

中考数学试题中函数部分的SOLO思维层次研究 ——以2022~2024年苏州卷为例

陈 峥

苏州科技大学数学科学学院, 江苏 苏州

收稿日期: 2024年12月13日; 录用日期: 2025年1月14日; 发布日期: 2025年1月22日

摘 要

SOLO分类理论将思维结构分为从低到高5个层次, 是一种可视化的思维水平评价理论, 为研究数学试题提供了一种全新的视角。本文以SOLO分类理论为主要研究方法, 以2022~2024年苏州市中考数学试卷中的函数部分研究对象, 从不同维度对三套试卷进行分析, 从教师教及学生学习两方面提出一些思考。

关键词

SOLO分类理论, 思维层次, 函数, 试题研究

Study on SOLO Thinking Level in the Function Part in the Middle School Mathematics Examination

—Taking the 2022~2024 Suzhou Volume as an Example

Zheng Chen

School of Mathematical Sciences, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou Jiangsu

Received: Dec. 13th, 2024; accepted: Jan. 14th, 2025; published: Jan. 22nd, 2025

Abstract

SOLO classification theory divides the thinking structure into 5 levels from low to high. It is a visual theory of thinking level evaluation, which provides a new perspective for the study of mathematical test questions. This paper takes SOLO classification theory as the main research method, and takes the function objects of the mathematics paper of Suzhou high school entrance examination in

2022~2024 to analyze three sets of papers from different dimensions, and puts forward some thoughts from the two aspects of teachers' teaching and students' learning.

Keywords

SOLO Classification Theory, Thinking Level, Function, Test Questions Research

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022)版》(以下简称《课标》)指出:各课程标准针对“内容要求”提出“学业要求”“教学提示”,注重实现“教-学-评”一致性[1]。评价作为其中的一环,而试题编制作为评价的一环,其考查内容应当与课程标准所规定的内容相一致,能够反映出学生的思维水平。

初中学业水平考试(简称“中考”),是义务教育阶段的一次最终检测,引起了社会的广泛关注。函数作为描述物体变化规律的模型,与物理、化学中也有着千丝万缕的联系,各地区考查重点。多年来,函数试题因难度大、比重高,遭受不少中考学子的“吐槽”。为此,基于 SOLO 分类理论对 2022~2024 年苏州市三套数学中考试卷进行分析,探究到底考查函数哪些内容?是否出现“超纲题”?究竟“难”在哪里?以期今后的函数教学提供一些参考,也为接下来备战中考的学子们打上一剂“定心针”。

2. 研究设计

2.1. 研究对象

以 2022~2024 年苏州市中考数学试卷作为研究对象。其理由如下:三套试卷结构完整均为 8 道单选题(24 分),8 道填空题(24 分),11 道解答题(82 分),共计 130 分;此外,由于苏州地处江南,经济发达,教育资源相对丰富,往往在试卷的编制上具有一定的引领和示范作用。

2.2. 研究工具

SOLO 分类理论,由澳大利亚心理学教授彼格斯发现,是一种来描述思维结构发展过程的理论,它将学生学习过程中所呈现的思维结构水平由低到高分 5 个层次,依次是:前结构层次、单点结构层次、多点结构层次、关联结构层次、抽象拓展结构层次。相较于其他的认知发展理论,该理论是以等级描述为特征的质性评价方法。因此,本文基于 SOLO 分类理论结构模型,对上述研究对象进行分析比较。

2.3. 试题 SOLO 层次

SOLO 分类理论包含前结构、单点结构、多点结构、关联结构以及抽象拓展结构。由于处于前结构思维水平的学生不清楚问题考查的目的,思维逻辑混乱,无法正确对问题进行解答,不符合评价学生学业水平的标准。因此,对该结构层次不予考虑。

依据彼格斯教授的 SOLO 分类理论以及数学解题的特点,编制出以下试题划分的量表,如表 1 所示。

2.4. 试题内容层次

《标准》规定函数为数与代数板块中的一部分,要求学生理解函数的概念,掌握一次函数、二次函

数、反比例函数及其表达式、图像、增减性以及实际应用。依据函数部分内容要求以及综合考查各套试题，将函数试题内容划分为函数基本型、函数代数型、函数几何型、函数应用型，如表 2 所示。

