

九省联考与2023年高考的试题比较研究

袁 薇, 康金梅, 龙柄菰

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年6月21日; 录用日期: 2024年7月23日; 发布日期: 2024年7月30日

摘 要

2024年1月九省联考之后, 多省高考数学将采用其考试结构。因此, 对九省联考与2023年高考试题难度的比较分析至关重要。本文基于武小鹏等人建立的高考试题综合难度模型, 从背景因素、含参情况、运算水平、推理能力、知识含量、思维方向和认知水平七个维度进行分析。结果表明, 相较于2023年高考试题, 九省联考的题目在背景因素的考查上难度有所降低, 在知识含量的考查上更为均衡; 但是在含参情况、运算水平、推理能力、思维方向和认知水平的考查上并未出现显著的变动。结合讨论结果, 从课程标准、教材使用和育人三个方面对教师教学提出了建议。

关键词

九省联考, 数学高考, 综合难度模型

A Comparative Study of the Test Questions of the Nine Provinces Joint Examination and the 2023 College Entrance Examination

Wei Yuan, Jinmei Kang, Bingsong Long

College of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jun. 21st, 2024; accepted: Jul. 23rd, 2024; published: Jul. 30th, 2024

Abstract

After the Nine Provinces Joint Examination in January 2024, the mathematics of the Advanced Placement Examination in many provinces will adopt its examination structure. Therefore, a comparative analysis of the difficulty of the nine-province joint examination and the 2023 college entrance examination is crucial. Based on the comprehensive difficulty model of the senior ex-

amination questions established by Wu Xiaopeng *et al.*, this paper analyzes the seven dimensions of background factors, parameter content, arithmetic level, reasoning ability, knowledge content, thinking direction and cognitive level. The results show that compared with the 2023 HKALE questions, the questions of the nine provinces' joint examination are less difficult in terms of background factors and more balanced in terms of knowledge content; however, there is no significant change in the examination of reference content, arithmetic level, reasoning ability, thinking direction and cognitive level. Taking the results into account, suggestions were made for teachers' teaching in terms of curriculum standards, use of teaching materials and human development.

Keywords

Nine Provinces Joint Examination, Mathematics Advanced Placement Test, Integrated Difficulty Modeling

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

2014 年, 国务院印发了《关于深化考试招生制度改革的实施意见》用来启动高考综合试点, 首先改革考试科目设置, 其次改革招生录取机制, 最后开展改革试点[1]。上海、浙江率先启动高考综合改革试点; 2017 年北京、天津、山东、海南四地加入第二批试点行列; 2018 年, 第三批新增河北、辽宁、江苏、福建、湖北、湖南、广东、重庆 8 个省份; 2024 年, 吉林、黑龙江、安徽、江西、广西、贵州、甘肃等第四批高考综合改革省份将要首考落地, 为实现平稳过渡, 相关省份组织了适应性演练, 数学科适应性测试题由教育部教育考试院依据高校人才选拔要求和《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》命制, 可供依据《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》教学、使用高考全国卷的省份参考借鉴[2]。

这次数学适应性测试是由第四批高考综合改革省份以及河南和新疆九个省份联合考试的(下文简称九省联考)。在九省联考这一重要教育事件落幕之后, 广东、山东、山西、海南、重庆、湖南、湖北等教育重地的行政部门迅即发布了官方通知, 明确表示将对高考数学试卷架构进行革新调整。面对如此迅速且一致的政策响应行动, 不禁引发人们深入探究其背后动因的思考: 究竟是何种因素促使这些省份在短时间内达成共识, 并果断采纳新的试卷结构? 这一问题的答案, 无疑蕴含着对我国当前教育改革脉络、地方教育政策决策机制以及教育资源配置策略的深刻理解, 值得教育学界乃至全社会细致剖析。

