

# 基于OBE理念的实变函数翻转课堂教学创新与实践

夏莉<sup>1\*</sup>, 孙红英<sup>2</sup>, 曾姿<sup>1</sup>

<sup>1</sup>广东财经大学统计与数学学院, 广东 广州

<sup>2</sup>广东财经大学经济学院, 广东 广州

收稿日期: 2025年1月20日; 录用日期: 2025年2月20日; 发布日期: 2025年2月27日

## 摘要

基于实变函数“抽象、难学”的课程特点, 采用基于OBE (Outcome-Based Education)理念和翻转课堂的同步异步相融合的混合教学模式, 运用“引导式情境教学”“比喻通感教学”等多种教学手段进行课堂教学, 并将课程思政元素融入其中; 在课堂教学中通过设置“课堂专项研讨”“学生讲授”“课堂练习”“阶段测验”“课堂提问”“作业与考勤”六个板块作为平时课程的过程性考核, 同时通过线上线下师生交流、学生网评及测验、督导同行听课等方式进行反馈, 以达到强化实变函数课程教学过程管理, 合理考核学生成绩, 使学生变被动学习为主动学习, 使实变函数课程相对易学, 易于理解。

## 关键词

实变函数, 教学创新, 过程性考核

# Innovation and Practice of Real Variable Function Flipped Classroom Teaching Based on OBE Concept

Li Xia<sup>1\*</sup>, Hongying Sun<sup>2</sup>, Zi Zeng<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Statistics and Mathematics, Guangdong University of Finance and Economics, Guangzhou Guangdong

<sup>2</sup>School of Economics, Guangdong University of Finance and Economics, Guangzhou Guangdong

Received: Jan. 20<sup>th</sup>, 2025; accepted: Feb. 20<sup>th</sup>, 2025; published: Feb. 27<sup>th</sup>, 2025

\*通讯作者。

文章引用: 夏莉, 孙红英, 曾姿. 基于 OBE 理念的实变函数翻转课堂教学创新与实践[J]. 教育进展, 2025, 15(2): 1008-1015. DOI: 10.12677/ae.2025.152339

## Abstract

This article is based on the characteristics of “abstract and difficult to learn” for real variable functions. It adopts a hybrid teaching mode that combines OBE (Outcome-Based Education) concept and flipped classroom synchronous and asynchronous teaching. Multiple teaching methods such as “guided situational teaching” and “metaphorical synesthesia teaching” are used for classroom teaching, and ideological and political elements of the course are integrated into it. In classroom teaching, setting up “classroom special discussions”, “student lectures”, “classroom exercises”, “stage tests”, “classroom questioning”, “homework and attendance” are developed as process assessments for regular courses. At the same time, feedback is provided through online and offline teacher-student communication, student online evaluation and testing, and peer supervision to strengthen the management of the teaching process of the real variable function course, reasonably assess student performance, and transform passive learning into active learning, making the real variable function course relatively easy to learn and understand.

## Keywords

Real Variable Function, Teaching Innovation, Process Assessment

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 实变函数课程特点及学情

实变函数是数学专业的专业基础课，这门课程内容抽象，推理严谨，方法灵活多样，且与多门数学专业课程有密切联系：一方面，它是数学分析专业基础课程的自然延续，在数学分析点集和集合论的基础上推广和深化了许多经典分析中的概念与性质，使微积分理论得到进一步的发展；另一方面，它又是概率论、泛函分析等后续课程的基础，为学习概率论的公理化体系、理解一般积分提供了必要的工具和手段，为泛函分析提供了重要而具体的空间。并且，实变函数对于其他一些涉及积分较多的数学专业课程，如微分方程、随机过程等的学习都有很大的帮助。通过对实变函数课程的学习，可以很好地提升学生的抽象思维能力与数学素养。

在十年来对实变函数课程的教学实践中，发现存在以下三个主要问题：

1) 学生学习积极性不高，学习主动性不强，学习效果差。学生们普遍感觉这门课程理论抽象、概念和定理多、证明晦涩难懂。一直以来，都流传着“实变函数学十遍，泛函分析心犯寒”这么一句话。学生在刚开始学习时，有一定的学习积极性。但随着内容的深入和难度的增大，学生的学习兴趣逐渐下降，课堂学习情绪处于低迷被动的状态。因此，学生期末考试复习流于形式，考试成绩不高。

