

# 数值分析混合式教学设计与实践

## ——以“数值计算的误差”为例

徐智昕, 魏莹

菏泽学院数学与统计学院, 山东 菏泽

收稿日期: 2025年1月6日; 录用日期: 2025年2月10日; 发布日期: 2025年2月17日

### 摘要

混合式教学是指把学生作为教学活动的主体, 将教学活动分解为不同的模块, 为每一个模块制定教学目标, 在教学活动中采用多种现代化教学手段以及恰当的教学方法, 完成对学习者学习活动的引导和学习效果评价的教学模式。本文通过探索数值分析混合式教学的设计与实践, 发挥线下课堂和线上课堂的教学优点, 优化课堂教学活动, 增强学生学习的主动性和积极性, 同时提高学习效率, 从而逐步提升数值分析的课堂教学效果。

### 关键词

数值分析, 混合式教学, 教学设计, 误差

# Design and Practice of Hybrid Teaching in Numerical Analysis

## —Taking “Error in Numerical Calculation” as an Example

Zhixin Xu, Ying Wei

School of Mathematics and Statistics, Heze University, Heze Shandong

Received: Jan. 6<sup>th</sup>, 2025; accepted: Feb. 10<sup>th</sup>, 2025; published: Feb. 17<sup>th</sup>, 2025

### Abstract

Hybrid teaching refers to a teaching model that takes students as the main body of teaching activities, decomposes teaching activities into different modules, sets teaching objectives for each module, uses various modern teaching methods and appropriate teaching methods in teaching activities, and guides learners' learning activities and evaluates their learning effectiveness. This paper

explores the design and practice of hybrid teaching for numerical analysis, leveraging the advantages of both offline and online classrooms, optimizing classroom teaching activities, enhancing students' initiative and enthusiasm for learning, and improving learning efficiency, thereby gradually improving the effectiveness of numerical analysis classroom teaching.

## Keywords

Numerical Analysis, Hybrid Teaching, Instructional Design, Error

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

数值分析内容既有自身严密的科学体系, 同时又具有应用性和实践性强的特点。混合式教学模式将传统的线下教学与线上学习相结合, 充分利用信息技术手段来提高教学质量。该教学模式既保留了传统教学的优点, 又能够利用在线学习平台为学生提供更多的学习资源和实践机会。本文从数值分析课程的教学实际出发, 以“数值计算的误差”为例, 开展融入课程思政的线上线下相结合的混合教学模式设计与实践, 充分调动学生学习积极性和自主性, 切实提升教学质量, 最终实现全方位育人。

## 2. 教学过程及实施

“数值计算的误差”这节课的教学过程融入了传统线下课堂教学与线上教学的优势[1], 可以更加系统地规划和组织混合式教学活动, 确保教学的科学性和有效性, 从而促进学生的全面发展。课程教学设计分为课前、课中和课后三部分, 整体设计思路如图1所示:

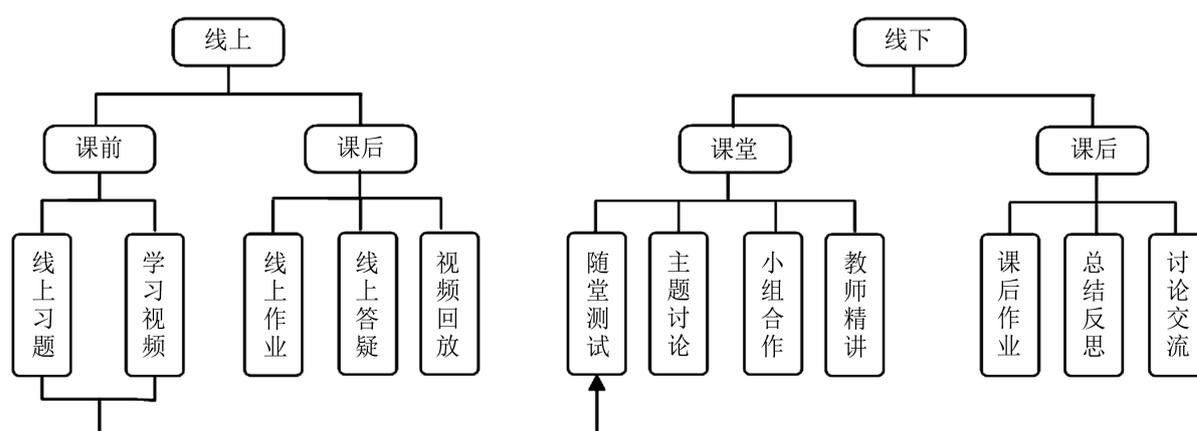


Figure 1. Overall thinking diagram of teaching process

图1. 教学过程整体思路图

### 2.1. 课前环节

教师提前通过线上平台发布“数值计算的误差”这节课的新授内容, 包括本节课的教学重难点、知识点的梳理、录制以知识点为单元的教学视频、网上学习资源和参考资料等[2]。本节课推送视频主要内

