

# 发现法与数学教学

刘璐

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2024年7月31日; 录用日期: 2024年8月30日; 发布日期: 2024年9月10日

## 摘要

数学发现是一个有意义的过程, 它是指教师不直接把现成的知识传授给学生, 而是引导学生根据教师和教材提供的课题, 资料让学生积极思考, 独立探究, 自行发现并掌握相应原理和理论的一种教学方法。数学发现的研究意义和价值, 主要是指它在教学实践中发挥着重要作用, 尤其对数学内容辩证性质的探讨, 更有利于进一步认识数学本质。本文将以教育心理学为基础阐述发现法及其在数学教学中的应用。

## 关键词

尝试法, 数学发现, 数学教学

# Discovery Methodology and Mathematics Teaching

Lu Liu

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Jul. 31<sup>st</sup>, 2024; accepted: Aug. 30<sup>th</sup>, 2024; published: Sep. 10<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

Mathematics discovery is a meaningful process. It refers to a teaching method in which teachers do not directly pass on ready-made knowledge to students, but guide students to actively think, independently explore, discover and master corresponding principles and theories according to the topics and materials provided by teachers and textbooks. The research significance and value of mathematical discovery mainly refers to its important role in teaching practice, especially the discussion on the dialectical nature of mathematical content, which is more conducive to further understanding the essence of mathematics. This paper will explain the discovery method and its application in mathematics teaching on the basis of educational psychology.

## Keywords

### A Trial Method, Mathematical Discovery, Mathematics Teaching

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 发现法的内涵

在这一认知学习的旅程中，学生不仅能感受到对“探索”知识的热情，还能增强完成任务的自信。这样的兴奋感与自信能够点燃学生学习的内部驱动力。布鲁纳表达了这样的观点：“探索涵盖了用自己的思维直接获取知识的所有方式。”通过发现法，我们可以更加准确和充分地理解教与学之间在发展过程中的矛盾关系。发现法也被称为探索法或研究法，教师在引导学生学习概念和原理的过程中，仅仅提供了一些事实(例)和问题，这是一种鼓励学生积极思考、独立探索、自我发现并掌握相关原理和结论的方法。其核心理念是以学生为中心，自主完成认知过程，也就是在教师的引导下，鼓励学生主动并自觉地进行探索；了解并处理问题的策略和流程；探究客观事物所具有的特性；探索事物发展的根源以及事物之间的内在联系，从中识别出其固有的规律，并据此构建自己的观念[1]。

## 2. 发现法应用原则

在中学的数学课堂上，不宜过分强调教师的引导作用而轻视学生主动学习的重要性。目前普遍的几个教学难点包括：首先，教师主导性过强，学生的主体性被边缘化。其次，学生解答和讨论虽然有之，但多出于被动，缺乏主导学习的情形，这样无法触发他们的积极情绪或展现自主精神。再者，教师对课堂的即兴应变能力不足，结果使得课堂活动走向程序化，未能充分发挥预期教学成效[2]。第三，教育过程往往被塑造成教师独自编排和扮演主角的一台戏，学生仅是被动参与的小角色。虽然近些年对于中学数学课堂的教学做了较多改进，如小组合作学习，通过教师设置的问题进行探讨，这些举措虽然使课堂氛围更加活跃，并取得了一部分成效。像启发式教学、探究学习、讨论式学习和合作学习等教育方式，倾向于通过活动让学生在处理数学问题时更主动和积极，但这些方法还在不断的试验和探索中，大多停留在理论层面或仅供指导参考。在目前的中学数学课程实施中，还缺乏一种成熟的教学体系，能够全面促进学生在提问、交流和解题过程中扮演核心角色。授课时，教育工作者应最大程度地让出学习的时刻和场地给予学生，让学生的学习之旅变为重新探索与创新的旅程，在亲身体验探寻、发觉以及革新的过程中，学生能够构建自身的知识体系，感受成就，树立自尊；并在主动投入学习的同时逐渐了解自我，发展协作精神和健全的心理品质。基于此，我开展了一项面向初中数学教室的“发现法”教学改革研究，旨在引领学生“翱翔于新的学术天空”。

