Advances in Education 教育进展, 2025, 15(2), 452-459
Published Online February 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2025.152261

Hans汉斯

基于OBE理念的《方向导数》问题驱动式教学设计与实践

李鸣镝，方晓峰

火箭军工程大学基础部，陕西 西安

收稿日期：2025年1月9日；录用日期：2025年2月11日；发布日期：2025年2月18日

摘 要

基于成果导向教育(OBE)理念的问题驱动式教学法在教学过程中展现出的较好效果，探讨了该教学法在《高等数学》中方向导数章节的应用。通过设计一系列层次递进的问题，引导学员主动参与思考，深化对方向导数概念的理解，掌握其计算方法，并理解其与偏导数的关系。教学实践与问卷调查结果表明，该方法显著提高了学员的学习兴趣与教学效果，增强了学员的问题解决能力和数学素养，为高等数学课程的教学模式创新提供了有价值的参考。

关键词

方向导数，问题驱动式教学，OBE理念，教学设计

Design and Practice of Problem-Driven Teaching Based on OBE Concept for "Directional Derivative"

Mingdi Li, Xiaofeng Fang

Department of Basic, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi

Received: Jan. 9th, 2025; accepted: Feb. 11th, 2025; published: Feb. 18th, 2025

Abstract

The excellent effects of problem driven teaching method based on Outcome Based Education (OBE) concept in the teaching process are discussed, and its application in the directional derivative chapter of Higher Mathematics is explored. By designing a series of hierarchical problems, guide students to actively participate in thinking, deepen their understanding of the concept of directional

文章引用: 李鸣镝, 方晓峰. 基于 OBE 理念的《方向导数》问题驱动式教学设计与实践[J]. 教育进展, 2025, 15(2): 452-459. DOI: 10.12677/ae.2025.152261

derivatives, master their calculation methods, and understand their relationship with partial derivatives Teaching practice and questionnaire survey results show that this method significantly improves students' learning interest and teaching effectiveness, enhances students' problem-solving ability and mathematical literacy, and provides valuable reference for innovative teaching modes in higher mathematics courses.

Keywords

Directional Derivative, Problem Driven Teaching Method, OBE Concept, Instructional Design

1. 引言

OBE (Outcomes-Based Education)理念，强调以学员学习成果为导向，注重逆向设计课程体系，是一种先进的教育理念[1]。问题驱动式教学则通过提出具体问题，引导学员主动探索，从而在解决问题的过程中学习新知识[2]。本文结合这两种教学理念，对《高等数学》中方向导数章节进行了教学设计，旨在提升学员自主学习和解决问题的能力。

文献[3]对高等数学中方向导数的教学方法进行了研究，将方向导数内容分为三个模块，对每一模块采用了问题驱动式教学法，使学员理解知识；同时变被动接受为主动思考，提高学员分析问题、解决问题的能力．文献[4]通过两个实例归纳，分别求出不同的函数量在一点处沿任一方向的变化率，从而总结出方向导数的定义，可以让学员对于方向导数的理解更加深刻。其中，在总结变化率问题时，可以通过类比导数与偏导数的定义的方法，回忆起之前所学习过的内容，并且在已有知识的基础上，自主提炼出方向导数的定义。文献[5]以五个问题为驱动，还原了方向导数概念的教学全过程。但是每个问题独立存在于这一节课的各个模块中，缺少内容与内容之间的衔接性。如果在每个环节之间设置问题引导学员思考，更利于学员理解掌握知识。文献[6]以问题连接，形成了“导数→偏导数→方向导数→梯度”由点到面的知识串。但是在学员理解比较难的方向导数概念本身，没有利用问题驱动式教学来引导学员主动思考，加深对概念的理解与掌握。

本文基于 OBE 理念，运用问题驱动式教学进行了《方向导数》的教学设计，在重难点问题的处理中采用启发式教学，引导学员自主思考。同时，在内容的衔接方面，也采取问题驱动式教学，将本节课的内容串联起来，使课程内容逻辑清晰，培养学员“发现问题 – 分析问题 – 解决问题”的能力。