Table 1. SOLO hierarchy division of the test questions
表 1. 试题 SOLO 层次划分

SOLO 思维水平	思维特点	涉及 知识点	解决问题的能力	试题难易程度
单点结构(U 水平)	运用单个知识点就能够正确回答问题	1 个	低(问题情境简单、熟悉)	简单题
多点结构(M 水平)	运用多个知识点就能够正确回答问题，且知识点之间相互独立	2 个及以上	中(问题情境简单、熟悉)	基础题
关联结构(R 水平)	运用多个知识点正确回答问题，知识点之间相互联系，要求从整体上把握问题	3 个及以上	高(问题情境相对复杂，不熟悉)	中档题
抽象拓展结构(E 水平)	经历猜想、归纳、类比、演绎等思维过程，将已有信息与涉及知识点相联系，创造性地解决问题	3 个及以上	最高(问题情境复杂、新颖，无法很快获得思路)	难题

Table 2. Content hierarchy division of the test questions
表 2. 试题内容层次划分

类型	具体内容
函数基本型	知识点涉及函数的概念、图像、增减性、最值
函数代数型	知识点涉及代数式、方程、不等式相结合
函数几何型	知识点涉及图形的性质、图形的变化相结合
函数应用型	利用函数相关知识点，解决实际问题
函数综合型	以函数为大背景，涉及动点、最值等问题，综合性更强

2.5. 试题划分

基于上述试题 SOLO 层次划分标准以及课标内容层次划分标准，对三套试卷各题进行划分，以下是具体操作步骤：

1) 判断该题所属类型，若该题考查函数的概念，则属于函数基本型(若该题所涉及内容对应两个或多个类型，为方便研究，则以考查知识点最多，考查力度最广或者考虑该题的大背景进行内容层次划分)。

2) 判断该题的 SOLO 层次，若该题对应多点结构，应该编码 M。

以下选取各套试题中的典型例题，并阐述其编码的具体流程。

例题 1 (2023 年卷第 14 题，3 分)

已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点(1, 3)和(-1, 2)，则 $k^2 - b^2 =$ _____。

试题分析：该题主要考查用待定系数法求一次函数解析式，求解过程涉及二元一次方程组，通过求解出 k 、 b 的值，从而代入求解，属于函数基本型，问题情境熟悉且涉及多个知识点且知识点之间相互独立，属于 SOLO 层次水平中的 M 水平。

例题 2 (2024 年卷第 7 题，3 分)

如图 1，点 A 为反比例函数 $y = -\frac{1}{x} (x < 0)$ 图像上的一点，连接 AO，过点 O 作 AO 的垂线与反比例函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图像交于点 B，则 $\frac{AO}{BO}$ 的值为_____。

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

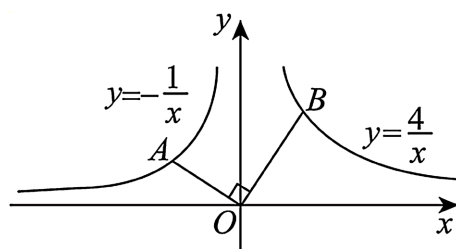


Figure 1. Question 7, Volume 2024

图 1. 2024 年卷第 7 题

试题分析：本题主要考查反比例函数图像上点的坐标特征，结合反比例函数系数 k 的几何意义，利用三角形相似的判定和性质，数形结合是解题的关键。本题属于函数几何型，知识点相互关联，涉及多个知识点，属于 SOLO 层次水平中的 R 水平，因此该题编码为 3-R。

例题 3 (2023 年卷第 27 题，10 分)

如图 2，二次函数 $y = x^2 - 6x + 8$ 的图像与 x 轴分别交于点 A , B (点 A 在点 B 的左侧)，直线 l 是对称轴，点 P 在函数图像上，其横坐标大于 4，连接 PA , PB ，过点 P 作 $PM \perp l$ ，垂足为 M ，以点 M 为圆心，作半径为 r 的圆， PT 与 $\odot M$ 相切，切点为 T 。

