以根据自己学习能力的不同选择与之匹配的教材作为参考学习, 希望教材的编写者更加侧重于前沿数学软件的使用讲解。

关键词

人教A版、北师大版和苏教版, 教材分析, 导数及其应用

Comparative Analysis of High School Mathematics Textbooks from PEP Edition A, Beijing Normal University Edition, and Jiangsu Education Edition

—Illustrated by the Content of Derivatives and Their Applications

Xiaojun Jiang, Wen Du

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Abstract

This comparative study of textbooks mainly selects the “Derivative and Its Application” in the high school math textbooks of PEP Edition A, Beijing Normal University Edition and Jiangsu Education Edition as the research objects. By comparing and analyzing the differences in the structure and course difficulty among the three editions, it aims to provide some suggestions for high school math teaching and textbook compilation. The study found that the textbooks of the three editions are composed of five parts: chapter introduction, section N knowledge points explanation, extended reading, chapter summary and review questions. Among them, the section N knowledge points explanation is the most different. In terms of course difficulty, the difficulty of “Derivative and Its Application” in PEP Edition A, Beijing Normal University Edition and Jiangsu Education Edition is 0.317, 0.505 and 0.429 respectively. Finally, it is suggested that high school teachers should not stick to one textbook, but give full play to the advantages of each textbook. Students can choose the textbooks that match their learning ability as reference for learning. It is hoped that the authors of the textbook will pay more attention to the explanation of the use of the advanced mathematical software.

Keywords

PEP Edition A, Beijing Normal University Edition, Jiangsu Education Edition, Textbook Analysis, Derivatives and Their Applications

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

1.1. 研究的背景

高中数学课程的改革

2001年6月教育部正式颁布《基础教育课程改革纲要(试行)》，2003年4月，教育部研制印发《普通高中数学课程标准(实验)》，紧随其后全国陆续发行了五种不同版本的高中数学教材，这些教材都是在充分结合当地实际情况的基础上编写的，因而这些教材在全国各地的推广使用过程中也取得了良好的效果。2017年12月，修订印发了《普通高中数学课程标准(2017年版)》，2020年5月修订印发了《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》[1]。

最新发行的2019年高中数学教材，其编写都是以《课程标准(2017)》为参照标准。2019年数学课程由原来的必修课程和选修课程变为了必修课程、选择性必修课程和选修课程[2]。数学教材是教师备课上课的重要工具，也是学生课下预习和课上学习的基础工具。因此，数学教材十分重要，而对数学教材的比较研究能够促进教师和学生正确把握新的教育改革方向[3]。

教材的选取

教育部颁布的《课程标准(2017)》明确规定了函数在现代数学中的重要地位，函数也是统领整个高中数学知识点的重要线索。

通过对近三年高考试题的研究, 不难发现高考对导数及其应用这一章节的考查甚多。因此, 2019 年人教(A 版)选择性必修第二册第五章(简称新教材)、2019 年苏教版选择性必修第一册第五章和 2019 年北师大版选择性必修第二册第二章作为研究对象。

课程版本的体例结构方面对教材中《导数及其应用》这一单元进行比较分析, 试图为教师的教学和教材编写提出有效的建议[4]。

本次研究选取了三个不同的教材, 通过对三个不同教材在《导数及其应用》这一章节课程的难度方面的比较研究, 希望对教师的中学数学课堂和高中数学教材的编写提供有价值的建设性意见。

1.2. 文献综述

1.2.1. 数学教材的比较研究

以“数学、教材的比较研究”在知网上进行检索, 发现在数学教材的比较研究中有 705 篇文献, 其中高中教材有 271 篇、初中教材有 239 篇、小学教材有 170 篇。从学位论文层次来说硕士毕业论文有 381 篇, 博士毕业论文有 7 篇。由此精选这些文献并学习其论文结构、研究方法和研究设计来完成本次研究。