2. 教学分析

2.1. 教学目标

2.1.1. 知识目标

1) 学员能准确描述方向导数的概念。
2) 学员能理清方向导数与偏导数的关系。
3) 学员能熟练进行方向导数的计算。

2.1.2. 能力目标

1) 培养学员数形结合解决问题的能力。

2) 提升学员的空间想象与理解能力。

2.1.3. 情感目标

1) 使学员感受数学在解决实际问题中的价值，激发学习兴趣。

2) 培养学员积极思考、大胆猜想、谨慎推广和严密求证的数学学习态度。

2.2. 学情分析

当前大学课堂普遍存在“教员讲、学员听”的传统模式，学员缺乏独立思考和主动探索的能力。军校学员由于生活学习环境的特殊性，更习惯于被动接受知识。方向导数作为多元函数微分学中的难点，学员对其理解往往停留在表面，缺乏深入探索。因此，采用问题驱动式教学，有助于激发学员的探索欲，深化对方向导数概念的理解。

军校学员有时会认为“我不知道我所学的东西对我而言有什么意义”，部分学员思想上迷茫、定位不清晰[7]。同时相比于地方大学，军校内师生互动会更加为频繁，包括课后辅导课以及针对于生活与学习的谈心活动等，学员愿意并且习惯于跟着教员的思路走，这为使用问题驱动式教学提供了良好的基础条件。

方向导数是多元函数微分学中的一个重点内容，在教学过程中发现，学员对于方向导数的掌握非常片面。很多学员并不了解方向导数的具体含义，仅仅停留在利用定义判断方向导数是否存在并计算，以及利用函数可微性计算方向导数上。而这种情况，也为后续梯度内容的学习制造障碍。由于考核方式比较单一，学员认为会做题就可以，理解“方向导数到底是什么？”并不重要，而这并不符合大学高等数学教育的教学理念与教学目标。

3. 教学过程设计

基于以成果为导向的理念，打造以“学生为中心”的教学模式。结合混合式教学，进行本节课的教学设计，流程如图 1 所示。

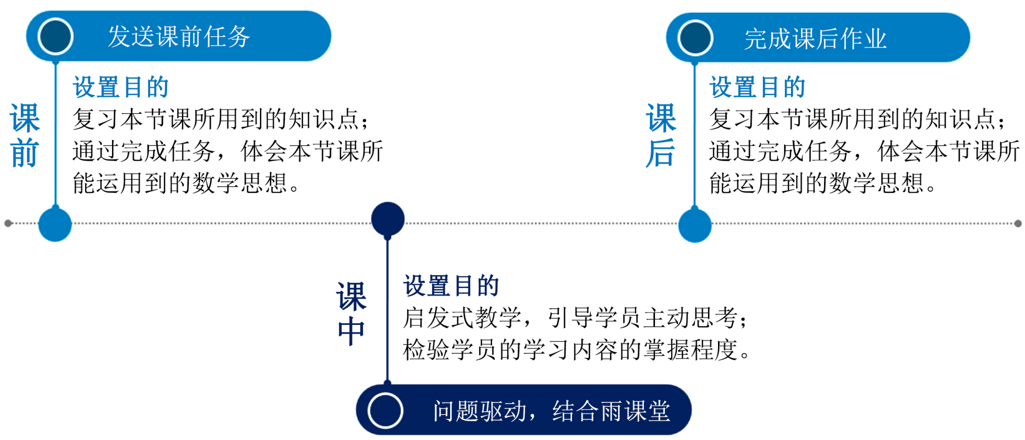

Figure 1. Teaching process
图 1. 教学流程

课前通过雨课堂，向学员发送课前任务如下。

课前任务

1) 导数的定义是什么？

2) 导数描述了怎样的变化率？

3) 偏导数的定义是什么？

4) 偏导数描述了怎样的变化率？

5) 如何利用数学语言来表达一个确定的方向？

3.1. 创设情境

通过展示山峰图片引入课堂，提出问题 1：“如何确定函数值在一点处增加最快的方向？”引导学员思考，进而引入方向导数的概念。

想法一：将一点处每一个方向上函数值的变化率都表示出来，进行大小比较，选择出对应的方向；想法二：找到一点处函数值变化最快的方向。这两种想法对应的就是本节课方向导数以及下一节课梯度的内容。本节课的内容将针对于想法一，进行分析讨论。根据想法一的思路，就可以将一个实际背景的问题转化为描述函数在一点处沿着某一方向的变化率大小问题。

