Advances in Education 教育进展, 2024, 14(9), 149-154
Published Online September 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2024.1491632

Hans汉斯

建构主义理论下问题解决教学模式在高中数学教学中的应用研究

钟海英，董金辉*

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北 黄冈

收稿日期：2024年7月30日；录用日期：2024年8月29日；发布日期：2024年9月5日

摘　要

问题解决教学模式是一种以问题为核心的教学方法，已经广泛地应用于课堂教学中。建构主义理论为问题解决教学提供了理论基础，本文基于建构主义理论，探究问题解决教学模式的应用策略，并以"等比数列求和公式"为例，设计教学过程：提出问题－解决问题－归纳总结－变式练习－总结反思。为高中数学教师教学提供参考。

关键词

建构主义，问题解决，知识结构

Research on the Application of Problem Solving Teaching Model in High School Mathematics Teaching under Constructivism Theory

Haiying Zhong, Jinhui Dong*

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jul. 30th, 2024; accepted: Aug. 29th, 2024; published: Sep. 5th, 2024

Abstract

The teaching mode of problem solving is a teaching method with problems as the core, which has been widely used in classroom teaching. Constructivism theory provides a theoretical basis for the

*通讯作者。

文章引用: 钟海英, 董金辉. 建构主义理论下问题解决教学模式在高中数学教学中的应用研究[J]. 教育进展, 2024, 14(9): 149-154. DOI: 10.12677/ae.2024.1491632

teaching of problem solving. Based on the constructivism theory, this paper explores the application strategy of problem solving teaching mode, and takes the "formula of parallel series summing" as an example to design the teaching process: question raising-problem solving-variant practice-summary and reflection, in order to provide reference for high school mathematics teacher teaching.

Keywords

Constructivism, Problem Solving, Knowledge Structure

1. 引言

美国著名数学家保罗·哈尔莫斯指出：“问题是数学的心脏”。解决数学问题不仅是数学家的基本活动，也是学校数学教育的基本构成部分，学校教育需要培养学生问题解决能力。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》提出高中数学课程要提高学生发现和提出问题的能力以及分析和解决问题的能力[1]。问题解决教学模式是一种以问题为核心的教学方法，旨在让学生在问题解决的过程中学习知识，构建知识体系。

基于建构主义的学习观，郑毓信认为数学学习并非是一个被动的吸收过程，而是一个以已有知识和经验为基础的主动的建构过程，我们应当让学生通过问题解决来学习数学[2]。近年来，问题解决教学模式得到了广泛应用，但是仍然存在一些问题，部分教师对问题解决教学模式认识不足，提出的问题较为随意或者提问过多，问题解决教学模式的功能没有真正显现。学生的问题解决能力较弱，面对老师提出的问题，只有较少学生能够用已学的知识经验解决问题[3]。本文依据建构主义理论，研究与探索如何更好地在高中数学教学中应用问题解决教学模式。

2. 建构主义理论与问题解决教学模式的概述

2.1. 建构主义理论的概述

建构主义学习观认为，学习不是由教师把知识简单地传递给学生，而是由学生自己主动构建的过程，是根据自己的经验背景对外部信息进行主动地选择、加工和处理，从而获得自己意义的过程。在这个过程中，学习者以原有的知识经验为基础，对新信息重新认识和编码，原有的知识经验因为新知识的进入而发生调整和改变，从而形成新的知识体系。建构主义教学观认为，教师是学习者意义建构的帮助者、合作者、促进者，教师应该从学生已有的知识经验出发，创设真实情境，通过操作、对话、协作等方式进行意义构建[4]，让学生通过自己的思维来学习。

2.2. 问题解决教学模式的概述

数学问题解决教学模式主要指的是教师在教学实践中根据某个问题组织学生学习的教学活动。教师通过引导、交流等方法向学生传授数学知识，学生通过操作、体验、感悟实现知识的再创造，提高自身的问题解决能力[5]。

