

混合式教学背景下线性代数课程教学设计与实施

孔祥强

菏泽学院数学与统计学院, 山东 菏泽

收稿日期: 2025年1月20日; 录用日期: 2025年2月20日; 发布日期: 2025年2月27日

摘 要

基于混合式教学背景, 从教材分析、学情分析、教学目标、教学内容、教学策略、教学方法和线上资源等七个方面, 具体分析了线性代数课程的教学设计; 其次, 以逆矩阵一节为例, 具体详细阐述了教学的实施过程; 最后, 对混合式教学的发展趋势进行了展望。

关键词

混合式教学, 线性代数, 教学设计, 教学实施

Linear Algebra Course under Blended Teaching Background Teaching Design and Implementation

Xiangqiang Kong

College of Mathematics and Statistics, Heze University, Heze Shandong

Received: Jan. 20th, 2025; accepted: Feb. 20th, 2025; published: Feb. 27th, 2025

Abstract

Based on the background of blended teaching, the teaching design of linear algebra course is specifically analyzed from seven aspects, including textbook analysis, learning situation analysis, teaching objectives, teaching content, teaching strategies, teaching methods and online resources. Secondly, the implementation process of teaching is specifically elaborated by taking the section of inverse matrix as an example. Lastly, the development trend of blended teaching is outlooked.

Keywords

Blended Teaching, Linear Algebra, Teaching Design, Teaching Implementation

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

混合式教学是一种将传统面对面教学和在线教学有机融合的一种教学方式。从教学方式的角度,混合式教学整合了线下课堂教学的直接互动性和线上教学资源丰富、学习时间地点灵活的优势,提升了学习的自主性和灵活性。从教学内容传递的角度,混合式教学结合了线上线下丰富的资源,使得教学更加生动形象,加深了学生对知识的理解与掌握,提升了学习效果。从教学过程的角度,包括课前的线上预习,让学生提前了解学习的内容;课中集中教学,深化知识的讲解,组织互助活动等;课后线上巩固提高、知识拓展,获取个性化学习建议等。混合式教学的实施,激发起学生的好奇心与探索欲,提高学生学习的积极性和主动性。

国内众多学者对混合式教学的概念、内涵、特征进行了深入的探讨,提出了多种混合式教学模式,如“PBL+CBL+混合式”[1]、“SPOC+翻转课堂”[2]、“BOPPPS模式”[3][4]等,为混合式教学提供了理论框架。教学设计方面,注重线上线下教学内容的衔接与融合,利用线上丰富的资源和便捷的交流功能,拓展教学时空。国外在混合式教学模式上不断创新,出现了如“弹性学习模式”“个性化学习模式”等,强调以学生为中心,以产出为导向,满足不同学生的学习需求和学习风格。国外教学注重引进先进的教育技术,如人工智能、大数据、虚拟现实技术等,实现智能化教学、自适应学习等。各高校和教育机构在混合式教学方面开展了广泛的交流和合作,分享成功的经验,共同推进了混合式教学的发展。

2. 线性代数课程的教学设计与实施

线性代数课程是一门重要的基础类课程,也是理工科学生考研初试的必考科目。从数学学科的角度,线性代数是数学的一个重要分支。线性代数的内容包括矩阵及其初等变换、行列式、 n 维向量空间、特征值与特征向量、二次型和线性空间与线性变换等内容,线性代数为后续课程的学习奠定了基础。在理工科领域,线性代数有着重要的应用,如深度神经网络、颜色空间的转换、敏感度分析和图象的压缩等[5],均用到了线性代数中的矩阵知识。在物理学领域,对薛定谔方程的研究需要用到线性代数中的变换理论[6]。在经济学领域,对投入产出的模型分析,需要用线性代数的知识来分析经济系统的平衡和效率。在工程领域,电路的拓扑结构中电流和电压的确定也要用到代数学的内容。因此,线性代数是数学领域的重要基石,学好线性代数是十分必要的。

线性代数课程的教学设计可从七个方面逐步展开,即教材分析、学情分析、教学目标、教学内容、教学策略、教学方法和线上资源。为了叙述方便,下面以数据科学与大数据技术专业的学生为授课对象进行详细说明。