1.2.2. 导数的比较研究

在知网检索“导数及其应用”为主题的教材比较研究时, 发现这方面的文献非常有限。然而, 导数及其应用是高中数学课程中的重要内容之一, 对于学生理解和掌握函数的性质以及解决实际问题具有重要意义。因此, 决定选取“导数及其应用”这一知识点的教材比较研究作为此次研究方向。

1.3. 研究的问题

1.3.1. 三版教材“导数及其应用”的体例结构的比较

教材的体例结构是指其传递内容的组织和排列方式, 其包括了章节设置、模块设置以及其他辅助栏目的设计。良好的体例结构设计对于教材思想的传递与为学习营造良好的阅读环境有着重要的作用。本次研究通过对三种教材体例结构的比较分析, 研究各个不同版本教材在编排逻辑顺序, 传递教材思想风格的不同之处, 以期达到为中学教材的使用者提供参考意见的目的。

1.3.2. 三版教材“导数及其应用”的课程难度的比较

课程难度的比较是对不同教材在课程、教学活动中学生在知识、技能所需要达到的能力比较。对课程难度的研究可以从课程深度、课程广度和课程时间的综合难度值等方面进行量化比较。通过对课程难度进行多维度的比较研究, 中学教学工作者和研究人员可以对不同课程难度的教材有全面的了解, 为一线教师教学工作的开展提供强有力的依据。

1.4. 研究的意义

1.4.1. 理论意义

在理论意义上, 旨在为教材分析的研究提出了一种新的角度, 为中学导数这一章节在三个不同版本的研究提供了详实的数据。这些都为后续的教材研究学者提供新的研究方向, 与此同时也为教材的编写者提供部分参考建议。

1.4.2. 实践意义

通过此次教材分析的研究, 其研究结果也会对中学数学课堂的教育实践活动有极大的促进作用。对于学生而言, 通过教材数据的对比, 其可以更清晰地知道教材的特点, 提高学生对课本的阅读理解能力, 增强对数学的学习兴趣。对于老师而说, 可以结合自己本身的教学风格以及自己所教班级学生的学情,

选择更适合的教材, 以此来提高教学质量。

1.5. 研究方法的选择

在选用比较分析这一研究方法时, 本次研究充分考虑了三个不同版本数学教材的多样性以及复杂性。为了揭示三个不同版本教材在结构和难度上的差异性, 又或是为一线教学实践活动提供指导, 该研究采用了定量与定性相结合的研究方法。定量研究法可以通过课程难度模型为此次研究分析提供客观的数据支持, 与此同时, 定性研究法则是深入讨论了教材的体例结构, 将两者结合则增强了本研究的全面性和深度。

定性研究法: 在三个不同版本教材的体例结构的比较中, 该研究选用了内容分析法, 对三个版本教材在章导入、第 N 节知识点讲解、扩展阅读, 章小结和复习参考题等方面都做了详细地解读。此外, 该研究还通过思维导图的形式, 直观展示了三个不同版本教材的体例结构差异, 为一线教师和各版本教材编写者提供了直观且详实的参考。

定量研究法: 通过选用史宁中教授和孔凡哲教授所提出的课程难度模型, 该研究对各版本教材在课程广度、课程深度以及课程时间上进行量化分析研究。通过加权系数的方式, 这一模型综合考虑到知识点的数量、教学目标的深度和所需课时, 进而得出三个版本教材的课程难度。

2. 教材体例结构的比较

三个版本的教材在知识结构的安排上比较相似, 主要由章导入、第 N 节知识点讲解、扩展阅读, 章小结和复习参考题这五大板块组成。但由于各位编者对《课标 2017》理念的理解有所侧重, 因此在每个小板块传递的教材思想风格也不同。该研究会以思维导图的形式进行展示并对比分析(见图 1~3)。