在此背景下, 有必要探究九省联考卷与 2023 年高考数学试题的考查侧重点的变化以及综合难度差异[3]。但是单单从试卷去分析只能得到显而易见的结论, 要想了解其中本质的变化还是需要运用科学的工具。因此, 这次分析主要借助武小鹏等人多次改进后形成的高考试题综合难度模型, 对九省联考和 2023 年高考数学试题进行比较研究。

2. 研究对象与研究工具

2.1. 研究对象

2023 年高考教育命题组制作了 9 套考卷, 本次将主要选取了不分文理科的新课标全国 I 卷和全国 II

卷，以及自主命题试卷北京卷、上海卷和天津卷。因为九省联考是为了为实现新高考平稳过渡，所以将从这五套不分文理的试卷与九省联考的试卷进行比较研究。

2.2. 研究工具

主要参考借助武小鹏等人多次改进后形成的高考试题综合难度模型。综合难度模型提出了背景因素、是否含参、运算水平、推理能力、知识含量、思维方向及认知水平 7 个方面的影响因素[4] (见表 1)。

Table 1. Structure of a comprehensive difficulty model based on high school exam questions
表 1. 基于高考试题的综合难度模型结构

因素	A 背景因素			B 是否含参		C 运算水平				D 推理能力		E 知识含量			F 思维方向		G 认知水平		
水平	A1 无背景	A2 生活背景	A3 科学背景	B1 无参数	B2 有参数	C1 简单数值运算	C2 复杂数值运算	C3 简单符号运算	C4 复杂符号运算	D1 简单推理	D2 复杂推理	E1 单个知识点	E2 两个知识点	E3 大于等于 3	F1 顺向思维	F2 逆向思维	G1 理解	G2 运用	G3 分析

模型确定的试题综合难度计算公式为：

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n} \left(\sum_j n_{ij} = n, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \right), \tag{1}$$

整套试题的综合难度系数计算公式表示为：

$$D = \sum_{i=1}^7 d_i k_i = \frac{\sum_{i=1}^7 \left(\sum_j n_{ij} d_{ij} \right) k_i}{n} \left(\sum_j n_{ij} = n, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \right), \tag{2}$$

其中 $d_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ 表示不同因素难度系数， d_{ij} 是第 i 个因素下第 j 个水平权重系数， n_{ij} 是整套题在第 i 个因素下第 j 个水平的题目数量， n 代表题目总数， k_i 为第 i 个因素在整套试题中的权重系数。

3. 研究过程与结果

下面分别对 6 套试卷在背景因素、是否含参、运算水平、推理能力、知识含量、思维方向及认知水平的各水平上的分布图进行分析(见表 2)。

Table 2. Weighting of factor levels and coefficients of difficulty for six papers
表 2. 6 份试卷因素水平的比重以及难度系数

因素	水平	全国 I 卷		全国 II 卷		北京卷		上海卷		天津卷		九省联考	
A 背景因素	A1 无背景	81.82%		86.44%		90.48%		80.95%		85%		100%	
	A2 生活背景	4.5%	1.32	4.55%	1.23	0	1.19	4.76%	1.19	10%	1.15	0	1
	A3 科学背景	13.68%		9.01%		9.52%		14.29%		5%		0	
B 是否含参	B1 无参数	22.7%		22.73%		14.86%		38.10%		30%		31.60%	
	B2 有参数		1.77		1.77		1.86		1.62		1.7		1.68
		77.3%		77.27%		85.14%		61.90%		70%		68.40%	