2) 教师教学形式单一，教学手段简单。实变函数课程传统的教学模式是“教师讲，学生听”，一般采取“满堂灌”的方式，教师的教学内容大多局限于教材。教师的教学手段也比较简单，往往是板书 + PPT 的形式，学生被动接受知识，缺乏学生自我探索过程，不利于培养学生的思维能力和创新能力。

3) 期末考核模式不完善。实变函数课程的期末考核方式一般是平时成绩 30% + 期末成绩 70%，平时成绩主要依据出勤、平时作业情况，很难核定学生的学习态度、学习能力、学习的积极性、学习的效果等。

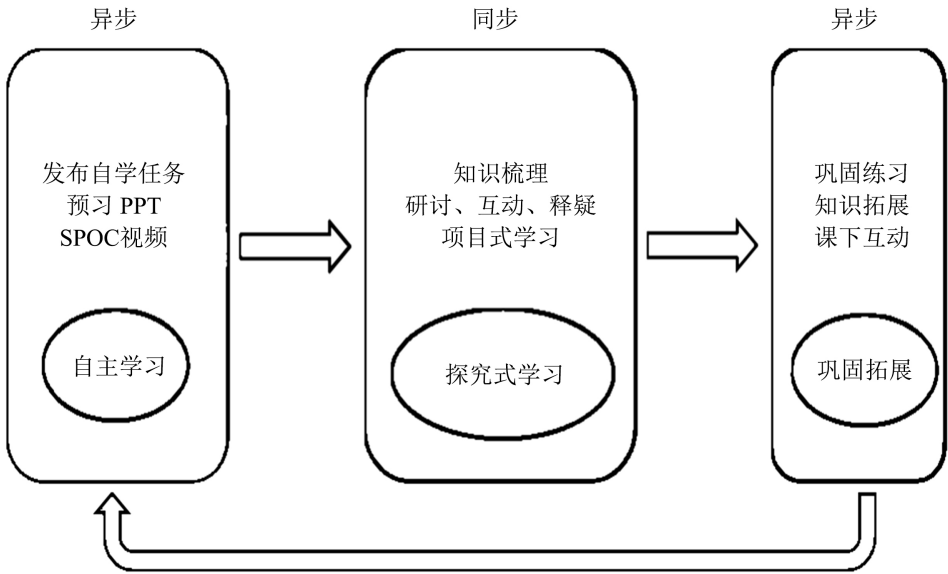
OBE 教育理念是“Outcome-Based Education”的缩写，即“以结果为导向的教育”，是一种以学生的学习成果为导向的教育理念，它强调以学生的学习成果作为教育的中心，注重个性化评定，强调精熟(masterlearning)教学，使每个学生都能成功，并强化教师的教学责任，从而提高教学质量和学生的学习成果[1]，参见图 1。OBE 理念是一种先进的教育理念，于 1981 年由 Spady 等人提出后，很快获得教育工作者们的重视与认可，并成为加拿大、美国、英国等国家教育改革的主流理念。

翻转课堂主要是基于“学习者为中心”这一核心教育理念，通过“网络视频学习先行”和“课堂答疑研讨后置”的教学方式，最大限度的提升“师生面对面”的课堂教学质量，最终实现学习者自主化学习、团队化研讨的教育模式。

因此，基于 OBE 理念建立以“学习者为中心”，以学生的学习成果为导向的目标，通过“翻转课堂”的教学实践改革课堂教学手段和课堂教学形式，同时加强平时的过程性考核模式，可以充分调动学生对实变函数课程的学习积极性和学生主观能动性，以达到提升学生的学习效果和成果的目的。

## 2. 教学创新与改革设计

采用基于 OBE 理念和翻转课堂的同步异步相融合的混合教学模式，即在传统的实变函数课堂教学中辅以在线平台、慕课和网络教学工具，开展混合式教学。以周为单位，按照“异步→同步→异步”的流程进行，见图 1：