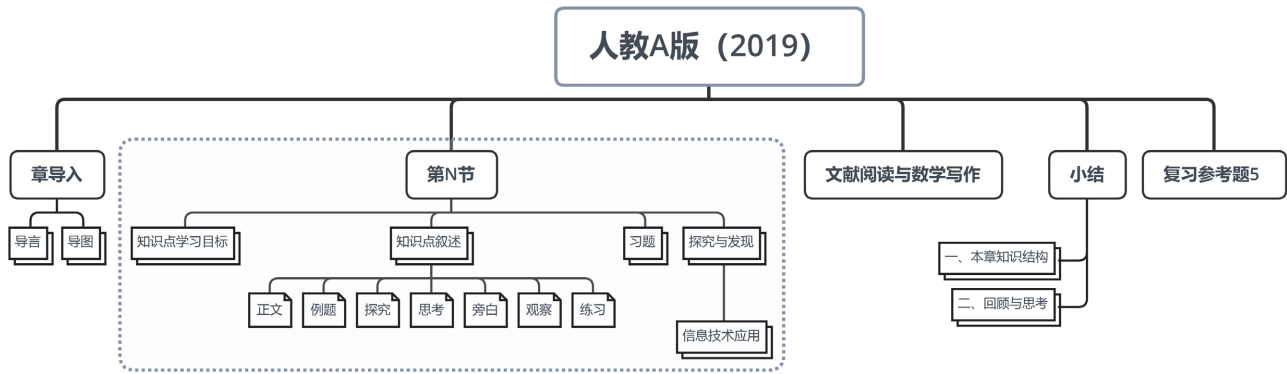


Figure 1. The structural diagram of the textbook of PEP Edition (2019)

图 1. 人教 A 版(2019)章节体例结构图

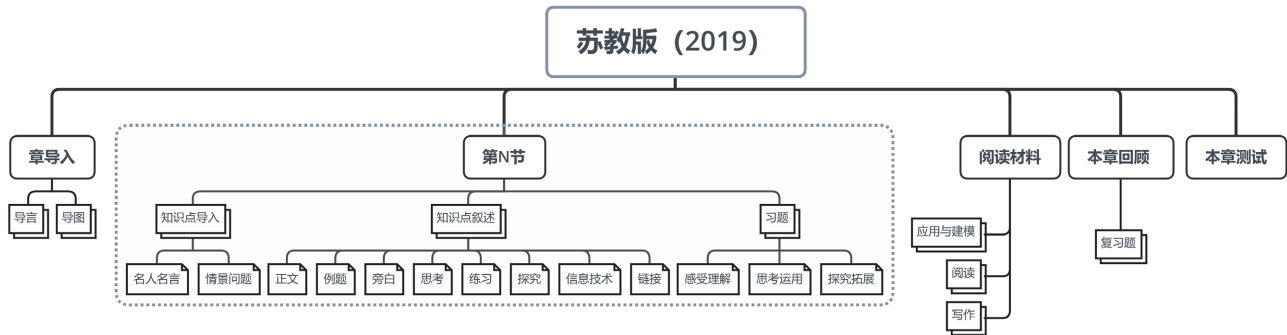


Figure 2. The structural diagram of the textbook of Jiangsu Education Press Edition (2019)

图 2. 苏教版(2019)章节体例结构图

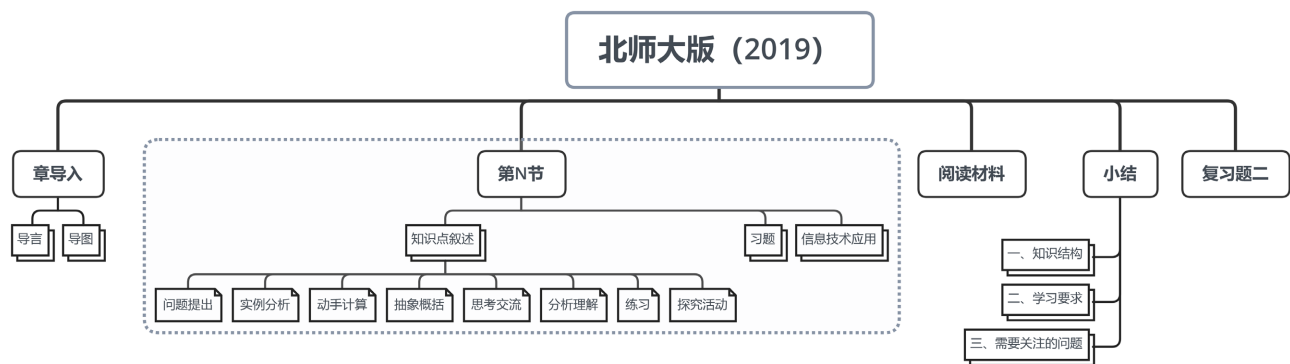


Figure 3. The structural diagram of the textbook of Beijing Normal University Press Edition (2019)