2.1. 教材分析

由于专业的不同,各高校选择的线性代数的教材也不尽相同,可依据所选教材,分别从教材的特点、课程的特点、课程的性质、课程的各章节内容在教材中所占的地位等四个方面进行分析。

以黄廷祝教授主编的线性代数教材为例[7]，该教材是专家名师倾力打造的精品，其配套资源制作精良，教材中融入了大量课程思政的元素，通过具体实例说明了代数知识的前沿应用。线性代数课程的特点是内容比较抽象，各知识点之间联系紧密，定理的证明逻辑性强。线性代数课程属于基础课程，是很多专业的必修课，所以在大学课程中占有及其重要的地位。对于具体各章节的内容，可从知识的重要性、应用的广泛性、思政元素的融入等方面进行阐述。

2.2. 学情分析

针对授课对象的不同，可从知识基础、情感特征和学习风格等三个方面展开学情的分析。

对于数据科学与大数据技术专业，线性代数课程在大二的上学期开课，这样，学生有大一时学的高等数学作为理论基础，具备了一定的数学思维和逻辑推理能力，有利于线性代数课程的学习。从情感特征分析，学生具有较强的学习动机，思维活跃，善于沟通和交流，勇于创新。学习风格方面，学生具有丰富的网络学习的经验，更利于开展混合式教学，具备一定的自主学习的基础和能力。

2.3. 教学目标

教学目标包括三个方面，即知识目标、能力目标和素质目标。以线性代数课程中的逆矩阵一节为例，知识目标可以设定为理解逆矩阵的定义和性质，掌握利用行初等变换法求逆矩阵的方法。将能力目标设定为掌握逆矩阵的运算技能，培养逻辑思维能力和归纳类比能力，提高学以致用和融会贯通的能力。素质目标可以设定为培养学生细致严谨的治学态度和勇攀高峰的科学精神，增强文化自信，提升民族自豪感和爱国主义情怀。

