

基于SOLO分类理论的高中数学分层作业设计研究

——以“随机变量及其分布”单元为例

刘玉琼

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首

收稿日期: 2024年7月16日; 录用日期: 2024年8月19日; 发布日期: 2024年8月26日

摘要

在“双减”政策的指导下, 中学数学作业的设计需要更加精细和科学。SOLO分类理论作为一种广泛应用的教学理论, 在提高教育教学效率方面起着重要的作用。本文基于SOLO分类理论的多层次架构, 以“随机变量及其分布”课程内容为例, 通过对高中数学课中、课外、单元测验三方面的递进式的作业内容设计, 减少学生课业负担的同时增强其能力培养, 以促进作业设计的革新。同时, 提升数学作业的适应性、针对性、反馈性、多样性。

关键词

SOLO分类理论, 分层作业设计, 高中数学

Research on Hierarchical Assignment Design of High School Mathematics Based on SOLO Classification Theory

—Taking the “Random Variables and Their Distributions” Unit as an Example

Yuqiong Liu

Colleges of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan

Received: Jul. 16th, 2024; accepted: Aug. 19th, 2024; published: Aug. 26th, 2024

Abstract

Under the guidance of the “double reduction” policy, the design of middle school math homework needs to be more precise and scientific. As a widely used teaching theory, SOLO classification theory plays an important role in improving the efficiency of education and teaching. Based on the multi-level framework of SOLO classification theory, this paper takes the course content of “Random Variables and Their Distributions” as an example, and through the progressive homework content design of middle, extra-curricular and unit tests in high school mathematics classes, reduces students’ homework burden and enhances their ability training, so as to promote the innovation of homework design, at the same time, improve the adaptability, pertinence, feedback and diversity of math homework.

Keywords

SOLO Classification Theory, Hierarchical Assignment Design, High School Mathematics

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学作业不仅能巩固所学知识、练习和提升数学技能、进行自我检测，还能促进学生深入思考、激发学习兴趣等等。因此数学作业不仅是课堂教学的延伸，更是学生学习数学不可或缺的一部分。而在如今的传统教学中，忽视思维培养的应试化策略、单调重复的“题海战术”、重结果轻过程的作业评价方式仍占据主导地位。尤其是进入高中以来，课业负担加重，冗杂的作业往往缺乏针对性，更是难以发挥数学作业的正向积极作用。

为了减轻学生的学习压力，教育部于 2021 年出台了“双减”政策。然而近几年的研究也表明，通过盲目减少作业量、降低作业难度却并没有提高作业的效率问题。因此，如何科学地“减负”，在“控量”的同时力图“增效”，成为了当下的热点问题。

而分层作业这种教学方法旨在根据学生的不同能力和需求，设计不同层次和难度的作业，以满足学生个性化学习的需求。因此合理地设计分层作业不仅能减轻学习压力、增强学习动力、还能提高学习效率。SOLO 分类评价理论是一种评价学生认知层次的理论，利用 SOLO 分类理论，教师就可以通过观察学生在某一学习任务上的具体表现，清晰地掌握学生的认知发展水平，从而使教学活动更具针对性，进而为科学规划分层作业提供了现实框架。故本文以 SOLO 分类理论为基础，并以人教 A 版数学选择性必修第三册“随机变量及其分布”为例，创新高中数学作业新的设计途径，为中学作业设计提供一些参考价值。

2. SOLO 分类理论及其实践意义

2.1. SOLO 分类理论的内涵和特征

SOLO 分类理论(Structure of the Observed Learning Outcome)是由澳大利亚教育心理学家约翰·比格斯(John B. Biggs)及其同事在 1982 年提出的一种学习成果分类框架。该理论是一种以等级描述为特征的质性

评价方法[1]，旨在评估学生在学习过程中展现出来的不同思维层级，如表 1 所示。

也就是说，SOLO 分类理论将学生的学习成果分为五个层次，每个层次代表了学生思维的不同复杂程度。利用 SOLO 分类理论，通过关注学生在解决问题中的表现，就可以知道其思维水平在什么分类层级、学习程度如何，使得教学更具针对性，如图 1 所示。