**Figure 1.** A hybrid teaching process that combines synchronous and asynchronous approaches  
**图 1.** 同步异步相融合的混合式教学过程

并且，在教学手段上进行创新，主要采用如下六个教学手段：(1) 引导式情境教学；(2) 比喻通感教学；(3) 课堂专项研讨；(4) 学生讲授；(5) 知识背景分享及拓展；(6) 现代化信息技术。同时，将思政教育融入课程教学全过程。下面以(1)~(4)为例详细介绍实变函数课堂教学的模式：

### 2.1. 引导式情境教学

引导式情境教学是一种以启发式教学作为总体指导思想的教学方法，它以问题解决为中心，以教师的“引导”为手段，以学生的“发现”为目的，改变过去的填鸭式教学方法，创设合理的教学情境，设置

恰当的问题,学生通过思考、合作、交流、讨论解决问题,让学生经过“再创造与再发现的过程”,从而激发学生的学习积极性,使学生主动参与教学的全过程,而不是把现成的知识灌输给学生。

下面以实变函数第一章中“对等与势”的内容为例。普通意义下的教学,一般是直接引出“对等”是两个集合之间一对一映射的概念,学生听起来印象不深刻,而且觉得枯燥无味。采用引导式情境教学法,首先创设了下面的一个问题:

“去掉一个点的圆周与直线是否具有一样多的点?”很多学生马上就会开始思考,并画出二维平面上的圆周与一维直线的图形,从而开始得到“不一样多”的错误结论。此时,教师可以拿出一张白纸,在纸上画出如下图形(见图2):

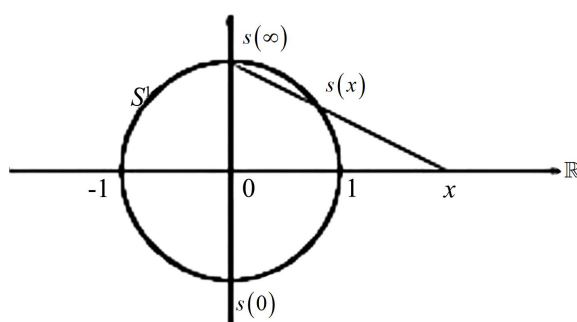


Figure 2. Demonstration diagram of the equivalence between a circle and a straight line without dots

图2. 去点的圆周与直线对等演示图

将最上方的顶点去掉作为光源,在纸上画出该光源发散的各条射线,演示出发散射线穿过圆周到达直线的过程,从而清晰明了地解释了“对等”的具体含义,使学生对“对等”的概念印象深刻。

同时,通过分析学生得到错误答案的原因,将课程思政元素“无声”渗透进课堂,引出马克思的一句名言“事物的现象是外在的表现形式,可能是正确的,也可能是歪曲的”,提醒学生们要“透过事物的现象观察本质”。

## 2.2. 比喻通感教学

“通感”又叫“移觉”,就是在描述客观事物时,用形象的语言使感觉转移,把适用于甲类感官上的词语巧妙地移植到乙类感官上[2]。其中,感觉转移的条件基于一种感觉与另一种感觉之间在心理反映上的相似点。它是一种文学修辞格,常被运用在文学作品中,常见的有两种:形容通感和比喻通感。

虽然“通感”是一种文学修辞手法,但笔者在实变函数的教学过程中发现该种手法同样可以在数学中进行运用和转化。以第四章“三种函数列的收敛关系”为例(参见图3),一般在讲解这部分内容时,学生觉得三者之间关系错综复杂,有一种“云雾缭绕,不知身在何处”的感觉。而且,记忆和理解起来非常不容易。

现在,运用“比喻通感教学法”,将其中的“几乎一致收敛”比喻为“老大”,“几乎处处收敛”比喻为“老二”,“依测度收敛”比喻为“老三”。一般在心理上认为“老大”最强,“老二”较强,“老三”最弱,因此将这三种收敛关系进行比喻使学生移觉,从而理解明白这三种收敛的强弱关系。此时再加以引导,指出“老大”最强,可无条件推出“老二”和“老三”;“老二”弱一点,必须加上条件才能推出“老大”和“老三”;“老三”最弱,任何条件都不能推出“老大”和“老二”,只能推出存在一个子列收敛的关系。