2.4. 教学内容

教学内容主要包括课前、课中和课后三个阶段，打造三位一体的教学模式。下面以逆矩阵一节为例进行详细说明。

2.4.1. 课前阶段

教师首先在网上布置学习任务单和测试问卷，学生通过在线上自主学习，完成布置的任务，教师根据反馈的情况制定讲授的内容。具体流程见图 1。

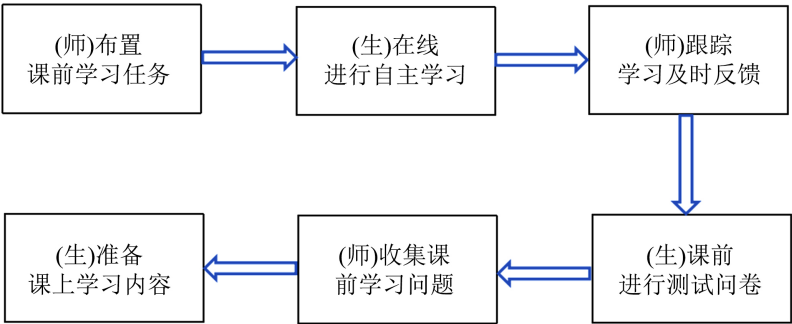


Figure 1. Flowchart of pre-class preparation stage
图 1. 课前准备阶段流程图

2.4.2. 课中阶段

线上与线下相结合，打造“聚焦问题、激活旧知、示证新知、新知应用、融会贯通、价值引领”的“六星教学法”，见图 2。

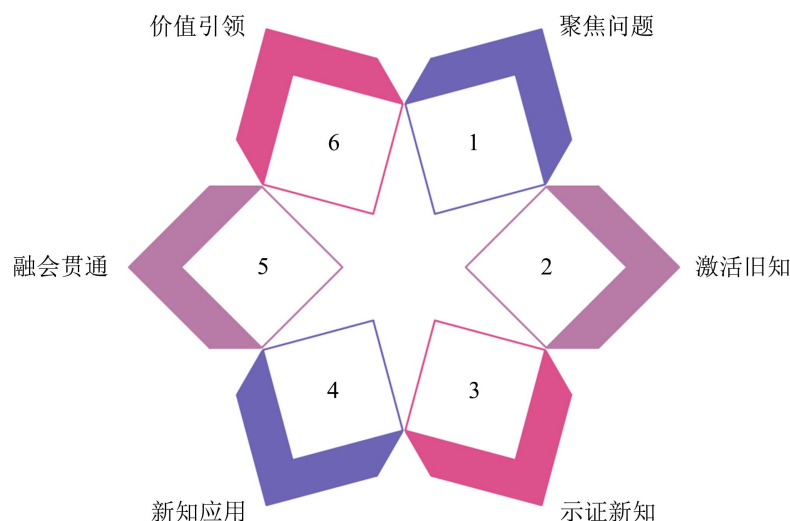


Figure 2. Hexagram teaching method
图 2. 六星教学法

(1) 聚焦问题环节：选择与逆矩阵知识紧密相关的案例，案例要具有趣味性，以吸引学生的注意力。在展示案例后，通过启发式问题引起学生的思考。

案例：大学生小李看到神州十九号飞船发射成功后，爱国热情高涨，他决定利用逆矩阵的知识给航天员写一封密信，你能破解密信的内容吗？若已知小李采用的是希尔加密方式[8]，见表 1。

Table 1. List of integer codes for letters and spaces
表 1. 字母及空格的整数代码表

A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9
J	K	L	M	N	O	P	Q	R
10	11	12	13	14	15	16	17	18
S	T	U	V	W	X	Y	Z	空格
19	20	21	22	23	24	25	26	0

小李采用的密钥矩阵为 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，密文矩阵为 $B = \begin{pmatrix} 22 & 5 & 0 & 25 \\ 9 & 0 & 12 & 15 \\ 15 & 21 & 0 & 3 \\ 8 & 9 & 14 & 1 \end{pmatrix}$ ，请问明文矩阵 X 是什么？

小李想对航天员说什么呢？

通过案例的引入，吸引学生的注意力，激发好奇心与探索欲，提高教学质量与效果。

(2) 激活旧知方面：教师带领学生回顾之前学过的矩阵的概念及运算、矩阵的初等变换等知识，通过提问的方式激发学生对以前所学知识的回忆。下一步从提供新知、明晰结构展开，达到知识网络构建、渗透数学文化的目的。

在逆矩阵一节，可从非零实数有倒数的概念： $ab = ba = 1$ ，引出方阵是否也有类似“倒数”的概念？

当两个 n 阶方阵满足什么条件时逆矩阵的概念成立？若方阵的逆矩阵存在，则逆矩阵是否唯一？从而引出本节定理 1 [7]，即若矩阵 A 可逆，则其逆矩阵是唯一的。

(3) 示证新知环节：可从解疑答惑、思想引领、合作探究三个方面展开，达到提升学生逻辑思维能力、培养严谨细致的学习态度的目的。

定理 2 [7]：设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵，数 $\lambda \neq 0$ ，则

1. A^{-1} 可逆，且 $(A^{-1})^{-1} = A$ ；
2. λA 可逆，且 $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} A^{-1}$ ；
3. AB 可逆，且 $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ ；
4. A^T 可逆，且 $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ 。

定理 3 [7]：设 A 为 n 阶矩阵，则下列各命题是等价的

1. A 是可逆的；
2. 齐次线性方程组 $AX = 0$ 只有零解；
3. A 与 I 行等价；
4. A 可表示为有限个初等矩阵的乘积。

根据课前对逆矩阵性质的调查问卷和问题的反馈信息,认为定理 2 中 “ A, B 可逆 $\Rightarrow (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ ” 较难的占比 73.2%；认为定理 3 中 “ A 可逆 $\Leftrightarrow A$ 与 I 行等价” 较难的占比 74.7%。对定理 2，采取学生引领的方式，分组进行汇报，解疑答惑，体现以学生为中心的教学模式。对定理 3，通过教师引导的方式，给出充分性和必要性的证明，解答学生的疑问，锻炼学生的逻辑思维能力，培养学生科学严谨的治学态度。利用定理 3 的证明，师生共同合作探究，群策群力，推导出利用行初等变换求逆矩阵的方法（“新知”），即 $(A \ I) \xrightarrow{\text{行初等变换}} (I \ A^{-1})$ 。