Table 1. SOLO thinking level and its observable index
表 1. SOLO 思维水平与其可观察指标

SOLO 思维水平	可观察指标
前结构	学生的回答通常是基于直觉或个人的经验，缺乏对问题的基本理解
单点结构	学生能够理解并回答问题中的一个关键点，但他们的理解通常是单一的缺乏全面的认识
多点结构	学生能够掌握题目中涉及到的多个知识点，但解决问题时缺少关联性
关联结构	学生能够将问题的各个关键点整合起来，形成一个连贯的理解，并能够进行一定的推理
抽象拓展结构	学生能够将所学知识应用到新的情境中，在更高层次上进行抽象思考，进行批判性思考

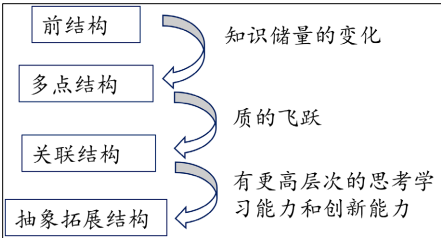


Figure 1. The relationship between cognition and students' learning degree
图 1. 认知结构与学生学习程度关系图

2.2. 实践意义

2.2.1. 精准量化思维深度，引领教师教学新方向

在教学评价中，我们不再局限于标准答案的正确与否，而是应该更加注重学生在分析与解答过程中所展现的思维深度。SOLO 分类理论便可精确地量化学生在数学学习中的思维层次。通过这一评价法，教师能够即时捕捉学生的认知反应，明确学生当前所处的思维阶段，并据此规划出引导学生向更高层次迈进的教学路径。这样不仅能使教学更具针对性，也促使学生能够跨越思维障碍，有效突破知识应用的瓶颈，实现思维能力的飞跃。

2.2.2. 精准把脉误区，助力学生高效归因分析

SOLO 分类理论能够有效避免学生在数学学习中的种种误区。它帮助学生迅速知识的薄弱环节，揭示出隐藏在答案背后的思维漏洞。有了这一明确的指向标，教师也能有的放矢地制定补救措施，精准补齐学生的知识短板。这种基于深入分析的归因策略，能够不断修正和完善学生的学习路径，为学生们铺就了一条通往数学殿堂的坚实之路。

3. 基于 SOLO 分类理论设计评价量规

在“随机变量及其分布”单元的作业评价中，应用 SOLO 分类理论来设计评价量规，可以帮助学生和教师更清晰地理解学生在掌握这一概念时的思维层次。结合课标的学习要求，对“随机变量及其分布”相关测评点进行的具体表现水平划分如表 2 所示：

Table 2. Evaluation point division of SOLO classification theory in “Random Variables and Their Distributions”
表 2. SOLO 分类理论在“随机变量及其分布”中的测评点划分

前结构	仅能判断一个给点情境中的随机变量，无法正确计算
单点结构	只能利用随机变量的一个特征(二项分布、正态分布)进行简单计算，忽略其他因素
多点结构	能够综合考虑多个因素(如随机变量的取值范围、分布列等)给出较为全面的答案。
关联结构	能将多个随机变量的数字特征(期望、方差)联系起来，形成自己的解题逻辑与推理，能够解决较为复杂的问题
抽象拓展结构	设计一个新的随机变量模型，用于解决特定领域的复杂问题。 探究随机变量分布的新特性或新规律，展现出较高的创新能力和批判性思维。

细化作业中的测评量规，即能指导教师教学方向，也能清晰刻画学生在解决问题中的思维表现。确保作业内容既符合教学目标，又能全面考察学生的能力发展。

4. 基于 SOLO 分类理论的分层作业设计与案例分析

4.1. 根据教学内容设计层次化课中探究内容

概率统计作为高中数学课程四大主线之一，具有重要的地位和作用。但不同于函数和几何，概率统计的研究对象是随机事件，学生理解起来可能比较困难。因此，如何在课堂上设计动手探究类作业，便于学生理解概念，显得尤为重要。