涉及到变化率问题，教员可以结合：“在一元函数与多元函数中，我们是利用什么概念来描述函数在一点处的变化率的？”展开教学。而描述函数在一点处沿任意方向的变化率问题，这就是今天所要学习的新内容——方向导数。

3.2. 方向导数的定义

3.2.1. 问题设置

问题 2：介绍方向导数的方向性时，为什么使用“射线”而非“直线”的概念？

问题 3：如何描述两点间的平均变化率及一点处的瞬时变化率？

问题 4：方向导数的必备三要素是什么？

通过这些问题，引导学员逐步构建方向导数的概念框架，强调方向导数的方向性、变化率及三要素的重要性。

3.2.2. 教学过程

设 l 是平面上一条以 $P_0(x_0, y_0)$ 为始点的一条射线，如图 2 所示。

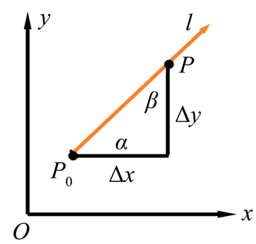

Figure 2. Ray
图 2. 射线

该射线方向向量为 $\boldsymbol{e}_l = (\cos\alpha, \cos\beta)$，则射线的参数方程为

$$\begin{cases} x = x_0 + t\cos\alpha \\ y = y_0 + t\cos\beta \end{cases}, t \ge 0,$$

参数 t 其实就是动点 $P(x, y)$ 到定点 $P_0(x_0, y_0)$ 的距离。

为了更好地体现方向导数的方向性，教员可以提出问题 2。令学员体会到，方向导数研究的是函数在

一点处沿着特定一个方向上的变化率问题，利用射线的概念，才能确定唯一的一个方向。

函数在点 $P(x,y)$ 处对 x 的偏导数定义为

$$f_x(x,y)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x,y)-f(x,y)}{\Delta x},$$

函数在点 $P(x,y)$ 处对 y 的偏导数定义为

$$f_y(x,y)=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{f(x,y+\Delta y)-f(x,y)}{\Delta y}.$$

函数在点 $P(x,y)$ 处的偏导数，是描述沿着平行坐标轴方向的瞬时变化率。在学习偏导数的定义时，是通过类比导数的定义来引入偏导数。在这里可以通过类比偏导数的定义来引入方向导数。

教员提出问题 3，思考函数由 $P_0(x_0,y_0)$ 到 $P(x,y)$ 沿着射线 l 方向的平均变化率可以怎样表述，以及有了平均变化率后，函数在 $P_0(x_0,y_0)$ 点处的变化率应该怎样表述。

经过上述教学过程，师生共同得到了方向导数的定义：设函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 的某邻域 $U(P_0)$ 内有定义，l 是 xOy 平面上以 $P_0(x_0,y_0)$ 为始的一条射线，其方向角为 α,β。在 l 上任取点 $P(x,y)\in U(P_0)$，设这两点的距离 $|PP_0|=t$。若极限

$$\lim_{t\to 0^+}\frac{f(x_0+t\cos\alpha,y_0+t\cos\beta)-f(x_0,y_0)}{t}$$

存在，则称此极限为函数 $f(x,y)$ 在点 P_0 处沿方向 l 的方向导数，记作 $\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(x_0,y_0)}$。

观察方向导数的定义，发现有哪几部分共同决定了方向导数的取值，提出问题 4。教员可以特殊强调，方向导数的三要素——函数、点、方向，缺一不可，加深对方向导数概念的理解。