问题解决教学模式以学生为教学主体，以教师为主导，师生共同确定问题解决的教学策略，其与建构主义倡导的教学方式一致。建构主义理论强调以“学生的学”为主体，学生主动建构知识。建构主义学习理论认为，学生的数学学习就是以已有的知识经验为基础主动建构的过程，是新知识与已有知识结

构相互作用形成新的知识结构的过程。在高中数学领域里，问题解决是指学生在面对数学问题时，运用数学知识来解决问题来分析问题和解决问题，而问题解决的结果是新的知识的建构。由此可知，数学问题解决也是一个建构的过程[6]。

3. 建构主义理论下问题解决教学模式的应用策略

3.1. 以问题为核心，创设问题情境

问题教学模式中，提出有质量的问题是关键。部分高中数学老师在课堂中采用了问题解决教学模式，但是没有掌握设问技巧，导致学生接收问题后低头沉默，回避回答问题，最后只能老师自问自答。因此，提出有质量的问题是关键。在高中数学课堂教学中，设计问题至少需要遵循以下原则：

1) 层次性

问题要具有层次性，教师在设计问题前，需要了解学生的知识基础，依据学生的实际情况，提出不同难度的问题，尽可能地让每一位学生参与问题解决过程。

2) 发展性

问题要具有发展性，依据最近发展区理论，教学应着眼于学生的最近发展区，为学生提供有难度但是难度适中的内容，开发潜能，调动学生的积极性。

3) 清晰性

问题的题意要清晰，从教学目标出发，立足于学习内容设置问题。这能够引导学生思考问题，探究新知，提高学生的课堂参与度。

3.2. 以学生为主体，鼓励学生探索问题

高中阶段教学任务重，每一堂课的教学内容多，数学教师往往为了更快地完成教学任务，在提出问题之后留给学生的思考时间并不多，这不利于学生知识结构的建构。建构主义理论强调，在教学过程中以学生为主体，教师为主导，教师要引导学生主动参与，独自探索。因此，在高中数学教学中应用问题解决教学模式时，教师要给予学生独立思考解决问题的空间，鼓励其自主探索，学生通过自己探索能够更扎实地掌握数学知识[7]。

3.3. 以小组为载体，组织学生合作交流

根据社会建构主义的观点，知识不仅受物理环境和个体之间相互作用的影响，还受社会的影响。随着社会交互的进行，知识结构也会发生变化。问题解决具有社会性特点，在适当的时候，以小组为单位，组织学生合作交流，倾听他人的看法、见解，启发彼此的智慧，获得对事物新的理解[8]。在这个过程中，学生对自己的思维方式也有了新的认识。

4. 建构主义理论下问题解决教学模式的具体应用过程

4.1. 基于建构主义理论的问题解决教学的实施模式

基于建构主义观对数学问题解决教学的认识，结合现代教育学、心理学以及教学实践，以及郑毓信、喻平、张奠宙等学者提出的数学问题解决的教学模式，构建出建构主义观下的数学问题解决的实施模式，如图 1 所示。

4.2. 基于建构主义理论的问题解决教学的案例设计

4.2.1. 创设情境，提出问题

问题情境：穷人向富人借钱。有一天，穷人急需用钱，于是想向富人借钱，第一天借 1 块钱，第二

天借 2 块钱，每天都比前一天多 1 块钱，连续借一个月(30 天)。富人同意了，但是要求穷人第一天还 1 分钱，第二天还 2 分钱，第三天还 4 分钱，每天还的钱都是前一天还的 2 倍，直到第 30 天。穷人听后犹豫了，到底能不能向富人借钱呢？

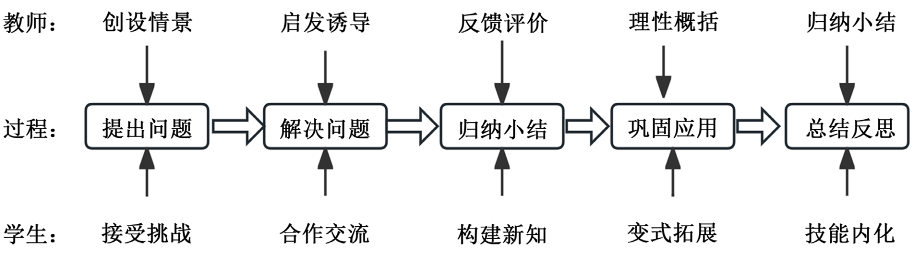

Figure 1. Flow chart of the teaching mode of mathematical problem solving
图 1. 数学问题解决教学模式流程图