案例 1：选择性必修三“离散型随机变量(第一课时)”课中探究活动设计如图 2。

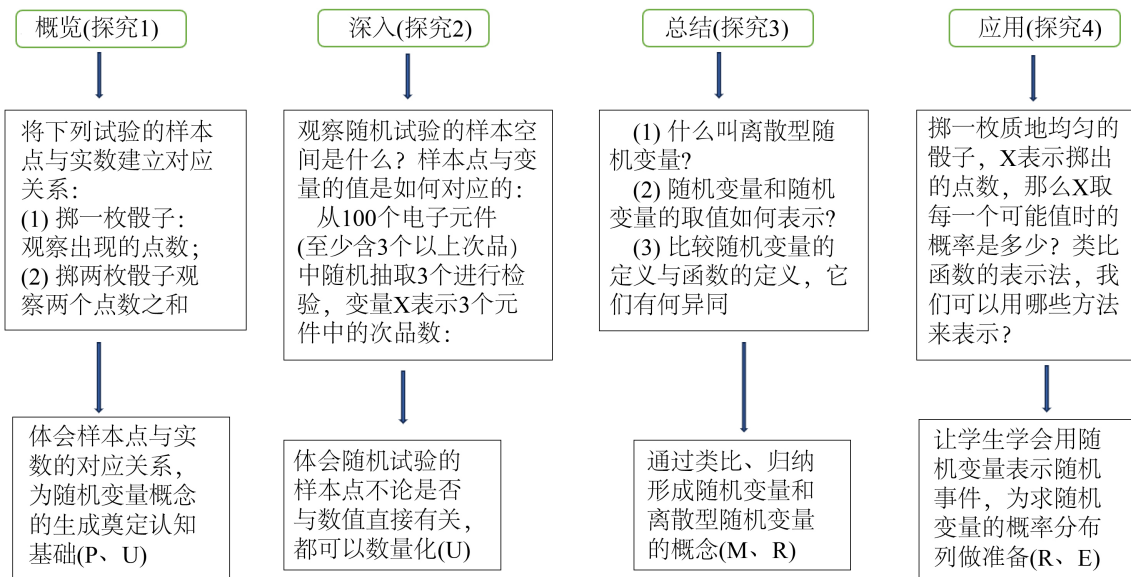


Figure 2. Explore activities in the “Discrete Random Variables (Lesson 1)” lesson
图 2. “离散型随机变量(第一课时)”课中探究活动

以上的四个教学情境从概览、深入学习、总结归纳、实践应用四步骤出发设计层层深入的探究问题[2]。通过一些随机事件多种现象的观察对比，引导学生在回忆原有储备知识的同时融入新知识，从而使复杂的问题简单化。在实践应用阶段，不但希望学生能够透彻理解“离散型随机变量”的概念，更要学会发现实际生活中的“离散型随机变量”问题。从解决问题到发现问题，实现思维的飞跃。

4.2. 根据学情能力设计层次化课后作业内容

“以人为本”的教育观念和由前苏联心理学家维果斯基提出的最近发展区理论强调，教育应该尊重学生的个性差异，关注学生的全面发展，满足学生的成长需求。而在作业的设计中也应如此。作业设计层次性旨在通过设计不同层次的作业，激发学生的潜力，促进学生的发展。这样的设计能够确保作业既能够满足学生的个性发展需要，又能够挑战他们的最近发展区。

案例 2：选择性必修三“正态分布”课后作业设计

第一级闯关(前结构、了解概念与公式)：随机变量 X 服从正态分布 $N(75, 8^2)$ ，则期望 $E(X)$ 是_____。

第二级闯关(单点结构层次、理解概念并能简单应用)：已知随机变量 X 服从正态分布 $N(75, 8^2)$ ，求 $P(59 \leq X \leq 67)$ 的大致范围。

第三级闯关(多点结构层次、能联系多个知识点进行分析与解决问题)：假设某城市高中数学统考成绩 X 近似服从正态分布 $N(75, 8^2)$ ，若某班有 16 名学生，且成绩在 91 分以上就能获得奖品，试估计该班本次获得奖品的人数。

第四级闯关(关联结构层次、能整合知识并解决复杂问题)：假设某城市高中数学统考成绩近似服从正态分布 $N(75, 8^2)$ ，若某班有 16 名学生，记 X 表示这 16 名学生分数在 (51, 99) 之外的个数，求 $P(X \geq 1)$ 及 X 的数学期望

