Advances in Education 教育进展, 2025, 15(3), 907-920
Published Online March 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2025.153489

大单元视角下从定性到定量教学角度分析初高中数学教学衔接

——以函数奇偶性、对称性、周期性为例

李学章*，侯传燕#

新疆师范大学数学科学学院，新疆 乌鲁木齐

收稿日期：2025年2月22日；录用日期：2025年3月19日；发布日期：2025年3月26日

摘 要

通过义务教育阶段的数学学习，其总目标是通过教师的教学活动与学生的学习活动使得学生逐步掌握“三会”。数学课程的义务教育阶段核心任务是培养学生的核心素养，在义务教育阶段，核心素养主要表现为数感、量感、符号意识、抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念、推理能力等等方面；而在普通高中数学教育阶段，希望学生能获得进一步学习的“四基”、“四能”等方面与能力，育人价值的集中体现是进一步培养学科核心素养，其为学科教学课程目标的集中体现，主要体现在数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算与数据分析等六大方面。可见义务教育阶段与普通高中教育阶段对于数学核心素养的要求有了明显的进一步深入要求，那么在核心素养的目标要求背景下，如何正确有效引导学生，做好初高中数学学习的有效衔接，帮助学生树立的正确价值观，培养学生数学问题解决的关键能力，本文从定性到定量的角度，在大单元视角下探讨核心素养下初高中的数学教学衔接。

关键词

大单元，定性，定量，初高中数学衔接

*第一作者。
#通讯作者。

文章引用: 李学章, 侯传燕. 大单元视角下从定性到定量教学角度分析初高中数学教学衔接[J]. 教育进展, 2025, 15(3): 907-920. DOI: 10.12677/ae.2025.153489

Analysis of the Connection of Mathematics Teaching in Junior High and Senior High Schools from the Perspective of Qualitative to Quantitative Teaching from the Perspective of Large Units

—Taking the Oddity, Symmetry and Periodicity of Functions as Examples

Xuezhang Li*, **Chuanyan Hou#**

School of Mathematical Sciences, Xinjiang Normal University, Urumqi Xinjiang

Received: Feb. 22nd, 2025; accepted: Mar. 19th, 2025; published: Mar. 26th, 2025

Abstract

Through mathematical learning in the compulsory education stage, the general goal is to make students gradually master the "three meetings" through teachers' teaching activities and students' learning activities. The core task of the compulsory education stage of mathematics curriculum is to cultivate students' core literacy. In the compulsory education stage, the main manifestations of core literacy are the sense of number, sense of quantity, symbol consciousness, abstract ability, computing ability, geometric intuition, spatial concept, reasoning ability, etc. In the stage of mathematics education in ordinary high school, it is hoped that students can obtain the "four foundation" and ability of further learning. The concentrated embodiment of the value of educating people is to further cultivate the core literacy of the subject. It is the concentrated embodiment of the goal of the subject teaching course, which is mainly reflected in six aspects: mathematical abstraction, logical reasoning, mathematical modeling, intuitive imagination, mathematical operation and data analysis. It can be seen that the compulsory education stage and the general high school education stage have obvious further requirements for the requirements for the core quality of mathematics. So, under the background of the goal requirements of core literacy, how to correctly and effectively guide students, do a good job in the effective connection of junior and senior high school mathematics learning, help students establish correct values, and cultivate students' key ability to solve mathematical problems. From a qualitative to quantitative perspective, this article discusses the mathematical teaching connection of junior and senior high schools under the core literacy from the perspective of large units.

Keywords

Large Unit, Qualitative, Quantitative, Junior and Senior High School Mathematical Connection

1. 问题提出

为深入贯彻党的二十大关于加快建设教育强国的战略部署，2025 年 1 月，中共中央、国务院印发《教育强国建设规划纲要(2024~2035 年)》(以下简称《纲要》)，《纲要》提出：到 2027 年，教育强国建设取得重要阶段性成效，到 2035 年，建成教育强国。教育是强国建设、民族复兴之基[1]。《纲要》中指出办强办优基础教育，夯实全面提升国民素质战略基点；强化学校教育主阵地作用，全面提升课堂教学水平。而在我国目前的基础教育阶段，基于升学考试为目标导向的客观现实目的，以及现阶段教材人为割裂各知识点之间联系的客观现状，学生们在学习中“只见树木，不见森林”，没有很好地关注到知识之间的联系，不能很好地构建学科知识框架。