(4) 新知应用方面：从常规练习、变式练习、深度思考三个方面逐步展开，达到提升自信的个性品质和学以致用目的。

利用示证新知环节得出的求逆矩阵的方法，分配班级里各小组的任务，如第 1、2、3 小组的任务是

常规题目：求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵，帮助学生熟悉求逆矩阵的常用方法，为后续的学习奠定

坚实的知识与技能基础。第 4、5、6 小组的任务是变式题目：设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ，验证 A 是否可逆？

变式练习侧重培养学生对知识的灵活运用与迁移能力，打破思维定式，学会举一反三，提高学生在不同情景下运用知识解决问题的能力。第 7、8、9 小组的任务是深度思考能否利用列初等变换求矩阵 A 的逆矩阵，即 $\begin{pmatrix} A \\ I \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{列初等变换}} \begin{pmatrix} I \\ A^{-1} \end{pmatrix}$ ，最后分析初等变换法求逆矩阵时应该注意的问题。深度思考聚焦培养学生的高阶思维能力，深度挖掘知识的内涵与价值，构建完整的知识体系，培养学生自主探究与解决问题的能力。

教师组织各小组在课上分享各自的解题思路与策略，其他小组成员认真倾听，教师在旁观察记录，留意学生对知识的掌握程度、思维的创新性与逻辑性，激发学生的创新思维与竞争意识，鼓励学生不断挑战自我，超越自我。

(5) 融会贯通环节：从解决本文案例中的密信破解问题入手，达到培养学生正确的价值观和提升文化自信的目的。

本文的案例基于密码学理论，加解密算法与线性代数知识密切相关[9]。由加密原理得 $AX = B$ ，则利用逆矩阵的知识，可求得明文矩阵为 $X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 12 & 15 \\ 22 & 5 & 0 & 25 \\ 15 & 21 & 0 & 3 \\ 8 & 9 & 14 & 1 \end{pmatrix}$ ，根据表 1 可知，小李想对航天员说的是

是“I Love You China”。学生能够运用所学线性代数的知识去解决问题，提高了自主学习的能力，锻炼了思维能力，提高了实践能力，增强了自信心和成就感，激发了学习的动力。

(6) 价值引领方面：将课程思政元素有效的融入到课堂教学中，达到塑造学生价值观和提升学生道德品质的目的。通过本节课的学习，让学生了解到逆矩阵在量子力学、计算机图形学、密码学等领域均有广泛应用。在密码学中的加密和解密应用时，引导学生思考信息安全与国家安全、个人隐私保护之间的关系，让学生认识到所学的数学知识不只是理论上的工具，更是在维护国家和人民利益方面有着潜在的巨大力量，从而激发学生的爱国情怀，鼓励学生努力学习、为国家的科技发展和安全保障贡献自身力量。

2.4.3. 课后阶段

完成课后作业，并拍照上传到学习平台，达到提升数学素养的目的。阅读有关逆矩阵方面的科研论文，达到拓展专业能力的目的。各小组之间合作探究，对“梦虽遥，追则可达；愿虽艰，持则可圆”进行加密和解密，达到提升创新能力的目的。

2.5. 教学策略

线性代数课程采用“一二三六”教学策略，具体如下：

(1) 一条主线：以课程思政与专业知识融合为主线。以数学史为脉络，渗透思政元素；借专业知识载体，传递思政内涵，深化对知识的理解与运用；用实际应用场景，彰显思政价值，实现专业成长与思政教育的无缝对接，达到知识传授与价值引领同向同行的目的。

(2) 两个模式：采用线上与线下相结合的混合式教学模式。充分利用线上资源多元可重复利用、突破时空限制的特点，结合线下教学互动直接、便于管理引导的特点，二者互补性强，为混合式教学提供了可能。混合式教学模式提升了学生的学习体验，增强了学生的自主、协作、创新能力，适应了新时代人才培养的基本要求。

(3) 三位一体：实施课前、课中和课后的三位一体教学过程。课前阶段：激发兴趣，知识预热。在平台发布预习任务、微视频等，初步构建知识框架，学生在线分享预习心得、提出疑惑，教师提前了解学情，为课堂精准教学做准备。课中阶段：知识构建，深度互动。课堂上重点讲解难点问题，开展小组协同合作，利用教学平台，教师随时发起即时测试，检验学习效果，学生即时反馈，教师可动态调整教学的节奏。课后阶段：巩固拓展，能力提升。在平台推送难易程度不同的作业题，巩固课堂所学；适当推送学科的前沿论文、学术讲座等，拓宽知识的边界，培养学生的综合数学素养。