师生互动：

师：穷人能否会向富人借钱呢？

教师提出问题后，预留时间让学生独自思考，然后与学生互动交流，引导学生得到解决问题的思路：列出借的钱和还的钱的表达式，计算结果，并其比较大小。

表达式为：

穷人借的钱：

$$T_{30}=1+2+3+\cdots+29+30.$$

穷人需还的钱：

$$S_{30}=1+2+4+\cdots+2^{29}.$$

师：穷人借的钱 T_{30} 如何计算？

学生利用上节课所学的内容等差数列的求和公式计算出穷人借钱的总和，得到：

$$T_{30}=1+2+3+\cdots+29+30=\frac{(1+30)\times 30}{2}=465.$$

师：那穷人还多少钱呢？

设计意图：教师采用了“穷人向富人借钱”的问题让学生复习等差数列求和运算，又引出了新课题——等比数列的前 n 项和，同时激发了学生的兴趣与求知欲。依据生活中的现实问题创设问题情境，符合建构主义理论下的教学原则。创设适宜的情境能引发学生探究原有认知结构与新发现，创设情境和提出问题是数学问题解决的开始，它对引导学生展开数学探究起着激发和思维导向作用。

4.2.2. 合作交流，解决问题

1) 学生独立思考，探究如何计算

$$S_{30}=1+2+4+\cdots+2^{29} \tag{1}$$

2) 合作交流，教师引导。

学生围绕问题发表自己的见解，从不同的角度提出对问题解决策略的建议与疑惑。

教师适度引导：如果将式子两边同时乘以 2 会是什么样子呢？

生：得到：

$$2S_{30}=2+4+\cdots+2^{30} \tag{2}$$

师：比较(1)和(2)可以发现什么呢？

学生经过老师引导，发现(1)和(2)中有许多相同项，试图将两式相减，发现可以消除掉相同项，最后得到

$$S_{30}=2^{30}-1=1073741824\text{分}\approx 1074\text{元}>465\text{元}$$

因此，穷人不能向富人借钱。

师：这种求和方法叫做错位相减法，但为什么要在(1)式的左右两边同时乘以 2，而不是其他的数呢？

生：因为 2 是该数列的公比，所以不能乘以其他数。

设计意图：依据建构主义学习理论，学习不是被动接受过程，而是主动建构过程。因此在这一环节分为两步，第一步学生独立思考，探索问题解决的方法，第二步交流探讨，教师引导。先让学生自主探索，当遇到困难时教师引导，既要尊重和肯定学生是学习和实践的主体地位，充分发挥了学生的积极性、主动性，又体现了教师的主导地位，发挥了教师促进者和帮助者的作用。

4.2.3. 反馈评价，归纳总结

探究二：下面将公式一般化，假设一个等比数列$\{a_n\}$，首项为a_1，公比为 q，你能类比刚才解决问题的方法来求其前 n 项和吗？

对等比数列前 n 项和公式的推导将 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$ 改写成：

$$S_n=a_1+a_1q+a_1q^2+\cdots+a_1q^{n-1} \tag{3}$$

$$qS_n=a_1q+a_1q^2+a_1q^3+\cdots+a_1q^n \tag{4}$$

(3)~(4)得$(1-q)S_n=a_1-a_1q$。

此时学生容易忽视 q 为 1 的情况，注意给学生纠错。

等比数列前 n 项和公式应 $S_n=\begin{cases} na_1, & q=1 \\ \dfrac{a_1-a_1q^n}{1-q}=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}, & q\neq 1 \end{cases}$。