容为: 误差的来源、误差与有效数字、函数求值的误差估计和数值计算的原则等, 其中每段视频控制在 5~10 分钟。学生通过观看线上学习资源初步了解学习内容。再发布课前练习题, 让学生自主完成, 并设置截止日期进行管理。教师及时在线提供在线答疑, 并了解学生掌握情况来调整课堂教学策略。

## 2.2. 课堂环节

课堂授课是混合式教学的核心环节, 是学生自学知识内化和解疑答惑的重要途径。“数值计算的误差”这节课的课堂教学过程分为三部分——课前自测回顾、理论讲解和上机实践。通过线上线下相结合的方式开展教学, 采用讲授法、课堂讨论法、案例教学法、启发式教学法等教学方式, 并辅以抢答、随堂练习等手段, 激发学生学习兴趣, 增强学生主体性, 引发学生思考。

### 2.2.1. 课前自测回顾

对学生完成的线上发布的课前自测题情况进行回顾总结, 总体掌握学生的预习水平。通过测试题得到及时的反馈来准确把握学生的学习情况并进行后续教学。

### 2.2.2. 理论讲解

#### 1. 舍入误差

(1) 情景导入。利用多媒体设备, 展示因舍入误差导致的重大灾难——英特尔奔腾处理器缺陷[1]。数学家托马斯莱斯利教授利用装有新奔腾芯片的计算机计算素数的倒数之和, 其计算结果和理论上的结果相差很大, 而在一台老式 486 CPU 计算机上的运算结果正确。最后, 教授把误差归咎于新的英特尔芯片。在与英特尔公司接触并且几乎没有得到回应后, 莱斯利在网上发表了一封公开信寻求其他人来证实他的发现。这份邮件引发了诸多热议, 以致数月后, IBM 公司停止了其奔腾机器的出货, 并在 12 月底因英特尔公司应要求同意更换所有有缺陷的奔腾芯片, 公司预留了 4.2 亿美元的作为补偿费用。

(2) 线上发布主题讨论。收集学生关于案例所产生原因的想法, 增加学生互动积极性, 引入舍入误差的概念。最后线上平台发布案例发生的具体原因: 在精确的算术运算中, 结果为 0, 但奔腾处理器算出的结果是 256, 这是因为商值  $A/B$  只精确到 5 位小数。通过这个具体实例, 可以让学生对舍入误差的概念和重要性有了比较具象和深入的理解。

(3) 教师总结。总结舍入误差的概念, 让学生了解舍入误差的重要性和在实际问题中的应用。

#### 2. 截断误差

(1) 设疑导入。截断误差的累计——百万富翁的诞生[1]。内容主要是把银行交易截断的零碎分币值存到自己的账户。当然, 这并不是一个新主意, 曾经尝试这样做的黑客已经被捕, 但我们可以模拟一下。假设已经访问了 60,000 个银行账户, 各账户余额均匀分布在 100~100,000 元之间, 年利率设为 5%, 每天按复利计, 将截断的零碎分币值存到一个初始余额为 0 元的非法账户中, 试试看需要多少天成为百万富翁。

(2) 线上发布分组任务。将上述问题作为小组任务线上发放, 学生进行组内合作交流, 并最终由各组组长线上提交答案并上台展示讲解。通过这个问题的解题过程和思路引导学生学习截断误差的概念。此外, 还可以启发学生在解决实际问题的時候, 数学模型往往很复杂不易获得解析解, 所以需要建立一套行之有效的近似方法或数值方法。

(3) 教师总结。总结截断误差的概念, 并针对学生在课堂中存在的疑难点进行答疑解惑。

#### 3. 绝对误差界、相对误差界和有效数字

(1) 课前线上推送关于祖冲之人物生平、主要成就和轶文典故等。引出祖冲之在公元 480 年左右将圆周率精确计算到小数点后七位, 这一成就比欧洲数学家早了近一千年。同时, 取其计算的结果 3.1415926

作为  $\pi$  的四舍五入近似值。通过展现中国古代优秀数学家祖冲之的主要成就, 为讲解绝对误差界和相对误差界做铺垫的同时, 让学生了解到我国古代科学文化的辉煌, 增强民族自豪感。

(2) 新知讲解。教师讲解绝对误差界和相对误差界的概念。并线上发布抢答: 若取 3.1415 为近  $\pi$  的近似值, 则绝对误差界和相对误差界分别为多少?