续表

C 运算水平	C1 简单数值运算	13.64%	40.91%	28.57%	38.10%	25%	15.80%
	C2 复杂数值运算	9.10%	0	4.76%	4.76%	15%	5.27%
	C3 简单符号运算	64.62%	45.45%	51.81%	42.85%	40%	52.61%
	C4 复杂符号运算	13.64%	13.64%	14.86%	14.29%	20%	26.32%
D 推理能力	D1 简单推理	36.36%	68.18%	66.67%	76.29%	55%	63.61%
	D2 复杂推理	63.64%	31.82%	33.33%	23.81%	45%	36.84%
E 知识含量	E1 单个知识点	27.28%	27.28%	52.38%	42.86%	30%	36.84%
	E2 两个知识点	54.61%	49.99%	28.57%	42.85%	30%	36.84%
	E3 大于等于 3	18.18%	22.73%	19.05%	14.29%	40%	26.32%
F 思维方向	F1 顺向思维	86.37%	86.37%	85.14%	95.24%	90%	84.21%
	F2 逆向思维	13.63%	13.63%	14.86%	4.76%	10%	15.79%
G 认知水平	G1 理解	13.36%	27.28%	14.29%	52.38%	25%	26.32%
	G2 运用	68.46%	62.81%	61.90%	28.57%	50%	52.63%
	G3 分析	18.18%	9.91%	23.81%	19.05%	25%	21.05%

3.1. 背景因素

由图 1 可知，九省联考的无背景题目占比达到了 100%，而 2023 年新高考试卷具有生活背景或者科学性背景的题量占有 8%~19%。在这 3 套自主命题的试卷中，北京卷的无背景题量占到了 90%。按照难度模型来看，这 6 套试卷在背景因素的难度比较是：全国 I 卷 > 全国 II 卷 > 北京卷 = 上海卷 > 天津卷 > 九省联考。

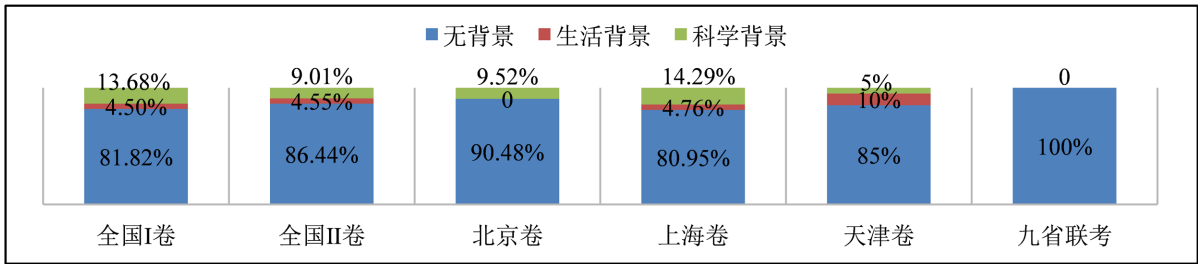


Figure 1. Contextual factors

图 1. 背景因素

3.2. 是否含参

由图 2 可知，含参量题量最多的是北京卷，含参量题量最少的是上海卷，九省联考的含参量处于中等水平。仔细观察可以发现，这 6 套试卷中有参数的题量都多于无参数的题量。按照难度模型来看，这 6 套试卷在是否含参的难度比较是：北京卷 > 全国 I 卷 = 全国 II 卷 > 天津卷 > 九省联考 > 上海卷。

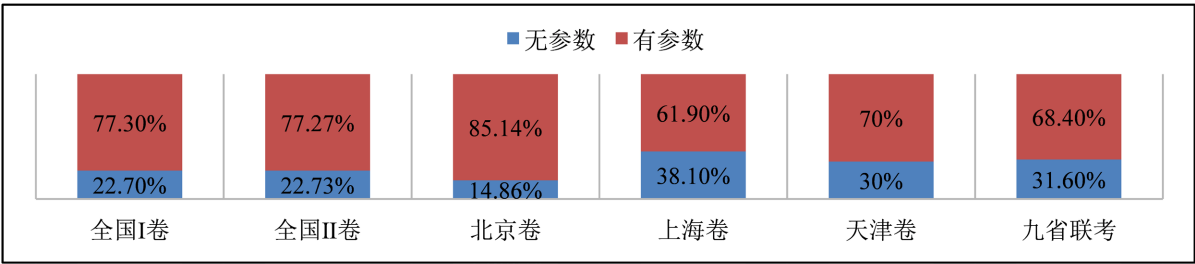


Figure 2. With or without ginseng
图 2. 是否含参

3.3. 运算水平

由图 3 可知, 这 6 套试卷的试题大部分都集中在简单符号预算, 其次为简单数值计算, 另外, 九省联考试卷中复杂符号运算的试题是最多。按照难度模型来看, 这 6 套试卷在运算水平的难度比较是: 全国 I 卷 > 天津卷 > 九省联考 > 全国 II 卷 > 上海卷 > 北京卷。

