

# 问题提出教学模式融入初中数学的认识与思考

李浓伊, 谢景力\*

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首

收稿日期: 2024年7月11日; 录用日期: 2024年8月9日; 发布日期: 2024年8月20日

## 摘要

基于“问题提出”的教学模式有助于学生理解与运用数学知识, 培养学生的思维能力, 促进学生问题解决能力的发展。但问题提出教学模式在中学数学课堂的实施过程中依旧存在许多限制。本文基于“问题提出”的教学模式作为框架, 选取课例“平方差公式”截取课堂教学片段, 展示单个问题提出的教学流程, 并对课例进行分析, 为初中数学课堂教学提供建议。

## 关键词

“问题提出”, 教学模式, 初中数学

# Understanding and Thinking of Integrating the Problem Raising Teaching Mode into Junior Middle School Mathematics

Nongyi Li, Jingli Xie\*

College of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan

Received: Jul. 11<sup>th</sup>, 2024; accepted: Aug. 9<sup>th</sup>, 2024; published: Aug. 20<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

The teaching mode based on “problem raising” is helpful for students to understand and use mathematical knowledge, cultivate students’ thinking ability and promote the development of students’ problem-solving ability. However, there are still many limitations in the implementation of the teaching model in middle school mathematics classroom. Based on the teaching mode of “problem raising” as the framework, this paper selects the lesson example “squared and variance

\*通讯作者。

formula” to intercept the classroom teaching fragments, shows the teaching process of single problem raising, and analyzes the lesson examples to provide suggestions for junior middle school mathematics classroom teaching.

## Keywords

“Problem Raising”, Teaching Mode, Junior High School Mathematics

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

蔡元培先生曾经说过：“教育的最终目的是培养创造力，而非灌输知识。”近年来，“问题提出”作为创新教育的重要标志开始为广大数学教师和教育研究者的关注。如何培养学生提问能力，本质其实是如何培养学生的思考能力，这也是新课标当中提出来的核心素养之一。2012年我国颁布的《义务教育课程标准(2011年版)》明确指出：“从社会生活中发现问题和提出问题，并能综合运用所学的知识和其它知识解决问题，发展应用意识”[1]。关于“问题提出”的体系建构在《义务教育数学课程标准》的演进过程中变得更加全面，内容更加明确，教学导向更加具体。在《义务教育课程标准(2022年版)》对于“问题提出”的情境有了更加明确的要求：学生从生活情境、现实情境及真实情境等情境中发现和提出问题。在我国2022年数学课程标准中有八十多次提到了问题提出，其中重点讨论了问题提出的重要性、具体内容，及其在具体课堂上的实践。

初中阶段，培养学生的自主学习和自主思考的习惯和能力是非常重要的，其中就包括提出问题的能力。目前的初中数学课堂学生数学语言表达能力较弱，对情境中的信息处理能力也较差，同时学生在课堂也没有养成提问的意识，学有余力的同学在课下可能会有所思考，偶尔会提出问题；对于学习有些吃力的学生来说，他们仅仅只关注了课后作业的完成，对于所学的知识理解程度较低，思考较少。目前初中数学教师对于学生问题提出方面的关注度也比较低，更多的是由教师提出问题，学生随着教师提问的思路走，这样对于学生的思维能力和创造力的发展具有阻碍作用。由此可知，将“问题提出”教学模式实践于数学课堂的当中是非常重要的。

## 2. 问题提出

### 2.1. 问题提出概念界定

国内学者对于问题提出的概念进行了讨论，聂必凯提出“问题提出”是问题解决的开始，对好的问题解决者来说他们能从一个问题的解决过程中孕育出新的、更高层次的问题，并解决这个更高层次的问题，最终会形成一个周期性的螺旋上升的“问题链”[2]。夏小刚认为“问题提出”是人们在一定的情境下，通过观察和分析情境中已有的数学信息，发现并产生新的数学任务或问题的过程，它既是解决数学问题的手段也是一个独立的数学活动[3]。

国外学者 Silver 认为“问题提出”是指探索新问题或对现有问题进行阐述，这些问题可以发生在问题解决之前、解决期间和解决之后。根据 Silver 对“问题提出”的定义陈丽敏对问题提出与学生能力的