(1) 求点 A , B 的坐标；

(2) 若以 $\odot M$ 的切线长 PT 为边长的正方形的面积与 $\triangle PAB$ 的面积相等，且 $\odot M$ 不经过点 $(3, 2)$ ，求 PM 长的取值范围。

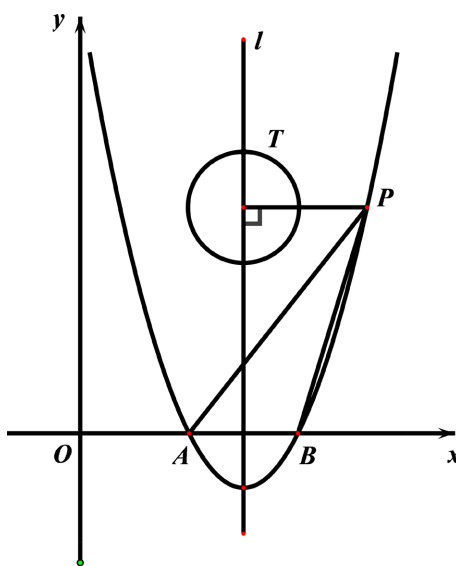


Figure 2. Question 27, Volume 2023

图 2. 2023 年卷第 27 题

试题分析：第(1)问求函数与 x 轴交点坐标，问题情境熟悉，属于 SOLO 层次水平中的 M 水平，属于函数概念型试题。第(2)问根据正方形与三角形面积相等，从而求解出圆的半径，假设圆经过点 $(3, 2)$ ，求出此时 PM 长，由此得出当圆不经过点 $(3, 2)$ 时， PM 长的取值范围。问题情境陌生，且涉及知识点多，需

综合所学知识，有一定创造性思维，方能正确解答。属于 SOLO 层次水平中的 E 水平，属于函数综合型试题。

例题 4 (2022 年卷第 25 题(2)，7 分)

某水果店经销甲、乙两种水果，已知甲种水果的进价为每千克 12 元，乙种水果的进价为每千克 20 元。销售完前两次购进的水果后，该水果店决定回馈顾客，开展促销活动。第三次购进甲、乙两种水果共 200 千克，且投入的资金不超过 3360 元。将其中的 m 千克甲种水果和 $3m$ 千克乙种水果按进价销售，剩余的甲种水果以每千克 17 元、乙种水果以每千克 30 元的价格销售。若第三次购进的 200 千克水果全部售出后，获得的最大利润不低于 800 元，求正整数 m 的最大值。

试题分析：该题主要考查一次函数的应用，根据题意列出一元一次不等式并构造函数解析式，利用函数性质并根据自变量的范围求出最值。显然，本题属于函数应用型，题型相对新颖，学生需根据题意列式求解，知识点之间相互关联，属于 SOLO 层次水平中的 R 水平。

3. 试题层次分布

依据上述的编码步骤，表 3 为 2022~2024 年苏州卷试题 SOLO 层次划分及题型所对应分值汇总。

Table 3. Summary of SOLO hierarchy division and corresponding scores of Suzhou paper questions from 2022 to 2024
表 3. 2022~2024 年苏州卷试题 SOLO 层次划分及题型所对应分值汇总

	2022 卷					2023 卷					2024 卷				
	U	M	R	E	总计	U	M	R	E	总计	U	M	R	E	总计
函数基本型	0	6	0	0	6	0	4	0	0	4	0	4	3	0	7
函数代数型	0	0	0	0	0	0	5	0	0	5	0	2	0	0	2
函数几何型	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	0	0	6	0	6
函数应用型	0	0	10	0	10	0	0	6	0	6	0	0	4	0	4
函数综合型	0	0	6	9	15	0	0	6	8	14	0	0	6	8	14
总计	0	6	16	9	31	0	9	15	8	32	0	6	19	8	33

总的来看，各套试题中函数题目均涉及不同的 SOLO 层次水平，均涉及不同类型，但所占比重各不相同。为此，将对三套试卷各方面进行分析。

4. 结果分析

4.1. 三套试卷的 SOLO 层次分析

基于表 3，绘制出试题 SOLO 层次分值统计柱状图如图 3 所示。

由图 3 可知：三套试卷函数部分均只涉及多点结构、关联、抽象拓展结构，未出单点结构题型。三套试卷函数部分整体在 SOLO 分布趋势上大致相同，关联结构试题考查最多，考查分值均在 15 分及以上，对于多点结构以及抽象拓展结构的考查基本持平，考查分值在 6~9 分之间。