放置例题 1：$z=\sqrt{x^2+y^2}$ 在点 $(0,0)$ 处沿 $(1,0)$ 方向和 $(0,1)$ 方向的方向导数。

根据方向导数定义，当 $\boldsymbol{e}_l=(1,0)$ 时，

$$\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(0,0)}=\lim_{t\to 0^+}\frac{f(0+t,0+0)-f(0,0)}{t}=1.$$

当 $\boldsymbol{e}_l=(0,1)$ 时，

$$\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(0,0)}=\lim_{t\to 0^+}\frac{f(0+0,0+t)-f(0,0)}{t}=1.$$

并由从特殊到一般的思路，引导学员得出该函数在处沿任意方向的方向导数为

$$\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(0,0)}=\lim_{t\to 0^+}\frac{f(0+t\cos\alpha,0+t\cos\beta)-f(0,0)}{t}=1.$$

此例题的放置，可以让学员巩固方向导数的定义，同时也为后续方向导数与偏导数的关系做好铺垫。

3.3. 方向导数与偏导数的关系

3.3.1. 问题设置

问题 5：方向导数与偏导数同为描述函数变化率的概念，两者之间存在何种联系？

问题 6：偏导数存在是否意味着任意方向的方向导数也存在？若否，还需满足什么条件？

通过对比偏导数与方向导数，帮助学员理解两者之间的异同，掌握它们之间的关系。

3.3.2. 教学过程

既然方向导数与偏导数同为描述函数变化率的概念，那么教员可以合理地提出问题 5。经过师生共同分析与学习，得到方向导数与偏导数的关系，如图 3 所示。

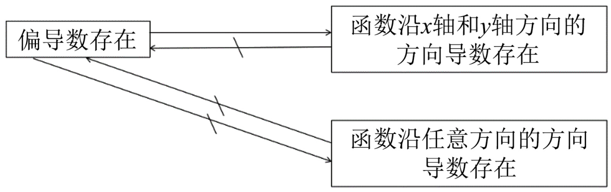

Figure 3. The relationship between the directional derivative and the partial derivative
图 3. 方向导数与偏导数的关系

此时，关于方向导数的了解，仅仅包括方向导数的定义以及方向导数与偏导数的关系。如果想得到函数在一点处沿某一方向的方向导数，需要利用定义求极限的方法来计算。然而这个过程比较繁琐，提出问题 6，引入到方向导数的计算方法。

3.4. 方向导数的计算方法

3.4.1. 问题设置

问题 7：方向导数定义中的全增量与哪个概念相关？

问题 8：函数在一点处可微是否意味着该点沿任意方向的方向导数都存在？如何计算？

通过这些问题，引导学员探索方向导数的计算方法，理解可微性对方向导数存在性的影响。

3.4.2. 教学过程

在寻找方向导数的计算方法时，观察方向导数的定义，提出问题 7 与问题 8。通过证明，得到函数在一点处可微时，可以推出该点处任意方向的方向导数都存在，得到方向导数存在的充分条件及其计算方法，如图 4 所示。

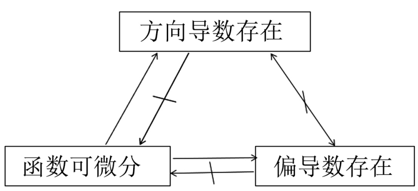

Figure 4. The directional derivative exists in a relationship with the differentiability of the function and the existence of partial derivative
图 4. 方向导数存在与函数可微和偏导数存在的关系

放置例题 2：引例中登山最短路径的选择问题，如果给出山坡高度的函数为，利用方向导数的计算方法，怎样选择处的行进方向？设置此道例题，一方面可以巩固方向导数的计算方法，另一方面也可以前后呼应，体现数学知识的实际应用性。