关系进行了研究[4], 并构建了一个有效的数学问题提出能力的评价体系, 用于调查研究了五年级小学生数学问题提出能力和观念的关系[5]。

蔡金法老师指出“数学问题提出”是指在接受或改变已知方式的基础上, 根据一定的问题情况提出一个新的数学问题, 然后以问题的形式表现出来[6]。

总的来说, 数学问题提出是学习者基于一定情境探索和生成新的数学问题或重新解释现有数学问题的过程, 它在解决数学问题前期、期间和之后都可发生, 数学问题提出和数学问题解决是不可分割、互相引发、共同进步的。

## 2.2. 问题提出教学

问题提出可以作为教学目标, 也可作为一种帮助学生学习和理解数学的教学手段。苏格拉底的助产术与孔子的启发式教学可以被称为是“问题提出”教学最早出现的方式, 而现在所说的“问题提出”教学来自“问题解决”教学的讨论。

目前国内外数学教育学者都十分重视“问题提出”教学的研究, 梳理相关文献可知“问题提出”教学大都伴随着问题情景的创设, 要求教师以学生作为主体, 通过启发探讨的方式引导学生在情景中观察并发现问题, 可能是发现新问题也可能是对于已有的问题再发现的过程, 重点在于让学生养成问题提出的意识, 其内涵为: 数学教学应为“数学问题提出”而教与通过“数学问题提出”而教[7]。

在国外“问题提出”教学已经形成了一定的理论基础和实践经验, 并且在不断发展和完善中。美国、英国、澳大利亚等国家在基础教育中也越来越多地引入“问题提出”教学。国外有学者将“问题提出教学法”定义为一种以学生提出的问题作为驱动的教学方法, 是教师和学生依据问题情境产生与表达或构建问题有关的活动。

“问题提出”教学在国内也取得了一定的进展, 其研究成果主要体现在学术论文、研究报告和教学案例中, 许多学者和教师通过实际教学案例和实验研究, 验证了问题提出教学的效果, 并提出了一些改进建议。

学者蔡金法提出了基于问题提出的教学模式, 该模式通过教师呈现问题情景; 教师设计指导语; 学生提出问题; 师生共同处理问题, 四个教学步骤来完成用单个问题提出任务进行教学的流程。在一节课中可存在多个问题提出的教学活动, 因此类似流程可能在一节课上周期重复多次。许天来和蔡金法结合具体课例“乘法分配律”的课堂分析, 探讨了该教学模式在数学课堂上的有效性[8]。基于“提出问题”的教学理念, 徐红和蔡金法将“认识平行四边形”和“认识梯形”整合为一节课, 让学生通过自己的操作发现平行四边形和梯形的形状特征和相互关系, 这不仅给了学生足够的自主空间, 而且与教学目标紧密相连, 充分体现了“问题提出”教学的优势[9]。

叶舒琪等人进行了为期一个学期的教学实验, 发现非智力因素有助于培养学生他们提出数学问题的能力。他们还提出了增强学生数学问题提出能力的建议, 如加强学习目的教育, 创造合理的问题场景, 敦促学生纠正和反思[10]。

在我国少部分小学和中学开始尝试在课堂中引入“问题提出”教学, 通过实际问题和项目来引导学生进行学习和探究, 但是仍存在部分教师对问题提出教学的理解和接受程度有限, 以及部分地区教育资源有限等问题。

国内外研究表明, 在数学课堂中问题提出可帮助学生学习和理解数学, 培养学生的解决问题的能力 and 创新精神, 发展学生综合素质以适应未来社会的各种挑战。相信未来, 随着教育改革的深入和信息技术的不断进步, 问题提出教学有望成为一种更加普遍和有效的教学方法。

### 3. 问题提出教学模式实例

本文依照蔡金法学者的基于问题提出的教学模式, 选取课例“平方差公式”截取课堂教学片段, 展示单个问题提出的教学流程, 通过问题提出引导学生从数和形两方面得到平方差公式。

#### 3.1. 问题提出教学片段

课前活动: 学生任意说出两个差为 1 的数的平方数相减, 教师快速说出得数; 学生尝试解释算得快的原因, 教师顺势引出课题。

活动 1:

① 教师把全班分成 A、B 两组, A 组同学根据代数式“(a+b)(a-b)”, B 组则同学根据代数式“ $a^2 - b^2$ ”, 提出现实生活中的数学问题并进行记录(两大组学生相互不知道对方的算式)。

**教师引导语 1:** 下面我们将 1、2 小组的同学为 A 组, 第 3、4 小组的同学为 B 组, 请 A、B 小组根据自己手中代数式每个人给出一个关于该代数式的题目, 考一考对面的小组。

在学生给出编制的问题后, 教师引导学生在小组内部先对于提出的问题进行纠错, 并将问题进行分类, 过滤掉重复、无序的问题, 然后以小组的形式推选出最具代表性、的若干问题。

**教师引导语 2:** 以 A、B 两个小组为单位, 组织小组的同学进行讨论, 检查小组成员提出的问题是是否合理、正确, 筛选出重复的问题, 并将所提出的问题按涉及领域进行分类。

**教师引导语 3:** 请 A、B 小组分别选出合理的、最具代表性的两个关于求解面积的问题, 分为简单模式和困难模式, 展示在黑板上, 让对面小组的同学一个个来闯关。

② A 组的小组长展示他们所提问的部分问题, 并请第 B 组的同学猜测下例是根据哪一道代数式来编的。

问题 1 (简单): 长为  $(a+b)$ 、宽为  $(a-b)$  的长方形草坪的面积是多少?

问题 2 (困难): 一个长为  $a$  宽为  $(a-b)$  的长方形草坪, 与另一个长为  $b$  宽为  $(a-b)$  的长方草坪, 将其拼接在一起形成的新的长方形草坪的面积是多少( $a > b$ )?

③ B 组的小组长展示他们所提问的部分问题, 并请第 A 组的同学猜测下例是根据哪一道代数式来编的。

问题 1 (简单): 边长为  $a$  的正方形中去掉一个边长为  $b$  的小正方形( $a > b$ ), 这时形成的新图形的面积是多少?

问题 2 (困难): 若用  $\frac{1}{2}a$ ,  $\frac{1}{2}b$  分别表示小长方形的长与宽(其中  $a > b$ ), 求下列图形中(见图 1)阴影部分的面积。

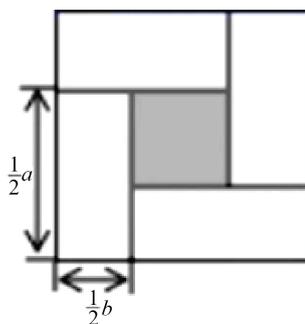


Figure 1. Calculate the area map of the shaded area

图 1. 求阴影部分面积图

同学们发现在边长为  $a$  的正方形中去掉一个边长为  $b$  的小正方形( $a > b$ ), 把余下的部分剪拼刚好是一个长为  $(a+b)$ 、宽为  $(a-b)$  的长方形, 教师在屏幕上利用几何画板展示演变的过程(见图 2), 使学生意识到形成两个新图形的面积是相同的, 也就是说代表这两个图形面积的两个式子是相等的, 即  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

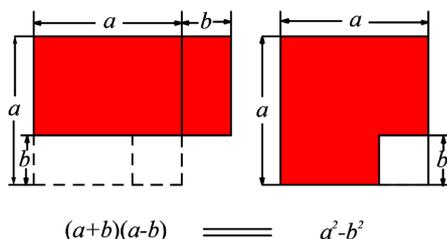


Figure 2. Process diagram of the evolution of two shapes with equal area

图 2. 两个图形面积相等演变的过程图

活动 2:

教师在黑板上板书

“ $= (25x+24y)(25x-24y)$ ” 和 “ $(25x)^2 - (24y)^2 =$ ”,

学生写出与之相等的代数式, 学生发现横线上的代数式相同, 推得三个式子相等。

**教师引导语 4:** 请根据黑板上的例子提出类似的问题, 同桌间交换进行解答, 你发现了什么? 所有的式子都符合这个规律吗?

学生尝试举例解答后发现满足上述规律的等式有无数个。

从数和形两方面都归纳出了  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ , 由此推出平方差公式。

平方差公式

符号表示:  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

内容: 两数和与这两数差的积, 等于这两数的平方差。

**教师引导语 5:** 结合今日所学, 你能发现老师课前速算的小秘密吗?

学生利用平方差公式解答速算原因。

### 3.2. 问题提出教学片段分析

上述教学片段主要是对于平方差公式的推导, 这也是这节课学习的重点与难点, 教师采用问题提出的方式, 将学生分为 A、B 两组, A 小组的学生从式子  $(a+b)(a-b)$  出发提出问题, B 小组的学生从式子  $a^2 - b^2$  出发提出问题, 并分别解答对方小组提出的问题。在学生给出的问题当中选取求面积的问题, 学生发现两个小组所求的特殊图形的面积是相等的, 推得代表这两个图形面积的两个式子相等, 即  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ , 从图形方面推得平方差公式。

教师创设情景, 引导学生分小组合作讨论根据代数式提出问题, 锻炼了学生的问题提出能力。在这个过程中教师要设置合适的引导语, 蔡金法学者的基于问题提出的教学模式的步骤 1 和步骤 2 其实是同时呈现的。教师在创设合适的问题情景的同时, 应当根据教学目标设置恰当的引导语。对于学生提出的问题一步步的给出明确的、具体的条件, 比如说问题的数量, 难易程度, 问题所涉及的一些情景等, 对于 A 小组的代数式  $(a+b)(a-b)$  这样乘积的形式, 学生不仅容易想到长方形的面积问题, 还可能涉及到路程与速度问题, 又或者是销售问题等, 如苹果的定价为每千克  $(a-b)$  元, 小明买了  $(a+b)$  千克, 小

明需要支付多少元? 即在课堂上学生提出的问题可能会是各种源自生活、数学又或者是其他情景的问题。让学生小组内部对于成员提出的问题进行检查和分类。再将学生提出的引导到求解面积上, 从而引出平方差公式的推导。

教师在黑板上给出

“ $=(25x+24y)(25x-24y)$ ”和“ $(25x)^2-(24y)^2=$ ”学生解答后发现  
 $(25x+24y)(25x-24y)=(25x)^2-(24y)^2$ , 初中生的逻辑思维能力已经能够很快联想到公式  
 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ , 并能够根据老师给出的模板提出类似的问题, 进行解答。最后发现满足上述规律的等式有无数个, 从而从代数方面推得平方差公式。

在学生根据教师的例子提出问题时, 可能有些学生不仅仅满足从代数式进行提问, 可能会尝试使用数字来进行验证, 无论从哪个方面都能够验证平方差公式的合理性。

最后学生根据今天学习的新知识解决课前活动中留下的问题进行首位呼应, 让学生能够灵活运用所学的知识, 引导学生利用公式能够进行简便运算。

## 4. 教学启示

现在初中生数学语言理解能力和表达能力较差, 尤其在解决应用题时可以看出, 有些学生存在读不懂题, 抓不住重点、理不清楚关系的问题, 通过恰当的问题提出活动能够帮助学生更加了解问题的本质。实施该教学模式时需注意以下几点:

### 4.1. 创造舒适的提问环境

学生在轻松的氛围中更容易接受新知识, 为学生营造一个适合提问的环境是非常重要的, 学生在之前的学习经历中以学生自己提问为主的课堂是非常少的, 学生可能会存在害怕提问、无法清楚表达出问题等问题, 教师为学生营造让学生感到轻松、愉快的提问环境, 使学生敢于提出问题, 敢于表达自己的观点, 这也是实施“问题提出”教学模式的目的一。

因此在互动过程中教师对于学生提出的问题, 要及时给予肯定和表扬, 让学生感受到自己的努力是被认可的。同时尊重学生的观点和想法帮助学生建立自信, 敢于提问和发表自己的观点。这个过程中, 教师也能从学生的提问中获得启发, 拓展自己的教学方法和思路。最后还要为学生提供充足的时间和空间。