由此可见：苏州卷函数试题并非只考查单个知识点，每道题目都涉及多个知识点。既考查学生简单情境下对知识点的掌握程度，又着重考查学生整体观念以及推理意识。因此，想要在函数板块取得不错的成绩，学生需具有较强的数学思维水平，能够对试题进行整体把握，即使在复杂、新颖的问题情境下，也能运用所学知识点，借助一定的思维方式灵活解题。

4.2. 三套试卷的题型分析

基于表 3，绘制出各题型分值统计柱状图如图 4 所示。

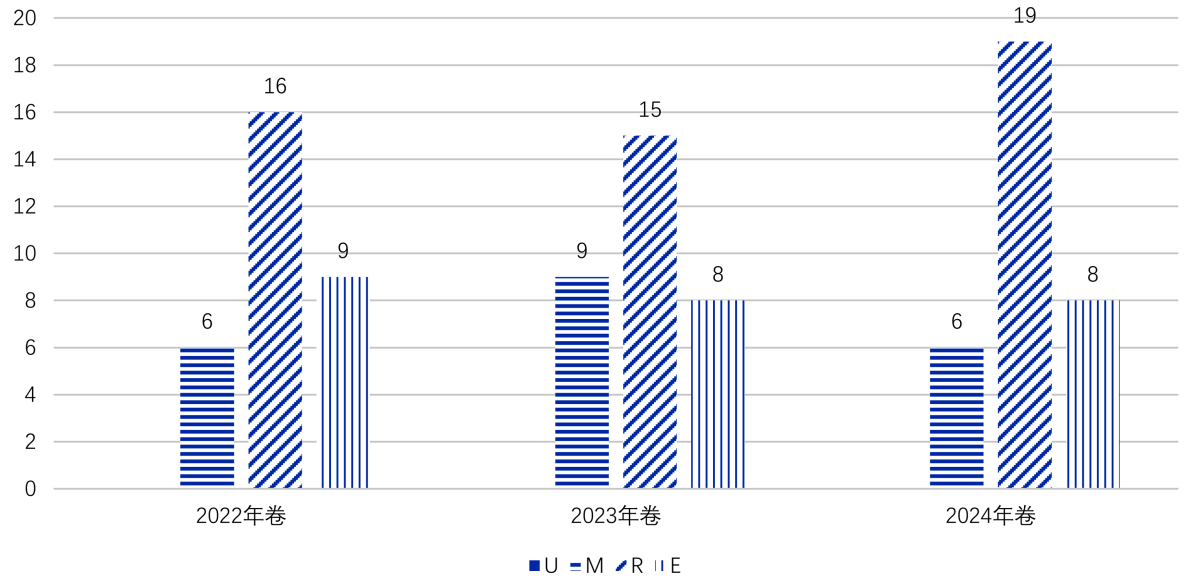


Figure 3. The SOLO level score statistics of the test questions
图 3. 试题 SOLO 层次分值统计