### 2.1. 探索法亦称作“问题导向(法)”，主张通过自身去探究并解答

探究法亦称作“疑问法”，鼓励主动探寻与解答。作者对此理念进行了深化，手段为：在该教导方式之下，学生们需自行肩负起课前温习、启始课题、创设新课挑战以及归纳课程要点的任务，从而显露了他们在学习进程中不可或缺的中心作用。通过让学习者主持参加教学互动，不单唤起了学生的积极学习热情，也极力激发了他们积极性的自发展现[3]。集体合作的利用方略意图于激发学生的投入意识、协同技巧、竞争心态及交际能力，这与现代社会的教育目标相契合，并助力推动学生们的全方位成长。如

此的教室转型，将课室从教师的单向讲授变换为学生自主展现的舞台。采用探索式教学，应当构建数学学习环境，唤起学生的研究兴趣。

心理学家指出，紧张的学习环境可能会抑制学生智能的发展，而一个宽松愉快的学习氛围则有利于启迪学生的创造力[4]。在数学教学过程中，教师首要做到的是心怀每一位学生的爱意。在传授知识的时候，教师应以无比的专注和热忱去细致关照每个学生，保证学生能够感受到教师的信任与温情，这样可以引发情感的共鸣，减少师生心理上的距离。除此之外，教师还需要激发每个学生的积极性。上课时，尽量回避采用限制性的词汇如“不可以”“不许”“停止”等，反而应鼓励学生之间的自由沟通和争论，激发学生畅所欲言地分享自己的见解。教师应促进学生大胆实践、创新思维，激发他们探索的欲望，并在他们探究和学习的过程中，及时捕捉并赞赏学生的聪明才智与创意火花，肯定学生创新的成就，以培养其探寻未知和开创事业的精神[5]。最终，教师应全心接受每一位学生。在教学里，应营造一个舒适的互动环境，鼓励彼此间的个性尊重和接受，形成一个真正平等、自由的师生关系。在课堂上应实现“以情感人、用情感启迪智慧”，在这种积极的互动式氛围中，为学生提供广泛自我展示的空间，从而激发他们积极的思考和创新勇气。教育新政力主在数理课堂中培育独立、团队协作和研究的能力，通过设立分组协作的学习模式，打造一个和睦轻松的课堂环境，这样有益于提升学生的积极思维和自信发表见解，确保学生成为学习的中心；这也有益于增强学生的研究意识和团队合作能力。此外，这有助于培育学生识别和处理问题的技巧，从而使其能够适应未来社会生活与发展的要求。在课堂教学过程中营造小组合作的氛围，精选探究问题，创设竞争评价机制，方能使数学课堂小组合作学习更有效。

## 2.2. 在实施探究式学习时，应聚焦三大重点

实施此类教学模式，需遵循三项基本原则：首要任务是在常规课堂教学中营造“问题场景”，指点学生准确提出问题及其方式。教师在设定问题场景过程中，应该克制自己直截了当地帮助学生解答，而是应向学生演示如何逐步解答。继而，应利用学生自主提出的疑问，激励他们之间进行互相帮助和解答，促使学生在讨论的过程中自主探求和验证他们的假设，得到结论，教师在此过程中应避免过快确认或否定学生的设想。在执行“协作式教学”模式时，学生们被分配至不同小队以开展集体学习任务，其团队的展现作为评判获得奖赏或承认的标准。在此过程中，应促使每一位团队成员都发挥出他们的最大潜力，并设法防止因相互责备而使得学生们对学习丧失热情[6]。