(4) 六星教学：采用聚焦问题、激活旧知、示证新知、新知应用、融会贯通、价值引领的六星教学法。六星教学法强调以学生为中心，通过六个步骤引导学生高效学习，各个环节之间紧密相连、层层递进。教师通过创设情景或引入案例，激发学生的学习兴趣，激活旧知；引导学生联想知识体系内的相关知识，开拓思维，促进知识的迁移，实现示证新知，构建起新知识；安排学生能够运用所学的新知识解决实际问题，提升能力，巩固新知；引导学生反思学习过程，深刻体会新旧知识之间的密切联系，做到融会贯通；回顾课程讲授过程中思政元素的引入过程，体会价值引领的作用与意义。

2.6. 教学方法

线性代数课程的教学方法紧密围绕教学内容进行展开。

(1) 从教法方面考虑,可以采用六星教学法、问题驱动法、案例教学法、网络平台法等。各教学方法之间相互补充融合,无论采取何种教学方法,都是为了提升学习效果,促进学生对知识的理解、掌握和应用,都以学生为中心,注重激发学生的学习主动性和积极性。

(2) 从学法的角度考虑,学生可以通过自主学习法、小组互助法、合作探究法等展开学习。教师引导学生做好学习时间管理和学习任务管理,让学生制定学习计划,将学习任务分成小的模块,合理分配时间,鼓励学生使用学习工具整理知识点;帮助学生建立自我评价体系,含学习态度、学习方法、学习成果等要素;引导学生定期反思自己的学习过程,做好学习总结,思考在学习中的收获、遇到的困难等。

(3) 从课程思政的角度考虑,教师可对各章节中蕴含的思政元素从多维度进行深入挖掘,包括家国情怀与社会责任、科学精神与思维方法、哲学思想与价值观、文化自信与多元包容、社会热点与社会责任等角度进行展开。

2.7. 线上资源

充分利用超星学习通等网络平台,发布线性代数课程的相关资源,具体的举措包括以下几个方面。

(1) 按照课程的章节模块发布课程资源,每个模块下再细分知识点,方便学生的查找和学习。知识点资源中包含预习任务单、授课资源、课后巩固等。

(2) 上传教师录制的视频、PPT 课件、线上测试题、扩展阅读等资源,满足学生的不同需求。

(3) 开展线上讨论和答疑活动。教师积极回答学生的问题,鼓励学生参与问题的讨论,也可引导学生之间进行相互解答问题,培养学生的自主学习能力和团队协作精神。

(4) 利用平台推送代数学方面的实际应用案例及数学文化知识,激发学生的学习兴趣。

(5) 推送学习类 APP,如大学数学、微软数学等,包含真题题库、课程视频、试题演练、错题收藏、在线答疑等功能。

3. 混合式教学的发展趋势展望

随着科技的发展,人工智能技术已逐步被引入课堂,该技术极大提升了学习效果与学习体验。生成式人工智能技术给高校教学变革带来了机遇和挑战[10][11]。

利用生成式人工智能技术可以赋能线性代数课程的教学,具体方式如下:

(1) 学生可以利用生成式人工智能技术向教师提问关于代数学的问题,生成式人工智能技术也可以为学生提供解题思路和示例。构建集智能备课、动态课件展示、实时答疑于一体的教学系统。在课堂上遇到问题时,学生可随时向系统提问,系统以图文、视频等形式给出解答,使得知识的获取更加便捷。

(2) 利用生成式人工智能技术组建线性代数课程的知识图谱,有助于代数知识的理解和应用。图谱的构建以核心概念为基础,分层布局知识点,如首层为行列式、矩阵、向量等基础模块,二层展开各模块运算、性质,三层关联实际应用与学科交叉知识,形成由浅入深、从理论到实践的放射状架构。

(3) 利用生成式人工智能技术,为学生提供个性化的学习路径[12],根据学生的课堂表现,对学生进行“画像”,并精准推送学习资料、规划学习路径,提供实时的个性化反馈。针对线性代数课程,为基础稍差的学生推送基本概念的巩固练习和详细的讲解微课;对基础好学生的提供拓展性课题、前沿知识等,使学习进度与能力匹配,激发学生的探索欲。