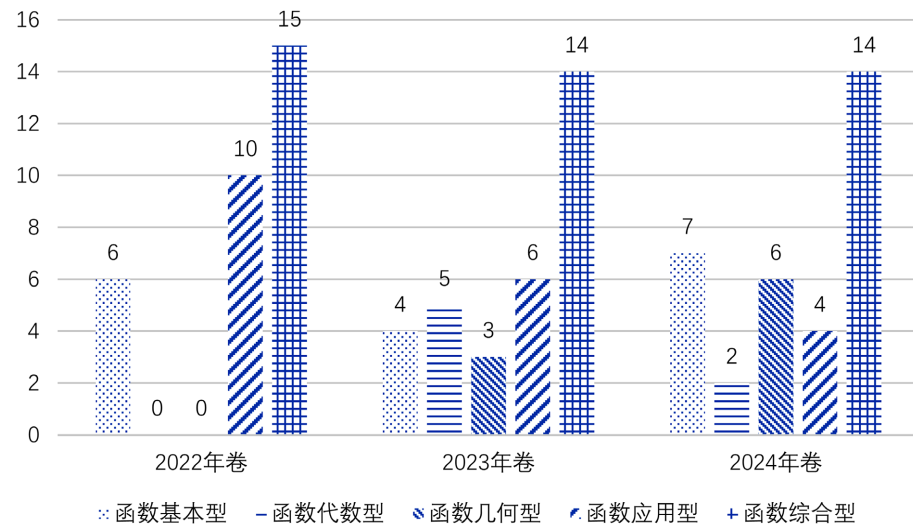


Figure 4. Statistics of the scores of each question type
图 4. 各题型分值统计

由图 4 可知：三套试卷除 2022 年卷以外，五大题型均有涉及。函数综合型考查比重最大，考查分值约 15 分。函数基本型与函数应用型三套试题也均有考查。函数几何型与函数代数型考查比重相对不大。由此可见：1) 苏州卷着重于将函数与其他板块、函数与函数内部知识点相关联，注重考查学生函数知识的系统性。2) 苏州卷重视函数的基本概念，注重考查学生对函数知识的本质认识。3) 苏州卷将函数与实际生活相结合，注重考查学生函数知识的运用。此外，苏州卷函数各题型涉及知识点与《标准》的内容要求一一对应，因此，并未出现超纲知识点。

4.3. 三套试卷的二维评价分析

为了比较研究试题在不同题型考查的思维层次水平，参照艾琿琰、周莹研究试题思维层次整体水平的方法[2]，用 1 表示单点结构，用 2 表示多点结构，用 3 表示关联结构，用 4 表示抽象拓展结构，根据公式：

$$S = A \times 1 + B \times 2 + C \times 3 + D \times 4$$

(其中 A、B、C、D 是各题型所对应的思维层次占该题型总分值的百分比)。

计算出各题型以及总体的 S 值，如图 5、表 4 所示。

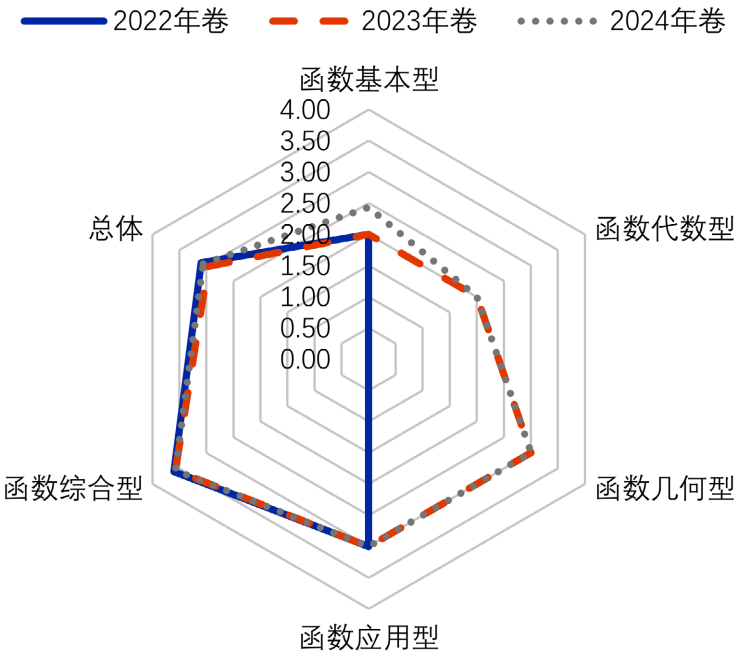


Figure 5. Radar diagram of thinking hierarchy in 2022~2024 of the test questions
图 5. 2022~2024 年试题思维层次雷达图

Table 4. SOLO thinking level (S-value) scale for each question type
表 4. 各题型 SOLO 思维层次(S 值)量表

题型	2022 年卷	2023 年卷	2024 年卷
函数基本型	2.00	2.00	2.43
函数代数型	0.00	2.00	2.00
函数几何型	0.00	3.00	3.00
函数应用型	3.00	3.00	3.00
函数综合型	3.60	3.57	3.57
总体	3.10	2.97	3.06