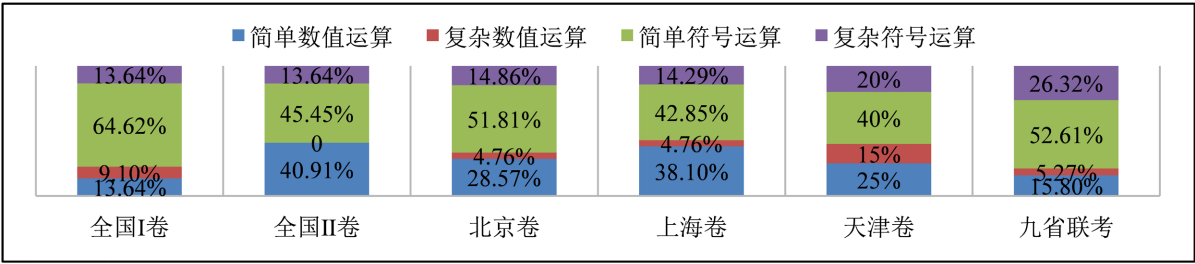


Figure 3. Operation level
图 3. 运算水平

3.4. 推理能力

由图 4 可知, 这六套试卷里面, 大部分的试卷是简单推理题量多于复杂推理题量。全国 I 卷是唯一一个复杂推理多于简单推理的试卷, 天津卷在简单推理和复杂推理上的考查比例相对均衡, 九省联考试卷的复杂推理题量处于中等水平。按照难度模型来看, 这 6 套试卷在推理能力的难度比较是: 全国 I 卷 > 天津卷 > 北京卷 > 九省联考 > 全国 II 卷 > 上海卷。

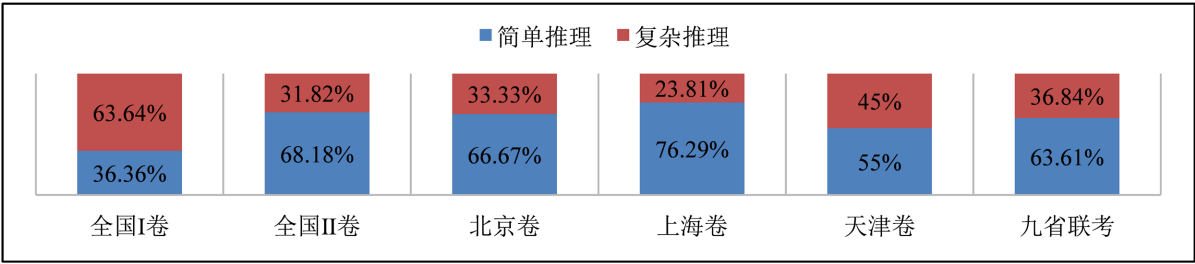


Figure 4. Reasoning ability
图 4. 推理能力

3.5. 知识含量

由图 5 可知, 这 6 套试卷的知识含量占比各有差异, 但重点都在于考察涉及单个或两个知识点的题

型,而九省联考试题中单个、两个及三个知识点题型的占比更为均衡,能够有效地检验学生对于单一知识点、两个知识点乃至多个知识点融合题型的灵活驾驭能力,揭示学生在面对知识复合、逻辑交错的复杂问题情境时,能否展现出知识迁移、融会贯通的学习素养。按照难度模型来看,这6套试卷在知识含量的难度比较是:天津卷 > 全国II卷 > 九省联考 > 全国I卷 > 北京卷 > 上海卷。