图 3. 北师大版(2019)章节体例结构图

三个版本的教材在“导数及其应用”知识点上的内容章节结构安排见表 1、表 2：

Table 1. The chapter structure of derivative content in two different versions of textbooks

表 1. 两种版本教材关于导数知识内容章节结构

苏教版(2019)	人教 A 版(2019)
第 5 章 导数及其应用	第五章 一元函数的导数及其应用
5.1 导数的概念	5.1 导数的概念及其意义
5.1.1 平均变化率	5.1.1 变化率问题
5.1.2 瞬时变化率——导数	5.1.2 导数的概念及其几何意义
5.2 导数的运算	5.2 导数的运算
5.2.1 基本初等函数的导数	5.2.1 基本初等函数的导数
5.2.2 函数的和、差、积、商的导数	5.2.2 导数的四则运算法则
5.2.3 简单复合函数的导数	5.2.3 简单复合函数的导数
5.3 导数在研究函数中的应用	探究与发现牛顿法——用导数方法求方程的近似解
5.3.1 单调性	5.3 导数在研究函数中的应用
5.3.2 极大值与极小值	5.3.1 函数的单调性
5.3.3 最大值与最小值	5.3.2 函数的极值与最大(小)值
应用与建模三次样条模型	信息技术应用图形技术与函数性质
阅读微积分的建立本章回顾	文献阅读与数学写作微积分的创立与发展小结

Table 2. The chapter structure of derivative content in the textbook of Beijing Normal University Press Edition

表 2. 北师大版教材关于导数知识内容章节结构

北师大版(2019)	
第二章 导数及其应用	
§1 平均变化率与瞬时变化率	6 用导数研究函数的性质
1.1 平均变化率	6.1 函数的单调性
1.2 瞬时变化率	6.2 函数的极值
习题 2-1	6.3 函数的最值

续表

2 导数的概念及其几何意义	习题 2-6
2.1 导数的概念	7 导数的应用
2.2 导数的几何意义	7.1 实际问题中导数的意义
习题 2-2	7.2 实际问题中的最值问题
信息技术应用 用割线逼近切线	习题 2-7
3 导数的计算	信息技术应用 利用导数研究函数
习题 2-3	8 数学探究活动(二): 探究函数的性质
4 导数的四则运算法则	习题 2-8
4.1 导数的加法与减法法则	阅读材料 微积分的创立与发展
4.2 导数的乘法与除法法则	本章小结
习题 2-4	复习题二
5 简单复合函数的求导法则	
习题 2-5	

3. 研究的理论基础

课程难度模型

该研究采用史宁中教授, 孔凡哲教授的课程难度模型公式如下[5]:

$$N = \alpha \frac{S}{T} + (1 - \alpha) \frac{G}{T} (0 < \alpha < 1)$$

Table 3. Explanation of symbols in the course difficulty model

表 3. 课程难度模型符号说明

N	S	G	T	α	S/T	G/T
课程难度	课程深度	课程广度	课程时间	加权系数	可比深度 (单位时间的课程深度)	可比广度 (单位时间的课程广度)

4. 数据分析

课程难度模型表 3 共包含三个变量, 分别为: 课程广度、课程深度、课程时间, 通过三个变量上的取值代入课程难度模型可求解课程难度, 现对三个变量的相关概念进行介绍以及求解在三个版本教材立体几何部分各个变量的取值[3]。