### 4.2. 课前预设问题

每个学生的成长环境、知识结构和思考方式都不相同, 因此每个学生提出的问题可能存在差异, 虽然教师不能完全想到学生可能会提出的所有问题, 但是在课前教师需要了解学生原有的知识基础, 深入研究教学内容, 掌握教学重难点, 根据所教班级的实际情况的问题设置引导词, 尽量预设学生可能会提出的问题, 尤其判断学生能否提出关键问题。比如, 对于上述课例来说, 最关键的是学生能否提出“长为 $(a+b)$ 、宽为 $(a-b)$ 的长方形草坪的面积是多少?”“边长为 $a$ 的正方形中去掉一个边长为 $b$ 的小正方形 $(a>b)$ , 这时形成的新图形的面积是多少?”这两个问题。提出这两个问题的难度较低, 因此该课例适用于大部分班级授课。

如果本节课的关键问题对于所授课的班级来说难度较大, 那么教师需要根据班级的实际情况适当调整授课方式, 通过由浅入深的方式一步步引导学生提出关键问题。

### 4.3. 设置螺旋上升的“问题链”

在一节课中可能存在多个问题提出的教学活动, 教师可创设一个较为开放的与教学内容相关的情景,

并通过组织合作学习、提供反馈和支持等方式,让学生在解决问题过程中不断发现新问题、并自主提出问题,形成一个螺旋上升的“问题链”。这样的教学方法有助于培养学生的创新思维和问题解决能力。

如果在这个过程中学生在提出问题时遇到了困难,教师可以适当的给出一定的提升,比如说指出可能出现的矛盾提出问题,又或者引导学生通过类比、联想、变式、逆转思维、发散思维等方法对数学中的原问题或命题等提出新问题。

## 5. 小结

教师在教学过程中采用“问题提出”教学模式有助于激发学生的思维能力和表达能力。这个过程中学生不仅仅是提出问题,还需要不断地分析和评估问题,从多个角度进行思考,培养了他们的批判性思维,提高了解决问题的能力,同时通过小组合作的方式也促进合作学习的能力,增强学习动机和兴趣,可以说基于“问题提出”的教学模式是一种富有活力和积极性的教学模式。同时教师在进行授课时也要注意为学生营造舒适的提问环境,在课前充分去研究调查学生原有的知识基础,设置引导词,尽可能地预设学生可能会提出的问题,还可通过螺旋上升的“问题链”的形式锻炼学生的创新思维和解决问题的能力。

## 基金项目

本文系湖南省普通高等学校教学改革研究项目:基于师范专业认证的数学师范生技能培养与实践研究(编号:HNJG-2021-0115);吉首大学教学改革研究项目:基于师范专业认证的数学师范生技能培养与实践研究(编号:2021JSUJGA01)的阶段性研究成果。

## 参考文献

- [1] 教育部基础教育课程教材专家工作委员会. 义务教育数学课程标准解读[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2011.
- [2] 聂必凯, 汪秉彝, 吕传汉. 关于数学问题提出的若干思考[J]. 数学教育学报, 2003, 12(2): 24-26.
- [3] 夏小刚. 国内外数学问题提出教学研究的回顾与反思[J]. 数学教育学报, 2005, 14(3): 17-20.
- [4] 陈丽敏, Verschaffel Lieven, 陈琦. 论问题提出与学生能力发展的关系[J]. 数学教育学报, 2006, 15(3): 31-34.
- [5] 陈丽敏, 景敏, Verschaffel Lieven 等. 五年级小学生数学问题提出能力和观念的调查研究[J]. 数学教育学报, 2013, 22(2): 27-32.
- [6] 蔡金法, 许天来. 数学问题提出的例子、类型和内涵[J]. 小学教学(数学版), 2019(7): 34-40.
- [7] 李怀军, 张维忠. 国外“数学问题提出教学法”研究: 回顾与前瞻[J]. 浙江师范大学学报(自然科学版), 2020, 43(1): 107-114.
- [8] 许天来, 蔡金法. 探讨“问题提出”教学的一般模式——基于“乘法分配律”的课堂分析[J]. 数学教育学报, 2023, 32(5): 17-20+27.
- [9] 徐红, 蔡金法. 以“问题提出”的方式促进知识整合——《认识平行四边形和梯形》一课教学实践与评析[J]. 教育研究与评论(小学教育教学), 2024(4): 90-96.
- [10] 叶舒琪, 刘颀, 吴秀君. 非智力因素视角下培养数学问题提出能力的实验研究[J]. 中学数学, 2024(4): 38-39.