## 2.3. 运用发现法应采取的措施

采纳探究式教学法时，应实施以下举措：① 提升教师个人能力，尤其是在组织和协调方面，通过加强培训来练就更高的素质；② 立足于新的教育标准，努力开阔教学视野，提升理念层面的认知；③ 定期与学生进行心灵交流，深化对他们的心理状态和性格特点的探讨；④ 培育学生阅读技巧，凸显理解性阅读在数学学习中的核心地位；⑤ 创建学生学习小组的激励体系，确立学生积极的合作态度和学习动力；⑥ 打造“问题资源库”，从教科书、生活实际、学生和其他老师提出的问题中汲取素材，逐渐进行问题的分类和总结归纳。

## 3. 发现法的课堂组织形式

### 3.1. 师生对话

教育过程中的师生互动实际上承袭了苏格拉底式的助产技巧，本质上是通过口语互问的形式来执行教育指导。此方式通常由教师针对学生现有的知识背景和认识框架，精心设计富有刺激思考的问题，并指导学生借助观察、分析、总结、对比、评估等一系列认知操作去探索和构筑新知。这种师生间的交流

往往在一个自由、尊重、公平的氛围下展开，既可是师生互谈，亦可是学生间互动；形式上既可对答如流，也可互相询问或共同探讨乃至辩论，但讨论的中心应聚焦于教学主题。这样的对话不仅助力学生思维的成长，增进师生之间的理解和信任，还能提升学生的语言表述及沟通技巧[7]。

### 3.2. 小组合作

在课堂教育活动中实施分小组合作学习，其中学生围绕数学问题以小团体形式进行探讨研究。教师需要在诸多小组间穿梭，提供指导，并帮助解决疑惑。在这种模式下，每个小组的成员齐心协力研究同一学题，过程中每位学生都能够分享个人观点并与其他同伴进行讨论，最终把各自想法整合成组内共识，并在班级范围内提出，通过集体交流找到准确答案。这种团队合作的授课方法不仅有助于提高学生的研究技巧与协同工作能力，也促进了他们批判性思维能力的进步，还为课堂学习增添了乐趣，激发了学生们对知识的渴望。

### 3.3. 动手实践

通过实际操作，即老师主导学生开展试验、嬉戏、见习等直接体验的教育方法，能促进积极融入课堂数学互动。这种以体验为本的数学教学活动，不仅全面激活学生的各种感觉，同时也助于激发其学习兴趣和全面参与，毫无疑问是极具价值的教学模式。不过，适合于此类教学方式的课程内容相对有限，因此，教师在教学时应当精心挑选，尽可能让学生自行完成那些适宜于实操的学习内容。

### 3.4. 自主探究

独立研习即为在课堂环境中，让学生自行阅读、独自思索、亲手实践及通过演练等手段，积极参与到数学任务中的一种教学模式。此种教育模式着重于学生的主导学习，讲师极少进行干预或完全不提供指引，这对于激励学生自立能力与创新思维极为有益。

## 4. 发现法的具体操作流程

揭示规律的详细执行步骤涵盖了构建疑问咨询、参与者的研究过程、互助的沟通往来以及对学习成果的回顾等诸多层面。

### 4.1. 创设问题情境

“怀疑是激发思维和学习的钥匙。”教育者在实现教学目标和迎合学生当前发展状态时，应精心选择与学生生活息息相关的内容，构建问题情境，以激起学生的探索欲望，进而引导他们主动思考。如人教版小学数学五年级上册“位置”，教师讲述一个趣味性故事：有一个旅行者在沙漠行走迷路了，他找不到要去的镇子。这时来了一位骑骆驼的商人，这个商人告诉旅行者，先向前走3千米，然后左转再走2千米就到了。此时商人和旅行者是面对面对话的，当时旅行者没有弄明白方向，结果按照商人说的走，还是没有找到要去的镇子。为什么会发生这样的事情呢？怎么确定具体的位置？学生开始对故事的内容和教师提出的问题思考，对位置的限制因素有了更全面的认识，并迅速找到了确定位置的方法，在主动探索的过程中新的认识。在这个教学案例中，教师以故事开篇，为学生思考问题生活化提供了范例。从学生具体表现可以看出，教师引导学生发现探索主动性。