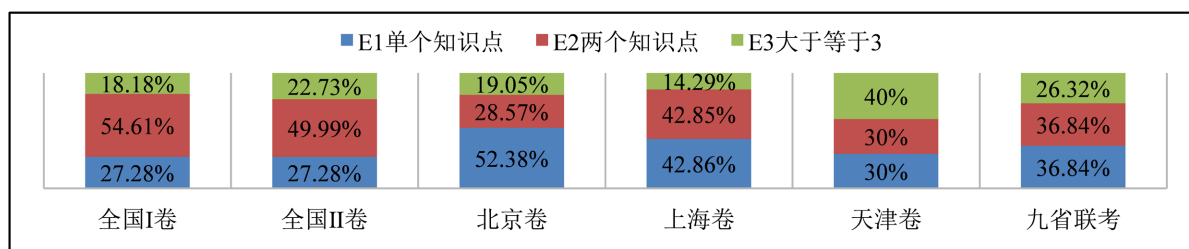


Figure 5. Knowledge content

图 5. 知识含量

3.6. 思维方向

由图6可知,这6套试卷的顺向思维题量多于逆向思维题量,其中九省联考在逆向思维上的考查比例相对较高,上海卷在逆向思维的考查最少,全国I卷和全国II卷在顺逆向思维占比相同。按照难度模型来看,这6套试卷在思维方向的难度比较是:全国I卷 = 全国II卷 > 九省联考 > 北京卷 > 天津卷 > 上海卷。

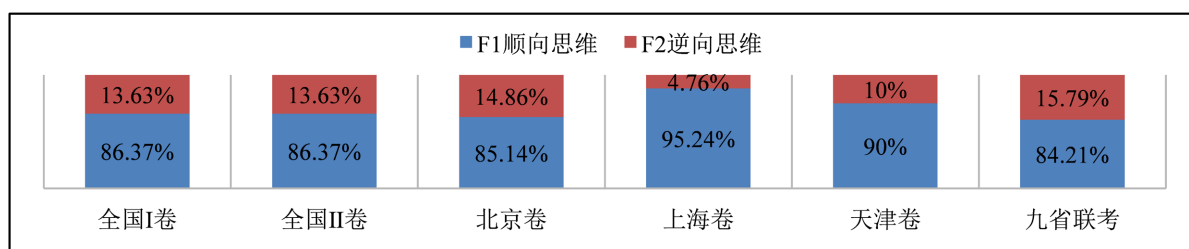


Figure 6. Mindset

图 6. 思维方向

3.7. 认知水平

由图7可知,这6套试卷普遍在运用的题量上占比较大,上海卷是唯一一个在理解的题量上占比最大,九省联考在各个题型的占比相对均衡。按照难度模型来看,这6套试卷在认知水平的难度比较是:北京卷 > 全国I卷 > 天津卷 > 九省联考 > 全国II卷 > 上海卷。

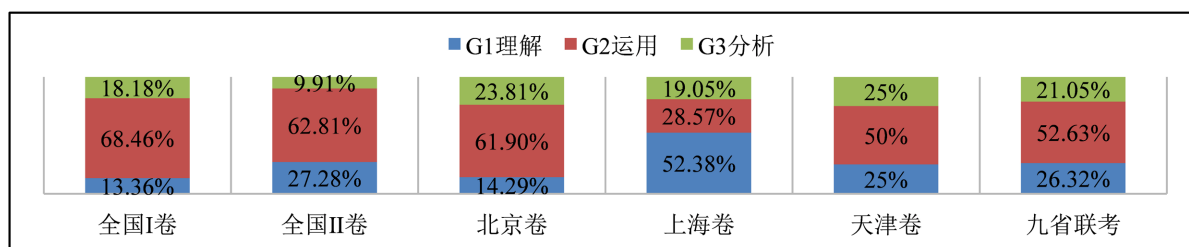


Figure 7. Cognitive level

图 7. 认知水平

3.8. 综合难度

鉴于高考难度模型中七个维度对试卷整体难度的贡献程度存在差异，因此我们对背景因素、是否含参、运算水平、推理水平、知识含量、思维方向、认知水平这七个维度的权重分别赋予了不同的值。具体而言，权重值分别为：背景因素 0.40、是否含参 1.20、运算水平 0.83、推理水平 2.50、知识含量 0.40、思维方向 0.83、认知水平 0.83。为了更直观地展示试卷在七个维度上的考查深度，我们将各个维度的难度系数乘以其对应的权重，并绘制雷达图进行表示[5] (见表 3)。