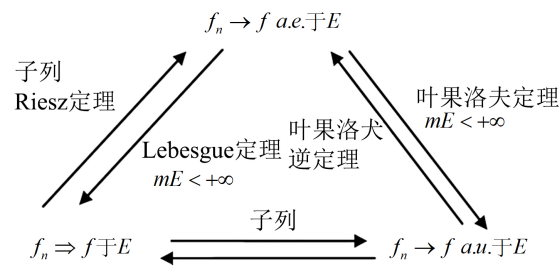


Figure 3. Convergence relationship diagram of three types of function columns  
图 3. 三种函数列的收敛关系图

通过“比喻通感教学法”，能够使学生将数学上的某些问题转化为心理上的一种认知问题，从而加深对知识的理解与记忆，更易于实变函数这种抽象知识的教学。

2.3. 课堂专项研讨及学生讲授

课堂专项研讨，主要是将全班同学分成几个大组，以学生发展为中心，教师起引导作用，形成学习共同体。每组通过独立学习、合作研究，课堂上在教师的指引下一起讨论或者辩论教材中的基础理论或主要疑难问题。同时，学生在课堂上进行试讲，通过小组学习过程中的相互合作，使组员在学习中相互探讨，相互帮助，共同提高对知识的理解和学业成绩。以《实变函数》[3]中度量空间为例，其具体的实施方案如表 1 所示：

Table 1. Classroom special seminar and student teaching implementation plan  
表 1. 课堂专项研讨及学生讲授实施方案

| 讨论阶段 | 实施方案                           | 教师应对                                    | 备注                                                |
|------|--------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 课前准备 | 提前一个星期发送网络学习资源、收集学生问题。         | 让学生预习度量空间的材料并进行思考,同时引导学生思考度量的定义。        | 教师适当进行引导,促使学生主动学习。                                |
| 课堂讲授 | 主讲学生上台讲授度量的定义,分组讨论几个度量空间的例子。   | 多个知识点可发给各组学生进行讨论,主讲学生进行讲授和归纳。           | 培养学生相互协作的精神,激发学生学习积极性,使课堂气氛活跃。若有时间,再进行 10 分钟课堂检测。 |
| 课后总结 | 根据学生课前准备及课堂讨论情况,记录每组学生的平时成绩分数。 | 标准分为 85 分,各组主讲及参与讨论的学生根据课堂表现另外加 5~10 分。 | 根据每位学生的不同表现分别考核平时成绩。                              |

2.4. 其他教学手段的实施

除了上述几种教学手段，我们还通过知识背景分享及拓展、现代化信息技术(深度融合 MOOC、智慧树平台、腾讯课堂，结合教学资源库、习题库、学习辅助系统)等方式，促进学生对知识的理解及记忆，使实变函数课程变得相对通俗易懂，不用再生出“实变函数学十遍，泛函分析心犯寒”的感觉。

3. 课程考评与反馈

3.1. 课程考评：过程性考核的引入

通过在线学习与传统课堂相结合，教师能发挥引导、启发、监控教学过程的主导作用；学生作为学

习过程主体也能充分发挥主动性、积极性、创造性。而传统的课程考评方式一般分为平时成绩(30%)和期末成绩(70%)。平时成绩主要依据出勤、作业来判定,很难考核学生的学习态度和自主探究学习能力。因此,有必要改进课程的考评方式,加强过程性考核的力度。

每学年的两个学期统计与数学学院都会开设《实变函数》课程,每学期教师至少完成四个章节的授课任务。教师选取各章重点内容作为考核内容,在课堂教学中通过设置“课堂专项研讨”、“学生讲授”、“课堂练习”、“阶段测验”、“课堂提问”、“作业与考勤”六个板块,根据学生在每次活动中的表现单独计平时分,最后再计算平时总分。通过过程性考核,可以强化教学过程的监控和管理,促进学生的学习积极性和主动性;同时,对传统的期末考核模式进行改革并建立新的评价体系,可以客观地评价学生的平时成绩,科学地检验学生的学习成果。