(4) 利用生成式人工智能技术,结合虚拟现实(VR)和增强现实(AR)技术,构建互动式教学环境,创建大学数学虚拟实验室,将抽象知识转化为沉浸式实践体验,加深对理论知识的理解,提升知识的应用能

力；同时，学生课外也可以与教师交流，打造线性代数课程“师/生/机”三元交互的教学新范式。

人工智能技术的应用同样也面临诸多挑战，主要体现在以下几个方面：

(1) 数据的安全和隐私的保护方面。人工智能系统收集的数据存储在云端或服务器中，如果安全措施不到位，这些数据很容易被窃取。数据一旦泄露，必然会对学生的隐私造成侵犯。

(2) 教学方式的平衡方面。传统的教学模式可通过面对面的交流，直观感受学生的情绪变化，而人工智能辅助教学可能会让教师过度关注数据和技术指标，忽略了学生的学习情绪和状态。

(3) 教师运用和掌握现代教育技术方面。由于人工智能工具多种多样，要想熟练应用这些工具，教师需要学习新的知识、软件和算法，对教师而言这显然是一个较大的负担。

任何事物都具有两面性，我们要以理性的态度看待人工智能技术在教学中的应用。将人工智能作为教学的辅助工具，与传统教学模式进行有机结合，充分发挥教师的主导作用和学生的主体作用，才能使人工智能在教学领域发挥出最大的价值。

4. 结语

本文重点研究了基于混合式教学的线性代数课程教学设计与实施问题，从七个方面分析了课程的教学设计；以逆矩阵一节为例，分析了课程的教学实施过程；对混合式教学的发展前景进行了展望，分析了人工智能赋能线性代数课程教学面临的机遇与挑战。希望本文的研究能够对线性代数课程的教学改革提供一定的思路和方法。

致 谢

本文衷心感谢审稿人提出的宝贵意见。

基金项目

本文受 2024 年菏泽市社会科学规划课题(2024_ZC_4)：新时代大中小学课程思政一体化建设的架构与路径研究——以菏泽市为例资助。

参考文献

- [1] 纳仁花, 张豫冈, 祁丽娟. “PBL + CBL + 混合式”教学模式下线性代数课程的教学设计——以“线性方程组解的存在性判定定理”为例[J]. 兰州工业学院学报, 2023, 30(2): 157-159.
- [2] 郑颖春. 基于 SPOC 的“线性代数”课程教学模式的探索[J]. 牡丹江教育学院学报, 2020(2): 75-77.
- [3] 杨冠. BOPPPS 模式下线性代数的教学设计研究[J]. 大学教育, 2023(7): 76-78.
- [4] 高娟娟. 基于 BOPPPS 模型的线性代数混合式教学实践和探索[J]. 科技风, 2023(34): 58-60.
- [5] 张舒野. 基于稀疏编码的数字视频图像压缩方法研究[J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2024, 42(6): 1011-1017.
- [6] 刘笑飞, 张晓燕, 方基宇, 等. 快速傅里叶变换方法求解定态薛定谔方程[J]. 大学物理, 2024, 43(11): 23-25, 31.
- [7] 黄廷祝. 线性代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2021: 32-40.
- [8] 孙兵, 刘国强, 海昕. 线性代数教学中的希尔密码案例设计[J]. 大学数学, 2023, 39(1): 102-106.
- [9] 喻梦杰, 王欣怡, 瞿嘉待. 基于密码学理论的线性代数混合式教学[J]. 现代商贸工业, 2024, 45(18): 252-254.
- [10] 罗国锋. ChatGPT 赋能高等教育应用场景与风险探析[J]. 江苏科技信息, 2024, 41(16): 66-70.
- [11] 崔宇红, 白帆, 张蕊蕊. ChatGPT 在高等教育领域的应用、风险及应对[J]. 重庆理工大学学报(社会科学), 2023, 37(5): 16-25.
- [12] 栗志华, 梅银珍, 王鹏. 人工智能在大学数学个性化教育中的探索[J]. 乐山师范学院学报, 2024, 39(8): 45-54.