Table 3. Bias in the difficulty composition of the 6 sets of papers
表 3. 6 套试卷难度构成偏向

	背景因素	有无参数	运算水平	推理能力	知识含量	思维方向	认识水平	总难度系数(D)
权重系数 k_i	0.40	1.20	0.83	2.50	0.40	0.83	0.83	
全国 I 卷	0.53	2.12	2.38	4.10	0.70	0.99	1.70	12.43
全国 II 卷	0.49	2.12	2.00	3.3	0.78	0.99	1.44	11.07
北京卷	0.48	2.32	1.19	3.45	0.67	0.95	1.74	10.66
上海卷	0.48	1.94	1.93	3.1	0.65	0.87	1.67	10.29
天津卷	0.46	2.04	2.19	3.63	0.85	0.91	1.66	11.65
九省联考	0.40	2.02	2.04	3.43	0.76	0.96	1.62	11.15

由表 3 可知，通过 7 个维度系数计算的难度系数由高到低排序为：全国 I 卷($D = 12.43$) > 天津卷($D = 11.65$) > 九省联考($D = 11.15$) > 全国 II 卷($D = 11.07$) > 北京卷($D = 10.66$) > 上海卷($D = 10.29$)，我们可以发现九省联考试卷难度并未增加。

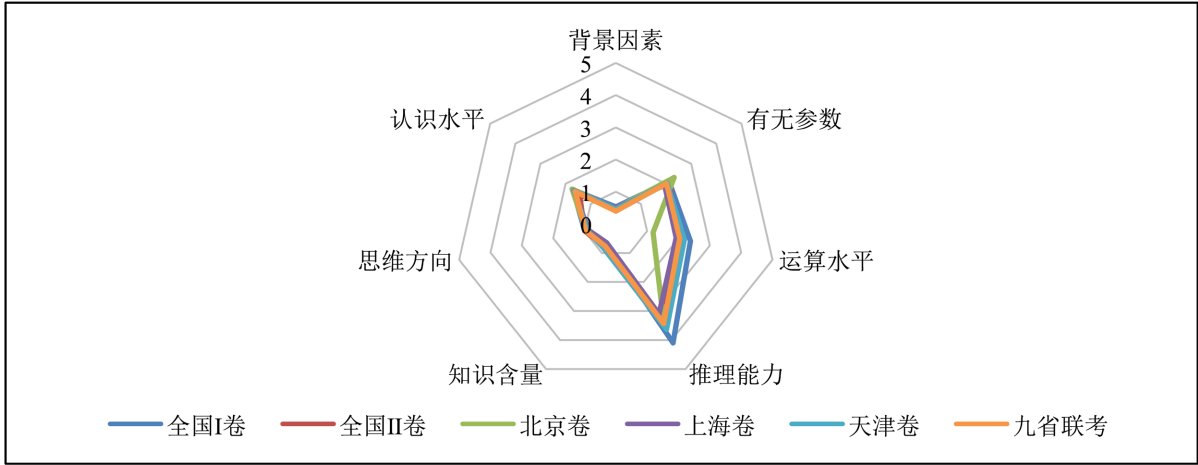


Figure 8. Radar chart of the difficulty composition bias of the 6 sets of papers
图 8. 6 套试卷难度构成偏向雷达图