### 3.2. 具体实施方案

授课内容包括《实变函数》课程第一至第四章,计划以如下教学手段展开教学:

#### 1. 课堂专项研讨 内容初步设定范围:

对等的一些例子:如自然数集与整数集对等,  $(0, 1)$  和全体实数  $\mathbb{R}$  对等, 去掉一个点的圆周与直线对等。不可数集的例子, 如  $\mathbb{R}$  与区间  $(0, 1)$ 、 $[0, 1]$ 、 $(a, b)$  对等

Cantor 三分集的构造及其性质

可测函数各种收敛之间的关系

#### 2. 学生讲授 内容初步设定范围:

(1) 第一章: 无限集必与它的一个真子集对等的相关例题

(2) 第二章: 聚点、内点、界点的定义及区别

(3) 第三章: 第一节中几个零测集的证明( $(0, 1)$  中的有理数集、Cantor 三分集、平面上的有理点集、平面上的  $x$  轴)

(4) 第四章: 设  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上连续函数,  $g(x)$  是  $E$  上可测函数, 则  $f(g(x))$  是  $E$  上的可测函数

#### 3. 课堂练习 内容初步设定为:

(1) 自然数集与整数集对等

(2) 证明  $(0, 1)$  与  $(a, b)$  对等  $(a < b)$

(3) 可测集与开集、闭集的关系之相关例题

(4)  $\mathbb{R}$  上的可微函数的导函数为可测函数

4. 阶段测验 学完第一章和第二章后, 考查这两章内容, 主要内容分别涉及可数集与不可数集的性质、开集与闭集及完备集、康托尔三分集的性质等。学完第三章和第四章后, 分别考查这两章内容, 重要考查可测集的定义及性质, 可测函数的定义、三种函数列的收敛关系等。

5. 课堂提问 提问的内容主要集中在这些问题上: 对等的概念、可数集与不可数集的定义、Bernstein 定理、可测集满足的卡氏条件、可测函数的定义、几乎处处收敛与几乎一致收敛及依测度收敛的关系

#### 6. 作业与考勤

平时作业: 每两周交一次作业, 并登记在册。

考勤: 每次上课前请学生登录雨课堂进行签到。

### 3.3. 期末考核与评价体系的优化

通过上述过程性考核中实施的四个环节, 我们将期末考核模式改为: 平时成绩(50%) + 期末成绩(50%)。平时成绩根据下表中六个环节所给出的分数按比例进行计算(见表 2):

**Table 2.** Regular performance evaluation plan  
**表 2.** 平时成绩评定方案

| 考核形式    | 次/每学期 | 评分比例(占过程性考核成绩比例) | 考核时间             |
|---------|-------|------------------|------------------|
| 课堂专项研讨  | 4     | 15%              | 讲解每章重点内容时        |
| 学生讲授    | 4     | 15%              | 按教学需要            |
| 课堂练习    | 4     | 15%              | 课堂上讲解例题时         |
| 阶段测验    | 3     | 25%              | 讲完 1~2 章及 3、4 章时 |
| 课堂抽问    | 6     | 10%              | 进行内容回顾时          |
| 平时作业及考勤 | 4-6   | 20%              | 根据教学计划进行         |

### 3.4. 教学改革实践

自 2023 年 2 月开始连续三个学期,团队积极建设校级一流课程——实变函数,不断改进教学方法和教学模式,不断创新教学手段,将“课堂专题讨论”、“课堂试讲”等方法运用到统计与数学学院 2021 数学与应用数学 1 班(记为 A 班)、2021 数学与应用数学 2 班(记为 B 班)、2021 中外联合培养班(记为 C 班)、2022 统计 1 班(记为 D 班)、2022 统计 2 班(记为 E 班),收到了良好的教学效果,各班同学在课堂上踊跃参与教师的教学,学习氛围活跃。下面是五个班学生期末考试总成绩的分布情况(见表 3):