从图 5、表 4 可知：从总体思维层次来看，三套试卷思维层次相差不大，S 值约为 3.00 关联结构。表明苏州卷函数部分对学生思维水平要求较高。从各题型来看，三套试卷对 5 大题型思维层次考查力度大致为：函数综合型 > 函数应用型 > 函数几何型 > 函数基本型 > 函数代数型。

(1) 苏州卷中函数综合型试题考查力度最大, S 值高于 3.50, 处于关联结构与抽象拓展结构之间。可见函数综合型试题更加倾向于学生的高阶的思维水平, 更加依靠学生在较复杂情境下, 抓住题干中有效信息, 联系相关知识点解题, 甚至还借助猜想、归纳、推理等思维方式, 创造性地解决问题, 对学生思维水平要求很高。

(2) 2022~2024 年苏州卷函数基本型试题 S 值分别为 2.00、2.00、2.43, 处于低阶关联水平。考查学生对一次函数、二次函数、反比例函数的概念、性质、图像的掌握程度。要求学生能够理解函数的本质, 对学生思维水平要求不高。

(3) 2022~2024 苏州卷函数应用型试题的 S 值均为 3.00, 处于关联水平。考查学生根据实际情境, 利用函数的观点, 建立变量之间的关系, 解决问题。此外, 由于不同的状态有不同的规律, 这不得不要求在解题时, 以实际问题为背景, 对物体的变化规律了如指掌, 对问题考虑全面。因此, 学生想要正确回答此类问题并非易事, 需要学生一定的数学思维水平。

(4) 由于 2022 年苏州卷未单独考查函数与代数、函数与几何结合的题型, 因此该 2022 年卷函数代数型、函数几何型 S 值均为 0。2023~2024 年函数代数型试题的 S 值均为 2.00, 处于多点水平。函数几何型试题的 S 值均为 3.00, 处于关联水平。纵观三年试卷, 函数代数型与函数几何型试题考查比重相对较小, 函数代数型对学生思维水平要求不高, 函数几何型对学生思维水平要求较高。

5. 一些总结与思考

总的来说, 苏州卷函数试题要求学生有较高的思维水平, 对相关知识点的考查也比较综合、全面。因此, 彻底攻破函数也并非易事。基于以上研究分析, 针对苏州卷的函数特点以及中学数学函数教学中的现状, 就教师教学以及学生学习, 提出一些浅薄的思考, 以期提高教学质量。

5.1. 教师教学

5.1.1. 组建联系, 加强结构教学

苏州卷函数关联结构试题占比非常大, 这意味着学生应将数学知识有机联系起来。函数知识不是孤立的“点”, 而是围绕核心概念、思想建构起相互关联的“整体”。

第一, 要对函数要有更加深刻的认识, 将大量的感性材料去粗取精、去伪存真, 抓住数学对象本质。例如, 在学习一次函数以及反比例函数最值时, 如果给定一个自变量的取值区间, 学生往往将区间两个端点代入求最大值与最小值, 从而在进行二次函数求最值时, 不少学生也直接“暴力代值”, 缺乏对二次函数增减性的深入思考, 这不得不要求教师强调二次函数图像的本质。第二, 在深刻性的基础上, 教师应善于用联系和变化的视角看待函数内部以及函数与其他内容之间的关系, 在解决几何问题、代数问题引导学生联想到函数, 进行结构化教学, 做到“向上概括、向下具体、横向类比”。尤其在备战中考过程中, 教师应以“大单元”观念统摄整个数学课堂, 通过复习课, 完成对知识点的复习、完善、消化, 从而构建章节知识体系, 有助于实现学生思维由多点结构向关联结构转变。

5.1.2. 渗透思想, 落实核心素养

苏州卷大多数题型与其说考查学生函数知识的掌握, 不如说考查学生对数学思想的认识。数学思想是自然而平和的, 是能够揭示问题本质的, 是将知识转化为能力的桥梁, 从而实现学生数学可持续发展。函数思想作为初中数学中的重要思想, 其主要是以运动和变化的观点, 去分析、研究问题中的数量关系, 建立函数模型, 利用函数的图像与性质转化问题、解决问题。