第五级闯关(抽象拓展层次、能进行抽象概括并提出新问题)：某城市高中数学统考，假设考试成绩 X 服从正态分布 $N(75, 8^2)$ ，请你自行设置比例将考试成绩分为 A、B、C、D 四个等级，并确定各等级的分数线。

根据 SOLO 理论的分类设置了五个闯关题。尽管有时题目的数量不多，但巧妙地在同一情境下设计问题，可以发挥出学生探索的最大潜力，引发学生深入思考与探究，使得各个问题之间的逻辑关系更加紧密与连贯。这样的设计不仅增强了学生的学习体验，更是有效地促进了他们数学逻辑思维的发展。

4.3. 根据高考考向设计层次化单元小测内容

高考是教师教学与研究的风向标，也是课程标准内容和要求的集中体现。概率统计作为高考的重点内容，其考查形式通常以“两道小题与一道大题”的形式出现。其中“随机变量及其分布”通常与其他知识领域交叉融合，不仅检验学生对基本知识的掌握程度，更考验学生在复杂情境下应用这些知识的能力。

参考一线教师黄太强整理的数学新课标 I 卷试题评价[3]，2021 年~2023 年“概率统计”主题在 SOLO 思维层次中所占分值如图 3。其中，处于前结构层次水平的学生只了解各知识点的概念，无法进行解题，因此在试题的编制中不对该层次进行探讨。

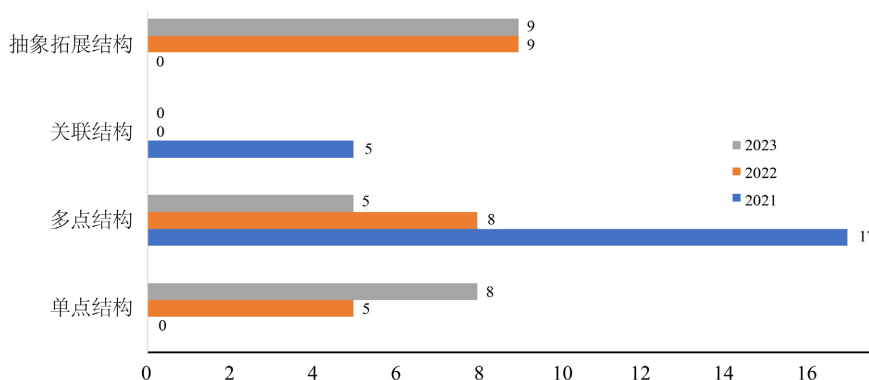


Figure 3. “Probability statistics” theme SOLO thinking level score statistical chart

图 3. “概率统计”主题 SOLO 思维水平层次分值统计图

可见,在概率统计章节的梯度性越来越明显,在注重基础性的前提下,越来越注重创新性和综合性,即加大了抽象拓展结构的考查力度。

案例3“随机变量及其分布”单元小测设计

【问题】某机器制造工厂计划引入某6台设备,但每台设备上都装有一型号相同的易损零件。假设每台设备能否正常运行只与易损零件的寿命有关,且此易损零件能使用一年以上的概率为 p_1 ,能使用2年以上的概率为 p_2 。从设备运行之日起每满一年进行一次设备维修,更换零件,并且只更换已损坏的零件,平时不维修。

在第一年设备维修中:

- (1) 不需要更换零件的概率;
- (2) 需更换3个零件的概率

在第二年设备维修中:

- (3) 当 p_1 为二分之一, p_2 为三分之一时,求此时至少需要更换5个易损零件的概率
- (4) 当 $p_1 = 2p_2$ 时,记更换2个易损零件的概率为 $f(p)$,求 $f(p)$ 的最大值点 p_0 ;

【设计意图】在第一、二问中,题目将易损零件的寿命问题转化为概率问题,需要考生将实际问题抽象为数学模型(单点结构)。一个易损零件需不需要换可以看成是一次独立重复实验,其随机变量满足二项分布。解题的关键在于利用概率计算出易损零件寿命为1年以上、1~2年、2年以上的概率(多点结构)。在第三问中,考查相互独立事件同时发生的概率。在第二次的换零件工作中,对于一台设备而言,要考虑第一、二次都更换了零件,和第一次不换零件而第二次需更换零件这两种情况的概率;以及至少需要更换5个零件概率,包括更换5个零件和6个零件两种情况。这就需要学生具有较强的逻辑思维能力和归纳推理能力(关联结构)。在第四问中,需要学生在正确解答前三问的基础上联系导数的基本性质求 $f(p)$ 的最大值点 p_0 ,考查学生利用假设猜想、演绎推理的方法联系多个知识点解决问题(抽象拓展结构)。