**Table 3.** Table of segmented total grades and number of students in five classes with real variable functions at the end of the term

**表 3.** 五个班实变函数期末总成绩分段人数情况表

| 成绩类别 | 优秀     | 良好     | 中等     | 及格     | 不及格   |
|------|--------|--------|--------|--------|-------|
| A 班  | 5.77%  | 38.46% | 32.69% | 21.15% | 1.92% |
| B 班  | 8.93%  | 30.36% | 48.21% | 10.71% | 1.79% |
| C 班  | 25.93% | 37.04% | 25.93% | 11.11% | 0.00% |
| D 班  | 18.42% | 44.74% | 18.42% | 18.42% | 0.00% |
| E 班  | 29.73% | 37.84% | 27.03% | 5.41%  | 2.70% |

由上表可以看到,五个班学生总成绩中等以上的人数几乎占班级总人数的 80%以上,每个班的不及格人数为 1 或 0。因此,基于 OBE 理念的实变函数课程翻转课堂教学创新与实践获得了良好的效果。

### 4. 结束语

作为一门抽象难学的数学专业课程,实变函数课程教学改革一直以来是各位任课老师关注的热点问题。崔亚琼等人[4]提出,在传统讲解的基础上,内容上宏观和微观兼顾;教学过程中注重数学思想和方法的渗透,应用经典例子说明抽象问题,充分发挥学生的主观能动性。李毅侠和吴霞[5]围绕“学生中心,目标导向,持续改进”展开了对“实变函数”课程的教学改革研究,从教学理念上将“实变函数”融入数学文化、教学评价上变注重结果的评价为注重学习过程的过程性评价、教学过程中加强“实变函数”教

学与师范技能培养的结合、教学方式上将探究式与讲授式有机结合。王丽和高玉丽在实变函数课程讲授过程中,巧用“问题链”技巧,紧紧抓住学生注意力,提高学生课堂参与度[6]。吴照奇等人以南昌大学数学系的专业核心课程“实变函数与泛函分析”教学实践为例,探讨如何融合课程思政和深度学习构建教学体系,实现培养复合型创新人才的目标[7]。

“实践出真知”,在未来的专业教学过程中,教师要与时俱进,不断汲取他人的教学经验,同时不断改进和创新现有的教学手段和教学设计;以学生为教学主体,以提升学生的成绩为成果导向,这样才能获得真正的课堂教学效果和教学成绩。

## 基金项目

2023 年广东省本科高校数学教学指导委员会认定教改项目:翻转课堂模式下的实变函数与泛函分析课堂教学研究(GDSXJG04);2023 年广东省研究生教育创新计划项目:应用统计专业教学案例库(2023ANLK\_040);广东财经大学 2022 年度教学发展示范教师项目(2022FD13, 2022FD02)和一流本科教学质量与教学改革工程项目。

## 参考文献

- [1] 马英杰, 杨亚涛, 肖嵩, 等. “五位一体”通信原理课程智慧教学模式研究与实践[J]. 计算机科学, 2024, 51(10): 129-134.
- [2] 王新惠. 声乐演唱与通感思维[J]. 渭南师范学院学报, 2012, 27(11): 118-119.
- [3] 程其襄, 张奠宙, 胡善文, 等. 实变函数与泛函分析基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2019: 5-96.
- [4] 崔亚琼, 高淑瑰, 郭建敏. 实变函数课程教学思想和教学方法的改革探讨[J]. 高等数学研究, 2018, 21(1): 112-115.
- [5] 李毅侠, 吴霞. OBE 理念下应用型本科院校课程教学的思考与实践[J]. 教育教学论坛, 2023(36): 107-110.
- [6] 王丽, 高玉丽. “问题链”在实变函数课堂中的教学实践[J]. 大学数学, 2024, 40(4): 29-33.
- [7] 吴照奇, 陈建华, 屈泳. 课程思政融合深度学习的“实变函数与泛函分析”课程教学体系构建[J]. 黑龙江教育(理论与实践), 2024(10): 11-14.