数学问题中的许多背景素材, 都与生活密切相关, 在实践中发现数学问题, 运用数学模型有效剖析问题, 是在解决数学问题时所运用的一般性思路。因此, 教师应将渗透数学思想成为提升学生数学核心

素养的有意识行为。在开展教学活动时,教师要认识到建模思想的重要性,设置合理的问题,引导学生深入探究,理解其中的内涵。借助大量的感性认识,逐渐培养学生理性思维,发展数学核心素养,用数学的眼光思考、观察现实世界。

5.1.3. 融入情境,彰显人文底蕴

教育部在《关于加强初中学业水平考试命题工作的意见》中强调发挥考试命题引导教育教学作用,要注重引导学校落实德智体美劳全面培养的教育体系,引导教师积极探索基于情境、问题导向、深度思维、高度参与的教育教学模式[3]。苏州卷偏于将函数与实际情境、传统文化结合考查,较常规的数学题,融入数学文化的试题题干长、语言晦涩难懂,问题情境复杂,导致解题的难度也在增加,学生需要具备一定文化常识以及知识底蕴才能更好读懂题干、解决问题。

数学教育本质上就是数学文化的教育[4],数学教学不能仅仅停留在数学题目的“海洋里”,还应关注学生的感受和体验,关注学生情感、态度和价值观的形成与发展。教师要不断学习、培训,在丰富自身专业知识的同时,要开拓视野,丰富自身的知识储备,要关注、分析、研究中考试题中数学文化的命题趋势,从而在课堂中用适当的方式呈现相关情境,发挥数学的应用价值,在传授知识之余,引入数学文化,不仅仅能够彰显数学的人文魅力,而且是一种思想、文化、价值上的传播与继承。

5.2. 学生学习

5.2.1. 重视基础,筑牢根基

从试题的思维层次上来看,函数试题要求学生具有中、高阶思维水平,试题也属于中、高难度的。然而,函数题型的深化,是循序渐进的,无论是函数应用题,还是函数综合题,无不要对函数基本概念有着更深刻、更全面的认识。函数的基本知识主要是《标准》中所规定的知识点;函数学习的基本技能包括运算技能、推理技能、识图技能。如果学生函数基本知识不扎实,函数基本技能欠缺,那么在后续的数学思维活动中寸步难行,更不必说实现低阶思维向高阶思维的跃迁,正所谓“基础不牢,地动山摇”。

因此,学生在函数学习过程中切勿好高骛远,须脚踏实地,打牢基础,养成良好的数学学习习惯,从教材中基本例题出发,通过变式,逐渐加深题目的难度,从而更好理解与巩固知识点,更深入地把握数学的本质。同时,建立错题本,记录并经常复习做错题目,有助于避免重复犯错。

5.2.2. 适度练习,形成技能

数学批判性思维是数学学习中的关键思维,建立在思维的深刻性之上,在知识系统化的过程中表现出来。目前,学生中会出现两个极端:一是盲目刷题,只追求“量”而非“质”,追求题海战术,只注重外部的操作性活动而忽略有意识的元认知思维[5],如果同一类型的题目再次出现,该类学生仍可能出错。二是杜绝练习,只追求一时的理解。一旦有了解题思路,只注重头脑中的思维活动而忽略外部的操作性活动,这类学生往往在解决问题时缺乏思维的敏捷性,无法迅速锁定知识点,导致做题速度慢。

函数知识千变万化,各类题型更是数不胜数。因此,学生需具有批判性思维,为巩固知识,并不反对多练,但也不能盲目练习,练习的多少应该视自身实际情况而定。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2022: 3-7.
- [2] 艾琿琰, 周莹. 基于 SOLO 分类理论的高考数学试题思维层次分析——以 2016 年全国卷(理科)为例[J]. 教育测量与评价, 2017(5): 58-64.
- [3] 中华人民共和国教育部. 教育部关于加强初中学业水平考试命题工作的意见(教基〔2019〕15号)[EB/OL].

http://www.moe.gov.cn/srcsite/A06/s3321/201911/t20191128_409951.html, 2019-11-22.

- [4] 王富英, 马岷兴. 数学文化教育及其结构[J]. 数学通报, 2008, 47(7): 6-10.
- [5] 曹才翰, 章建跃. 中学数学教学概论[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012.