### 4.2. 主体的探究活动

探索性学习的核心在于将学生作为学习过程的中心，在以发现为本的教学环节中，学生应通过独立研究与团体协作进行深入探寻。教育者的职责是确保学生有充裕的时间开展探究工作，激发他们的求知欲，促进他们主动发掘知识，并确保所有参与者都能积极参与到互动和讨论中。

### 4.3. 多向合作交流

学生们间的合作与互动不只是小组内部成员紧密协作的体现，也扩展到了不同小组的互相沟通；其范围之广，不单包含学生彼此之间，教师与学生的相互作用也在内。这样全方位的合作和互动不仅加深了学生对于问题的理解和挖掘，还促进了队伍凝聚力的提升以及学生与教师情感纽带的形成。如：甲乙丙三位同学，相约一起阅读一本书，一个月后，甲同学看了  $1/2$ ，乙同学看了  $2/4$ ，丙同学读了  $6/12$ ，请问谁看的最多？为什么？学生开始展开合作交流，得出结论，三位同学阅读了这部书的一半。分数的意义这节课的本质，分数的分子分母同时扩大或者缩小多少倍，结果不变。

### 4.4. 学习效果反馈

首先，作为教育者，应对学生在独立探索、亲身操作以及团队沟通方面的努力进行积极肯定和激励，并提供即时的评议与回馈。在学生能够自行解决的问题上，教师应予以肯定性的评价；对于学生难以理解的内容，则需施以引导和提示，教师的这些指导旨在关键时刻提供决定性的帮助。继而，教师还需提出既具层次性又具区分性的问题，以此来评估学生对新发现知识的掌握程度，及其如何应用这些规律或结论解决现实问题的能力。如：在学习完三角函数之后，让学生自己总结三角函数的象限规律。

## 5. 发现法的课堂教学评价

在不同的历史阶段，各式各样的教学理念催生了各异的教学评估框架。《基础教育课程改革纲要(试行)》明确指出，应当转变国内教学评价过渡注重成果的传统做法，而是应倡导以激励为导向的评价方式，这种方式应当有益于激励学生的全面成长及推动教师教育方式的优化，并且要对评价对象的人格予以尊重。在探索性教学评价方面，我们支持采纳更为开放的评价方法和重视学生主体性的评价策略[8]。

### 5.1. 发展性教学评价

兴起于 20 世纪 80 年代的发展性教学评价模式，区别于经典的选拔型与终结型教学评价方式。此评价体系更注重学生的学习历程及评价主体的成长潜力，标志着形成性评价的进阶与扩展。发展性教学评价主要特征体现在：

- 1) 突出推动被评估者进步与成长。成长型教育评估从被评估者既有的水平和当前状态出发，着重其在已有基础上的提升和进展。
- 2) 倡导对评价对象人格的尊重。
- 3) 强调评价方式的多样化和评价的综合性。
- 4) 鼓励评估主体多样性。成长型教学评估主张构建一个多方位的评价机制，其中教师、学生、家庭、管理人员以及社会环境齐头并进、互为影响。

### 5.2. 主体性教学评价

基于多元智力理念发展而来的主体性教育评估体系，同样重视评估的多样化属性。其具体特征表现在：主体性课堂评估凸显了对多种评价主体的重视。这种评估模式提倡在进行评估工作时兼顾教师及学生的双方视角，强调肯定与尊崇教师和学生的独立地位，并且着重于两者之间的相互作用及沟通，其重点是对参与各方活动进程的持续性评估。

评估标准多样性。传统教学模式往往仅以考试成绩单一，判断学生教师能力及教学成效。而忽视了学习过程本身。对师生互动过程中展现的思维，情感，态度念进行深入评估。以学生为中心的教学评估，注重于人文关怀，强调对于过程中涉及的个人思想，情感，态度价值取向差异的重视与尊重。评估方法