通过分析每个学生在测验时的作答情况,教师就可以对每位学生所处的思维水平进行科学判断,并针对不同程度的学生进行个性化的指导和帮助;同时,学生自己也可以对自身思维水平进行评估,以调整自身的学习状态,最终确保每个学生都能在适合自己的学习路径上取得进步。

5. 关于分层作业设计的几点建议

5.1. 明确分层作业目标层次

目标是行动的导向,明确的目标层次可以帮助教师更好地组织和规划教学内容,同时也能够让学生清楚地了解自己应该达到的学习水平。

在分层作业设计中,首先教师就要明确每个层次的学习目标,按照目标制定每次课的作业测评点,以确保学生能够按照自己的能力逐步完成作业。不仅如此,还需要确保作业目标与课程目标相一致,从而使学生能够通过完成作业达到课程要求,促进作业的正向推动作用。

5.2. 设计合理的作业评价量规

作业评价是对学生学习成果的直接反映,也是检验教师教学成果的重要因素。因此,作业评价需要合适的评价量规来确保评价的准确性和公正性,而SOLO分类理论为此提供了有效的评价体系。利用SOLO分类理论细化作业的评价标准,从重视作业结果转变到重视作业过程,从强调解题结果的正确性转变到关注解题思维的层次性[4]。既能方便教师深入了解每位学生的知识点掌握情况,还能帮助学生自己制定合理的分层学习目标,增强学生的学习动力,提升学生的自主学习能力。

5.3. 提供及时有效的作业反馈

作业的反馈具有时效性，如果学生不能及时获得反馈，就会错失即时纠正错误和巩固知识的最佳时机。而 SOLO 分类理论所提出的“质性”评价就能有效的提供及时反馈。例如在本文的案例 2 的层级闯关练中，第一层级的设置就是为解题怀有畏难情绪的学生设计的，让他们在解题中收获自信心，从而为解决简单问题情境奠定基础。

同时，教师还能利用 SOLO 分类理论，针对学生在作业过程中遇到的问题，给予个性化的指导。例如对于单点结构层次的学生，重点辅导基本概念和技能；对于多点结构和关联结构层次的学生，引导他们进行知识整合和应用；对于抽象扩展层次的学生，鼓励他们进行创新和拓展。从而进行定期对学生的作业评估，了解他们的学习进度和存在的问题，及时调整教学策略和作业设计，确保学生能够在适合自己的层次上取得进步。

因此，这也需要教师深入理解 SOLO 分类理论和课程目标，明确学生在掌握某个知识点时所要达到的思维结构水平，从而制定高效的教学计划。

6. 结语

普通高中数课程标准(2017 年版 2020 年修订)指出评价既要关注学生学习的结果，更要重视学生学习的过程。SOLO 分类理论为学生的过程性评价提供了理论基础，教师们应以此为依据，创新数学作业方式，促进数学作业增值。不仅如此，未来还可以引入更多的新型作业，让学生作业中巩固知识、提高能力、发展思维、创新智慧。

参考文献

- [1] 苏国胜. 关注“质”性评价，促进深度学习——借助 SOLO 分类评价法优化数学学习过程评价[J]. 初中数学教与学, 2024(4): 8-11.
- [2] 梅滋亚. 创设开放情境，体现建模思想——以“离散型随机变量及其分布列”为例[J]. 数学教学通讯, 2024(6): 26-28.
- [3] 黄太强. 基于 SOLO 分类理论的数学新课标I卷试题评价——以 2021-2023 年数学新课标I卷为例[J]. 中学数学教学, 2023(6): 65-69.
- [4] 唐盈, 房瀚婕, 田建. 基于 SOLO 分层理论的“全等三角形判定”单元作业设计[J]. 理科爱好者, 2023(6): 103-106.