图 8 在某种程度上精确地展示了 6 套试卷在难度构成上的倾向性。总体来说，这 6 套试卷在七个不同的考评维度上所表现出的侧重点是一致的，它们均将推理能力的考查置于极其重要的位置，并且在这

一维度上的考查力度显著超过其他维度。此外，这些试卷也相对注重对知识的认知水平和运算能力的考查，尽管其重要性略逊于推理能力。因此，教师在日常教学过程中，应当充分认识到这一点，并着重培养学生的推理能力、知识认知水平和运算能力，以更好地适应和应对这些试卷所代表的考查要求。通过这样的教学方式，教师能够更有效地提升学生的综合素质和能力水平[6]。

4. 研究结论与建议

4.1. 研究结论

通过对九省联考和 2023 不分文理科的所有数学高考试题进行定量分析，可以发现九省联考试卷与这 5 套试卷存在明显的差异，下面结合具体的试题进行分析总结：

1) 九省联考加强了基础性的考查和强化了知识内在联系的考查。

九省联考试卷的设计严格遵循中国高考评价体系中“四翼”的考查要求，旨在加强对基础性的深入考查。试卷着重要求学生深刻理解和灵活应用高中数学的基本概念与原理，致力于引导教学回归数学的本质，从而有效推动“双减”政策的落地实施[7]。例如，第 10 题以复数为载体，深入考查复数的基本概念、运算及共轭复数和复数的模等知识点，凸显了对高中数学基础运算的掌握要求，有效引导了复数教学的方向，并全面检测了学生的逻辑思维和运算求解能力。

九省联考试卷还注重强化考查知识之间的内在联系。试卷设计强调对基础知识的深入理解和综合应用，通过考查知识间的内在联系，引导学生深入理解学科理论的本质属性和内在联系，形成完整的知识体系和网络结构。例如，第 6 题将轨迹方程、平面向量的坐标运算、直线与直线的位置关系、两条平行直线间的距离公式等知识综合起来，不仅考查了学生对这些基础知识和基本方法的理解和掌握，更强调了知识之间的综合应用，有效检测了学生的知识体系和认知结构。

可以发现，九省联考的试卷的设计严谨而全面，既注重基础知识的考查，又强调知识间的内在联系和综合应用，为培养学生的数学素养和综合能力提供了有力支持，同时也为高考选拔优秀人才提供了科学有效的依据。

2) 九省联考更加注重学生思维方向的考查。

思维方向主要指的是学生在面对高考这一重要考试时，思考问题、分析题目、制定解题策略的基本思路 and 方向。它反映了学生在解题过程中的思维特点和解题习惯，是决定解题效率和准确性的关键因素之一。

由图 6 可以看出九省联考在逆向思维占比有 15.79%，占比排第二。第 19 题的设计独具匠心，它以学生相对陌生的离散对数为背景，创设了一个新颖的同余运算试题情境。这一设计旨在深入考查考生的阅读理解能力和思维能力，打破了传统试题的固化内容和形式，使考生在面对题目时能够感受到耳目一新的挑战。

此题要求考生不仅具备扎实的数学基础知识，还需要拥有良好的文字语言和符号语言的理解能力，以及创新思维能力。通过解答这一试题，考生需要深入分析问题的本质，灵活运用所学知识，展现出独特的思维过程和解题策略。试题的设计极具探索性和创新性，它注重考查考生分析问题的思维过程，而非简单地检验知识点的掌握情况。这一设计积极引导教学重视培养学生的思维能力，而非仅仅注重知识的灌输和应试技巧的训练。

4.2. 建议

1) 教师教学应该立足于课程标准

九省联考严格遵循《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》的要求，充分体现了高考数学

考查内容范围和考查要求层次的严谨性。试卷命题理念与课程标准高度一致,考查内容紧密围绕学业质量标准 and 课程内容,凸显对学生数学学科核心素养的深度考查,妥善处理了数学学科核心素养与知识技能之间的内在联系,有效发挥了对教学的积极引导作用[8]。