4. 教学效果

向学员发送课后作业习题与调查问卷，检验学员学习效果，分析本次教学设计的教学成效，结果如图 5 所示。

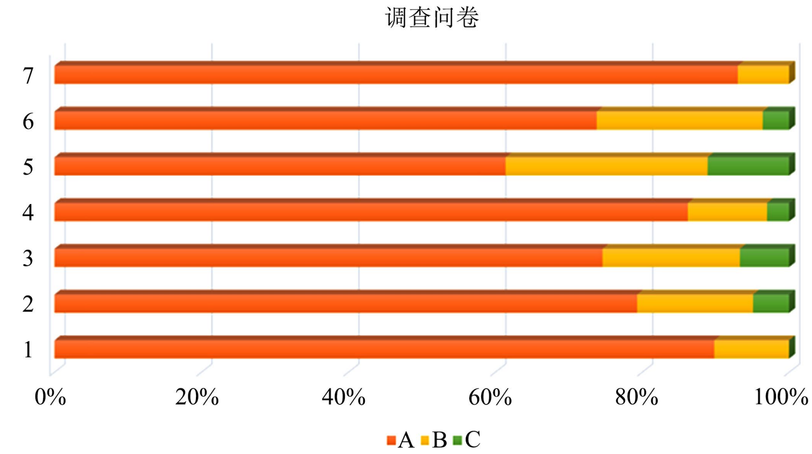

Figure 5. Results of the survey questionnaire
图 5. 调差问卷结果统计

通过课后作业与调查问卷评估教学效果。结果表明，大多数学员能够准确描述方向导数的定义，理解其与偏导数的关系，并能熟练进行方向导数的计算。学员普遍反映更喜欢这种教学方式，认为其有助于提高学习兴趣和学习效果。

5. 小结

本文基于 OBE 理念，采用问题驱动式教学法对《高等数学》中方向导数章节进行了教学设计。通过创设问题情境、设置层次递进的问题链，有效激发了学员的探索欲和求知欲，提高了教学效果。该教学方法值得在高等数学及其他相关课程中推广应用。

致　谢

对方晓峰教授对本文的支持表示感谢，对给予转载和引用权的资料、图片、文献、研究思想和设想的所有者，表示感谢。

参考文献

[1] 张作作. OBE 理念下的混合教学模式导数概念教学设计研究[J]. 科技风, 2024(18): 28-30.
[2] 胡雷. 基于问题驱动模式的高等数学教学策略研究[J]. 知识窗(教员版), 2024(7): 72-74.
[3] 周黎. 问题驱动式教学模式在高等数学教学中的应用[J]. 西部素质教育, 2018, 4(4): 161-162.
[4] 张京良, 王建, 赵元章. 基于问题驱动的方向导数教学设计[J]. 高等数学研究, 2018, 21(4): 30-34.
[5] 陈春梅, 屈娜, 王正元. 问题驱动式教学方法在方向导数教学中的应用[J]. 数学学习与研究, 2013(7): 13-14.
[6] 袁勇. 问题驱动式教学模式在理工类高等数学中的应用探索[J]. 教育与教学研究, 2015, 29(9): 82-85.
[7] 曾庆洋. 军校学员学习性投入及其对学业成就的影响研究[D]: [硕士学位论文]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2013.

附　录

课后调查问卷

1. 是否可以准确描述方向导数的定义？

A. 完全可以　　B. 基本可以　　C. 不可以

2. 是否可以举出方向导数在生活中的实际应用？

A. 完全可以　　B. 基本可以　　C. 不可以

3. 对于任意方向的方向导数存在与其它条件之间的联系，了解是否清晰？

A. 清晰了解　　B. 大致了解　　C. 不了解

4. 是否可以准确进行方向导数的计算？

A. 完全可以　　B. 基本可以　　C. 不可以

5. 在学习方向导数时是否体会到相应的数学思想？

A. 可以体会　　B. 些许体会　　C. 没有体会

6. 对于本节课相关内容，你的掌握程度。

A. 完全掌握　　B. 基本掌握　　C. 没有掌握

7. 与传统的教学方式相比，是否更喜欢本节课的教学方式？

A. 是　　B. 否