的丰富多样。以学生主导的教学评估注重采取多种评估手段对教学参与者进行评价，以激励其参与积极性。评估形式不仅包括传统的书面考试和定量考评，还应考虑加入自我审视、团队评议、学业成果展示、论辩交流等多种评估机制。

依据前述两个教室授课评估的观点，出于对学生主观能动性和个性尊严的肯定，在高级中学数学课程中主要应用行动调查和个案分析的教学研究方法，避免采用和对照组进行的实证研究。评估课堂教学效果亦不易量化，仅能在教学实施过程中不停优化教学策略，以期获得最佳的教育成效。

## 6. 研究总结与反思

探究式教学通常要依赖于学生拥有必要的知识储备和有序的思维框架。仅当学生拥有这两种条件时，他们才有可能在老师的点拨与辅导之下，进行独立的探索和学习。面对那些基础较弱的学生，使用探究式教学会遇到一些障碍，有时甚至导致课程结束后学生没有获取新的知识点，从而致使教学目标未能实现。缺乏扎实基础的学生往往无法适应从已知知识到新知识的转移学习过程，他们更迫切地需要加强基础知识的学习。这也就要求年轻教师应该兼顾。

“在自主探究和小组互动学习之后，探索发现式教育成为了新的以学生为中心的教学理念和策略。此方法促使学生通过研读教科书识别未知知识、挖掘潜在问题、创造性地思考解决方案以及掌握数学原理，并着重指出了学生易于疏忽的知识点。通过这种方式，学生对新知识的把握更为积极主动，因为他们对自行发现的内容印象深刻，这对他们深化认识所学内容极为关键，为他们打开了一个获取知识的新途径。不时，这样的学习方式还会激发学生类似数学家的创造性思维，提出一些新颖独特的数学难题。同时，此法还能激励学生对数学的学习热情，显著增进课堂教学效果。”发现法的课堂组织形式授课过程是一项纷繁复杂的活动，其背后融合了系统学、信息科学、控制论、心理学、教育理论与管理学等领域的根本概念。在采纳探索型学习方式时，教师不只是关心学生对于结论性知识的掌握，更侧重于学生如何构建对学习流程的认识，并激励学生积极参与到富有创造力的研究过程当中。使用探索法进行的课程布局主要包括教师与学生的互动对话、小组协作学习、动手操作实验以及独立进行探究等四类方式，这些不同的教学形态可以在同一课时，乃至课堂上的同一学习阶段内相互融合使用。

## 参考文献

- [1] 丁玉梅, 王霞. 发现学习理论在高等数学教学中的实践研究[J]. 中国轻工教育, 2017(2): 66-68+86.
- [2] 给孩子一双“慧发现”的眼睛——无锡市新吴区旺庄实验小学[J]. 中小学课堂教学研究, 2023(12): 2.
- [3] 缪颖. “双减”背景下小学数学自主学习策略研究[J]. 小学生(中旬刊), 2023(12): 10-12.
- [4] 董亭亭, 孙静, 徐晓晗. 积极心理学视域下的大学生挫折心理反应及对策探析[J]. 社会科学前沿, 2021, 10(9): 2429-2434. <https://doi.org/10.12677/ass.2021.109337>
- [5] 强鑫. “生活即教育”思想在小学数学教学中的应用与实践[J]. 小学生(中旬刊), 2023(12): 94-96.
- [6] 周媛菲. 小学数学教学融合教育游戏的探究[J]. 小学生(中旬刊), 2023(12): 103-105.
- [7] 位刚, 刘迎洲, 虞文丽, 杨小锋, 李祯. 引导发现法在“微分的定义”教学中的应用[J]. 教育教学论坛, 2020(16): 286-287.
- [8] 胡军. 如何培养学生学习数学的兴趣[J]. 科学大众(科学教育), 2018(9): 13.