具体而言,该试卷在命题过程中,注重考查学生对基础知识和基本技能的熟练掌握与灵活应用,强调知识的整体性和连贯性,引导教学应注重内容的基础性和方法的普适性,避免盲目追求套路训练和机械训练。试卷要求以课程目标和核心素养为导向,以数学的基础知识、基本技能为载体,通过引导学生领悟数学思想、积累数学活动经验,培养其思考与发现的能力,进而促进其数学学科核心素养的形成。

2) 教师教学要用好教材

分析九省联考试卷很容易发现,这套试题的大部分都是常规题,其中1,2,3,4,10,12,15题(共44分)是简单题,就是考查基本概念和基本运算;5,6,7,9,11,13,16,17题(共62分)是中档题,重点考查常规计算和推理。这些题目加起来有106分之多,它们与教材中的题目并无二致,考查的就是“基础知识,基本技能,基本方法”,如果学生熟悉教材,那么完成这些题目的解答是比较容易的。所以教师在教学的时候,应该深入挖掘教材中的典型试题和素材,注重改造、重组和引申,以考查学生对基础知识、基本方法的深刻理解和灵活应用。

九省联考试卷引导教师在教学中应回归教材,讲清讲透基本概念、原理的来龙去脉,避免过度依赖教辅材料,摆脱死记硬背和题海战术的束缚。同时,还强调教学应立足教材中的概念、公式、定理等重要知识,构建知识之间的联系,提升学生理解的深刻性和应用的灵活性。

3) 教师教学要以育人为本

九省联考通过命题创新,提高了试题的灵活度,丰富了试卷的内容与形式,优化了试卷结构,突出了对考生理性思维和探究能力的考查。试卷打破了固化的定势思维和应试惯性,积极引导教学回归育人本位,关注学生的全面发展。试卷强调学生的思维过程,倡导通过观察、思考、探究等方式,提高学生的问题解决能力。同时,试卷也引导教学关注思维的深刻性,通过问题引导、点拨启发和深化提升等方式,促进学生学会思考、拓展思维,实现“举一反三”的效果。

总体而言,九省联考试卷作为高考内容改革的风向标,充分发挥了育人功能和正向积极的导向作用。试卷严格遵循中国高考评价体系的命题理念,依据高中课程标准进行命题,遵循课程标准提出的处理好考试时间和题量的关系,给予学生充足的思考时间,适度增加试题的思维量等命题原则。试卷的检测和导向作用显著,有效引导了中学数学教学的发展方向,为拔尖创新人才的选拔提供了有力支持。

基金项目

2023年黄冈师范学院研究生工作站立项课题(项目编号:5032023025)。

参考文献

- [1] 关于深化考试招生制度改革的实施意见[N]. 人民日报, 2014-09-05(006).
- [2] 巫阳朔, 赵轩, 赵静宇, 等. 德智体美劳全面培养背景下高考内容改革的实践探索[J]. 课程·教材·教法, 2020, 40(5): 2020.
- [3] 任子朝, 佟威, 赵轩, 等. 高考试题难度预估研究[J]. 数学教育学报, 2018, 27(5): 13-16.
- [4] 武小鹏, 张怡. 中国和韩国高考数学试题综合难度比较研究[J]. 数学教育学报, 2018, 27(3): 19-24.
- [5] 刘清, 胡典顺, 张莘钰. 核心素养视角下的高考试题难度探析——以2019年高考数学全国卷(理科)为例[J]. 数学通报, 2020, 59(12): 34-40.
- [6] 储瑞年. 2003年数学高考试题特点及启示[J]. 天津师范大学学报(基础教育版), 2003(4): 66-68.

-
- [7] 中华人民共和国教育部. 中国高考评价体系[M]. 北京: 人民教育出版社, 2019: 6-32.
- [8] 张晓东, 王铭阳. 新高考试题中的数学核心素养立意分析及启示——以2020-2023年教育部考试院命制的8套数学试题为例[J]. 数学教育学报, 2023, 32(6): 52-59.