(3) 线上发布随堂练习, 实时检验学生的学习情况。

#### 4. 直接算法和秦九韶算法

数值计算的其中一条原则是: 需要注意简化计算程序, 减少计算次数。这是因为如果算法计算量太大, 实际计算无法完成。即使是可行算法, 计算量越大累积的误差也会越大。例如计算  $n$  次多项式

$$p_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

如果直接逐项计算, 大约需要乘法运算次数为

$$n + (n-1) + \cdots + 2 + 1 = n(n+1)/2$$

若将多项式改写为

$$p_n(x) = (\cdots((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \cdots)x + a_0$$

则只需要  $n$  次乘法和  $n$  次加法运算, 极大地提高了计算效率, 这就是著名的秦九韶算法。接着, 教师可以向学生介绍中国古代杰出数学家秦九韶。他是南宋时期著名的数学家, 其代表作《数书九章》代表了中世纪世界数学发展的主流与最高水平, 在世界数学史上占有崇高的地位。即使在现代, 利用计算机解决多项式的求值问题时, 秦九韶算法依然是最优的算法。在讲解理论知识的同时, 巧妙融入课程思政, 激发学生的民族自豪感, 培养文化自信, 激励学生勇攀科学高峰。

### 2.2.3. 上机实践

线上发布本次上机实践的要求和内容等。要求学生进行程序设计, 完成源程序的编写任务; 分析出哪个方法是相对准确的, 哪个方法误差较大, 并比较计算量。通过上机编程, 使学生更好地掌握不同算法对误差和计算量的影响, 培养学生理论转化为实践的能力。

1. 用直接算法和秦九韶算法求  $\sum_{i=1}^n x^i$  在 0.45 处值, 比较计算时间, 取  $n$  为 10 和  $10^7$ 。

2. 计算二次方程  $f(x) = x^2 - (10^{29} + 31)x + 31 \times 10^{29} = 0$  的根, 分别用求根公式和韦达定理求解, 并说明为什么结果会不同。

### 2.3. 课后环节

(1) 课后及时发布作业清单, 包括在线上学习平台发布测试题。教师根据这节课的教学情况通过学习通等线上平台布置个性化作业(以主观题为主), 主要是数值计算误差知识的应用。例如线上平台和线下小组相结合, 讨论在实际应用中, 评估并控制数值计算中的误差, 以及描述在数值计算中, 舍入误差和截断误差是如何产生的, 它们对计算结果有什么影响? 同时比较直接算法和秦九韶算法在不同类型的应用中, 所展现出的各自的优点。通过做类似的作业, 学生可以加深自己对数值计算误差的理解和提高自己解决实际问题的能力。同时让学有余力的同学可挑战另设的有难度梯度的附加题[3]。

(2) 利用线上学习平台上传相关教学视频资源回放, 让学生有重点地去解决疑难, 教师做好线上答疑。利用在线教学平台或社交媒体创建课程讨论群组, 鼓励学生在课后进行在线交流。教师可以提出问题或讨论话题, 让学生可以在群组中分享思维过程和解决问题的方法, 促进学生之间的学习与合作。

(3) 组织一些线下的实践活动, 如上机模拟实验。学生可以在课后参与这些实践活动, 以应用所学知

识并深化对内容的理解。个性化指导和反馈, 通过线上平台或面对面的方式, 提供个性化的指导。教师根据学生的学习情况, 针对性地提供建议和帮助, 并评估学生作业、项目和报告的质量, 为学生提供有针对性的指导建议。线上资源和学习材料, 为学生提供丰富的线上资源和学习材料, 包括视频讲座、网上教程、参考资料等。学生可以在课后通过学习材料和资源进一步巩固和扩展所学内容。

### 3. 教学评价与反馈

#### 3.1. 过程性评价

教学评价采用过程性评价方式, 对学生评价分为对个人评价和对小组评价, 评价方式有课前测验、课堂测试、课后作业、随机提问和调查问卷等形式。在本节课结束后通过线上问卷了解学生对课堂教学的评价及建议, 同时教师也会及时将评价结果反馈给学生个体, 督促学生进行改进。学习过程考核包括:

(1) 线上学习, 占总成绩的 30%, 主要考查学生线上学习时长及学习效果; 线上学习成绩主要由观看教学视频、自测题和互动三部分成绩组成, 分别占线上学习成绩的 60%、20%和 20%;

(2) 课堂测试, 占总成绩的 20%, 选择题为主, 主要考查学生对数值计算误差课程内容的概念和基本原理等重要知识点的掌握情况;

(3) 课堂表现, 占总成绩的 20%, 主要考查学生参与课堂互动的情况, 包括考勤、回答问题和参与讨论等情况;

(4) 应用操作; 占总成绩的 20%, 通过此项考核激励学生操作能力的提升并提高理论应用到实践的能力;

(5) 作业撰写, 占总成绩的 10%, 包括有标准答案的课后习题的撰写和无标准答案的开放性作业(如调查报告等)。

本节课整体成绩进行汇总, 作为学生平时成绩的一部分, 加大学生总成绩中过程化考核占比。

#### 3.2. 教学反馈

在教学过程中, 基于线上教学平台, 了解在教学过程中存在的问题, 并针对学生反馈的问题及时进行改进。

(1) 课前通过线上平台了解学生课前线上学习资源的学习情况, 通过平台联系并反馈学生完成度, 督促学生完成课前学习。

(2) 课中通过前测了解学生预习情况; 通过随堂测验了解学生的掌握情况; 通过上机实验了解学生对理论知识的应用情况。教师根据实际情况及时调整课堂教学内容。

(3) 课后通过线上作业、线上讨论题了解学生课程知识的掌握情况, 对于共性问题在下次课堂上进行讲解。

通过线上平台可以实时监督掌握教学效果。利用平台的统计功能将线上讨论、线上作业任务、随堂测试、随机提问、投票问答等信息汇总, 定期关注学生日常学习成绩, 关注进度落后的学生, 及时进行指导和督促, 提醒学生调整学习方法和加快学习进度。教学形式多样化和教学手段信息化等特点, 丰富了教学内容, 提高了信息化平台的利用, 活跃了教学氛围, 拉近了师生距离[4]。

### 4. 教学总结与反思

“数值计算的误差”利用混合式教学模式进行教学, 线上线下相互配合, 明确线上学什么, 怎么学, 线下怎么做。课前主要通过线上平台进行预习自学, 在正式授课过程中通过线上随机课堂测验和线下小组讨论的形式进行检测。在函数求值的误差估计和误差与有效数字概念学习过程中, 上机实验的比重应

当高于线上学习的比重, 突出应用能力的培养。利用混合式教学应用策略优化课堂教学, 使本节课的课程目标完成度得到了提升, 增强了学生的自信心和获得感, 使学生主动参与到教学中来, 同时理论的实际应用、上机实验和线上线下交流合作使学生的实践能力、问题的解决能力、师生、生生之间的沟通合作能力得到锻炼。课程思政的融入, 坚持立德树人为导向, 以学生为中心, 促进学生综合素质的发展。

## 5. 结语

本文通过科学的课程设计、灵活的教学方法、多元的评价体系等实现混合式教学和课程思政在数值分析课程中的深度融合, 为数值分析课程的教学改革提供了有益的思路和方法, 以期帮助教育工作者更好地应用这种教学方法。通过将传统的线下教学与线上学习相结合, 可以充分利用信息技术手段, 为学生提供更多的实践和互动机会, 促进学生问题解决能力和合作能力的培养。

## 基金项目

本文受菏泽学院 2021 年度博士基金项目(XY21BS31)资助。

## 参考文献

- [1] 李俊玲, 安玉莲. “数值分析”课程教学改革的思考与建议[J]. 教育现代化, 2019, 6(24): 62-64.
- [2] 武芳芳, 陈欣, 曲绍波, 等. 混合式教学模式下研究生“数值分析”课程思政建设与实践[J]. 教育教学论坛, 2023(22): 104-107.
- [3] 唐玉玲. 地方高校经管类专业《概率论与数理统计》课程混合式教学模式探究[J]. 河西学院学报, 2023, 39(2): 115-118+128.
- [4] 赵文杰, 冯侨华, 苑会娟. 基于“互联网+”混合式教学方法的研究与探讨[J]. 黑龙江教育(高教研究与评估), 2018(10): 4-6.