师：等比数列前 n 项和公式的推导过程运用错位相减法，通过两边同时乘以一个数来构造相同项，之后两式相减以消项。对等比数列公式进行剖析，分 $q=1$ 和 $q\neq 1$ 两种情况，其次，该公式含有 5 个变量，知晓其中三个便可以求另外两个变量。

设计意图：在教师的指导下，让学生从一般到特殊，从已知到未知，步步深入，让学生根据自己的已有知识经验探究新知，推导等比数列公式，在推导过程中产生认知冲突、疑问。教师根据学生的反馈，进行评价或解疑，对不同解法归纳总结，促进学生对知识的理解与记忆，和新的认知结构的形成。

4.2.4. 巩固应用，变式拓展

1) 在等比数列$\{a_n\}$中：

a) 已知 $a_1=-2$，公比 $q=3$，求 S_8 的值。

b) 已知 $a_3=\dfrac{3}{2}$，$S_3=\dfrac{9}{2}$，求 q 和 a_1 的值。

2) 判断是非：

a) $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^n=\dfrac{1\times(1-2^n)}{1-2}$；

b) $1-2+4-8+\cdots+(-2)^{n-1}=\dfrac{1\times(1-2^n)}{1-2}$。

变式训练 $c^0+c^1+c^2+c^3+\cdots+c^{n-1}=\dfrac{1-c^n}{1-c}$，这一计算是否正确呢？

3) 求等比数列 $\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{8},\cdots$：

a) 求前 10 项的和；

b) 求第 5 项到第 10 项的和。

设计意图：变式是改变原问题的某部分而引出新的问题，拓展是将问题延申到新的或特殊的情形，引导学生深入探究，不仅可以促进学生对公式的认识和理解，形成新的认知结构，还可以培养学生迁移能力和数学思维。

4.2.5. 总结反思，技能内化

教师引导学生从知识、方法、思想三个方面进行总结，然后再加以补充、强调。

1) 等比数列的求和公式：$S_n=\begin{cases} na_1, & q=1 \\ \dfrac{a_1-a_1q^n}{1-q}=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}, & q\neq 1 \end{cases}$。

2) 等比数列求和公式的推导方法：错位相减法。

3) 数学思想：由一般到特殊，分类讨论，方程思想。

设计意图：总结反思是对问题解决过程进行回顾，归纳总结所学的数学知识与解题思想方法。引导学生自主归纳总结，加深对新的数学认知结构的认识与掌握，也充分体现学生在教学过程中的主体地位。

5. 结语

在中学数学教学中采用问题解决教学模式，可以激发学生兴趣，提高学生学习数学积极性；能够帮助学生构建完善的知识体系，培养其探究创新意识和能力。在课堂教学中，以问题为核心，创设问题情境，鼓励学生探索问题，组织学生合作交流，培养学生数学思维。随着数学问题解决教学在中学数学教学中的应用与实践研究，问题解决教学将会深切地影响着中学教学，不断优化高中数学教学结构，提高教学效益。

参考文献

[1] 普通高中数学课程标准(2017 年版)解读[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018.

[2] “建构学说”笔谈[J]. 数学教育学报, 1994(1): 9-14.

[3] 刘蕴莹. PBL 教学法在高中数学课堂教学中的实践研究[D]: [硕士学位论文]. 大连: 辽宁师范大学, 2023.

[4] 王亚轩, 杨亚强, 李星蓉. 基于建构主义理论的高中数学建模教学案例设计[J]. 数学教学通讯, 2021(12): 7-9+15.

[5] 胡云飞. 促进核心素养发展的问题解决教学——以“向量的概念及表示”为例[J]. 数学通报, 2022, 61(3): 18-21.

[6] 胡勇. 在问题解决中落实高中数学学科核心素养[J]. 数学教学通讯, 2022(30): 38-39.

[7] 王学济. “问题解决”模式下的初中数学教学研究[J]. 数理化解题研究, 2022(35): 71-73.

[8] 冯波. “问题解决”在高中数学中的实践与研究[D]: [硕士学位论文]. 徐州: 江苏师范大学, 2016.