4.1. 课程广度

课程广度即课程内容所涉及到的范围和领域, 可用通常所说的“知识点”的数量来进行表示, 对于知识点的划分目前并没有统一标准, 因此根据高中数学课程标准中的内容要求和教学提示中所涉及的定理、公理、概念等进行计数, 并结合有经验教师给出的建议和意见, 以及在高考试卷中对立体几何内容常考题型的分析, 对于三个版本教材导数部分包含的知识点进行统计, 得到苏教版(2019)知识点 $G_1 = 10$, 人教 A 版(2019)知识点 $G_2 = 8$, 北师大教版(2019)知识点 $G_3 = 14$ 。

4.2. 课程深度

课程深度泛指课程内容所需要的思维的深度，但很难用量化的形式去表示，没有固定的指标，故该研究根据《普通高中数学课程标准》中的目标动词阐述方式，通过对目标动词进行不同程度的赋值来刻画课程深度，并按照下表 4 来进行赋值[4]。

Table 4. Assignment table for course depth
表 4. 课程深度赋值表

赋值	知识与技能	过程与方法
1	了解\知道\认识\初步学会……	经历
2	理解\描述\能用\会求\……	体会
3	掌握\证明\推导……	探索

通过计算，可得苏教版(2019)的课程深度 $S_1 = 2$ ，人教 A 版(2019)的课程深度 $S_2 = 2.125$ ，北师大版(2019)的课程深度 $S_3 = 2.143$ 。

4.3. 课程时间

教学时完成所学课程内容需要的时间，可以借助“课时”来量化，根据数学教师用书的相关建议，三个版本的教材导数及其应用部分课时数具体分配如表 5~7 所示：

Table 5. Lesson schedule for the “derivative” chapter in PEP Edition A textbook
表 5. 人教 A 版教材“导数”章节课时安排

知识点	课时安排
5.1 导数的概念及其意义	4
5.2 导数的运算	4
5.3 导数在研究函数中的应用	5
文献阅读与数学写作.微积分的创立与发展	1
小结	2
合计	16

Table 6. Lesson schedule for the “derivative” chapter in Jiangsu Education Press Edition textbook
表 6. 苏教版教材“导数”章节课时安排

知识点	课时安排
5.1 导数的概念及其意义	5
5.2 导数的运算	3
5.3 导数在研究函数中的应用	4
小结与复习	2
合计	14

4.4. 课程难度比较结果

根据以上统计数据，结果如表 8 所示：

Table 7. Lesson schedule for the “derivative” chapter in Beijing Normal University Press Edition Textbook
表 7. 北师大版教材“导数”章节课时安排

知识点	课时安排
2.1 平均变化率与瞬时变化率	2
2.2 导数的概念及其几何意义	2
2.3 导数的计算	1
2.4 导数的四则运算法则	3
2.5 简单复合函数的求导法则	1
2.6 用导数研究函数的性质	3
2.7 导数的应用	2
2.8 数学探究活动(二): 探究函数的性质	1
本章小结	1
合计	16

Table 8. Comparison of course difficulty for the “derivative” content in PEP Edition A, Beijing Normal University Edition, and Jiangsu Education Edition Textbooks
表 8. 人教 A 版、北师大版和苏教版教材“导数”的课程难度对比表

教材	<i>N</i>	<i>S</i>	<i>G</i>	<i>T</i>	α	<i>S/T</i>	<i>G/T</i>
	课程难度	课程深度	课程广度	课程时间	加权系数	可比深度(单位时间的课程深度)	可比广度(单位时间的课程广度)
苏教版(2019)	0.429	2	10	14	0.5	0.143	0.714
人教 A 版(2019)	0.317	2.125	8	16	0.5	0.133	0.500
北师大版(2019)	0.505	2.143	14	16	0.5	0.134	0.875

5. 结论与建议

5.1. 结论

5.1.1. 三版教材“导数及其应用”的体例结构的异同点

纵观这三个版本的教材体例结构图,可以清晰地发现三者在整个结构上面是相似的,三者是由章导入、第 *N* 节知识点讲解、扩展阅读,章小结和复习参考题这五部分组成。但是这五个部分,各个版本教材都会有不同程度的区别。

在章导入部分三个教材都是由导言和导图这两部分构成,只不过各版本的教材所选取的图片以及名人名言或阅读资料有些许的不同,但都能很好地激发学生的学习兴趣,起到了很好的导入作用。总的来说章导入部分差异比较小。

在第 *N* 节知识点讲解部分,人教 A 版首先确立了知识点的学习目标,然后教材提供了丰富的课外延伸阅读资料,让学生通过丰富的课外知识来逐步建立对导数这一章节知识点的理解。苏教版,首先进行知识点的导入,和人教版一样也是侧重于丰富的课外知识的点以及课外知识的讲解,让学生探究导数这一章节的学习内容。北师大版则与前两个版本有两个有显著的区别,其并没有明显的知识点导入也没有明确的学习目标,其更加侧重于知识点内在逻辑关系以及思维过程的连贯性,可以说对学生提出了更高的要求。

而在扩展阅读, 章小结和复习参考题这三个部分, 三个版本教材的区别就很小了。

5.1.2. 三版教材“导数及其应用”的课程难度对比

人教 A 版、北师大版和苏教版教材“导数及其应用”的课程难度分别是 0.317、0.505 和 0.429, 进而得出北师大版教材“导数及其应用”的课程难度略大于苏教版和人教 A 版教材“导数及其应用”的课程难度, 整体上难度有一定的区分变化。所以根据这个课程难度可知, 北师大版本教材的导数部分课程难度较大, 在平时的教与学过程中, 可以根据三版教材的题型与难度, 灵活变换方式, 从而达到因材施教, 学以致用。

5.2. 建议

5.2.1. 对教师的建议

针对这三种不同版本的教材在体例结构和课程难度的不同, 因此本研究对中学数学教师提出如下建议: (1) 作为一线的数学教师不应该拘泥于某一版本的教材的使用, 而应该充分发挥各教材的优点, 例如可以利用苏教版的知识点导入以及人教 A 版的知识目标的确立来为学生的学习提供良好的导入环节, 同时也可以充分利用北师大版教材对知识结构的清晰的剖析, 让学生对知识点有更加明了的理解; (2) 三个版本的教材在课程难度上面有明显的差异, 对于学有余力的同学而言, 更加适用于北师大版教材的使用, 而对于学习能力不足的同学, 更多地推荐使用人教 A 版的教材。

5.2.2. 对教材编写的建议

当下, 科学技术的发展推动着教育领域的不断革新。虽然各版本的高中数学教材都涉及到信息技术应用领域的课外阅读材料, 但是对于信息技术和先进数学软件的介绍仍旧略显肤浅, 缺乏了详细的阐述和操作演示过程。对于一些资源相对匮乏和学生学习能力有限的学校, 明显加剧了他们掌握与使用这些前沿数学工具的难度。所以在未来的教材修订中, 本次研究建议教材编写者更加注重对先进数学工具应用的详细介绍。

与此同时, 考虑到数学工具以及相关技术领域的迅猛发展, 教材阅读内容材料应持续更新, 体现最新的数学理念和信息应用, 从而保证教材的时效性与前瞻性。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2018.
- [2] 巨明杰. 北师大版与人教 A 版高中数学不等式内容的比较研究[D]: [硕士学位论文]. 天水: 天水师范学院, 2017.
- [3] 闫晓亭. 高中数学教材“立体几何初步”的比较研究——以人教 A 版和北师大版为例[D]: [硕士学位论文]. 黄石: 湖北师范大学, 2023.
- [4] 成石体, 马廷福. 高中数学人教 A 版新旧教材的比较研究——以导数及其应用为例[J]. 数据, 2023(2): 101-102.
- [5] 孔凡哲, 史宁中. 现行教科书课程难度的静态定量对比分析——以初中数学课程标准实验教科书“不等式”、“四边形”课程内容为例 [J]. 教育科学, 2006(3): 40-43.