2. 研究现状

初中阶段课程内容共有四部分：数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践，而普通高中数学课程内容分为：预备知识、函数、几何与代数、概率与统计、数学建模活动与数学探究活动。《普通高中数学课程标准》(2017 版 2020 年修订)有指出初中数学知识相对具体，高中阶段数学知识相对抽象[2]。义务教育数学课程标准(2022 年版)中指出义务教育阶段数学眼光主要表现为几何直观，推理意识或推理能力，而高中阶段核心素养则概括为逻辑推理、直观想象与数学运算。教师应针对这一特征帮助学生完成从初中到高中数学学习的过渡。学校教师在初中阶段更多是从定性的角度进行教学，而到了高中阶段则从定量的角度进行教学。例如初中阶段从定性的角度学习的三角形全等知识，有 SSS，SAS，AAS，ASA，HL，即通过边角关系中的三个已知条件来确定三角形，而高中则是从定量的角度给出三角形边与角的数量关系——解三角形，即正弦定理、余弦定理及其应用，在人教 A 版(2019 版)课本必修第二册第六章 6.4.3 节处插图、人教 B 版(2019 版)必修第四册第九章 9.1 节插图以及沪教版必修第二册第六章 6.3 插图中都有所体现，如下图 1~3。

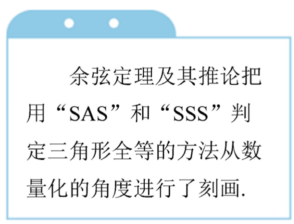

Figure 1. People’s education A edition compulsory volume 2 chapter 6 6.4.3 illustration
图 1. 人教 A 版必修第二册第六章 6.4.3 插图

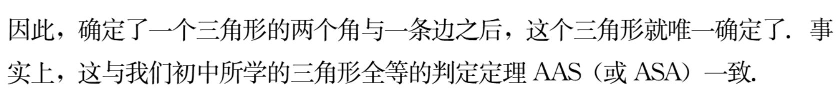
因此，确定了一个三角形的两个角与一条边之后，这个三角形就唯一确定了. 事实上，这与我们初中所学的三角形全等的判定定理 AAS（或 ASA）一致.

Figure 2. People’s education edition B compulsory volume 4 9.1
图 2. 人教 B 版必修第四册 9.1

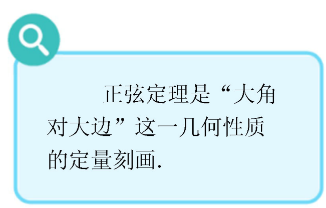

Figure 3. Shanghai education edition compulsory volume 2 6.3 illustration
图 3. 沪教版必修第二册 6.3 插图

3. 大单元教学理论

不同于国外在20世纪中期大单元教学理论基础萌芽快速发展，我国在该领域则发展进步缓慢，在近些年来才逐步受到重视并得到快速发展，如下图4。我国单元教学理论雏形可追溯到20世纪20年代梁启超的“分组比较”思想[3] [4]。崔允漷教授指出一个学习单元由素养目标、课时、情境、任务、知识点等组成，单元就是将这些要素按某种需求和规范组织起来，形成一个有结构的整体[5]。崔允漷教授表示大单元教学强调教师进行教学设计的站位之“高”，即要从整体着眼，从“大”处着眼，超越单一的知识点和技能而从学科核心素养出发思考课程育人的本质[6]。2023年12月，中华人民共和国教育部办公厅印发《关于推荐义务教育教学改革实验区和实验校的通知》，在重点任务中指出统筹推进区域教学改革，聚焦核心素养导向的大单元教学等教学改革重点难点问题开展研究，推动课程标准理念要求在课堂教学中转化落地[7]。近年来，国内学界针对大单元教学理论的研究视域持续拓展，其理论体系日臻完善。在单元划分维度上，研究者们已突破传统以学科知识内在逻辑为划分基准的“小单元”架构模式，转而基于整体主义教育理念，构建学科整体框架体系，通过目标统整、核心概念提取、任务驱动设计及情境建构等多元整合路径，以期实现教学单元的系统性重构。这种范式转型更加紧贴数学学科学习特点，亦彰显了核心素养培养为目的的教学理念革新。

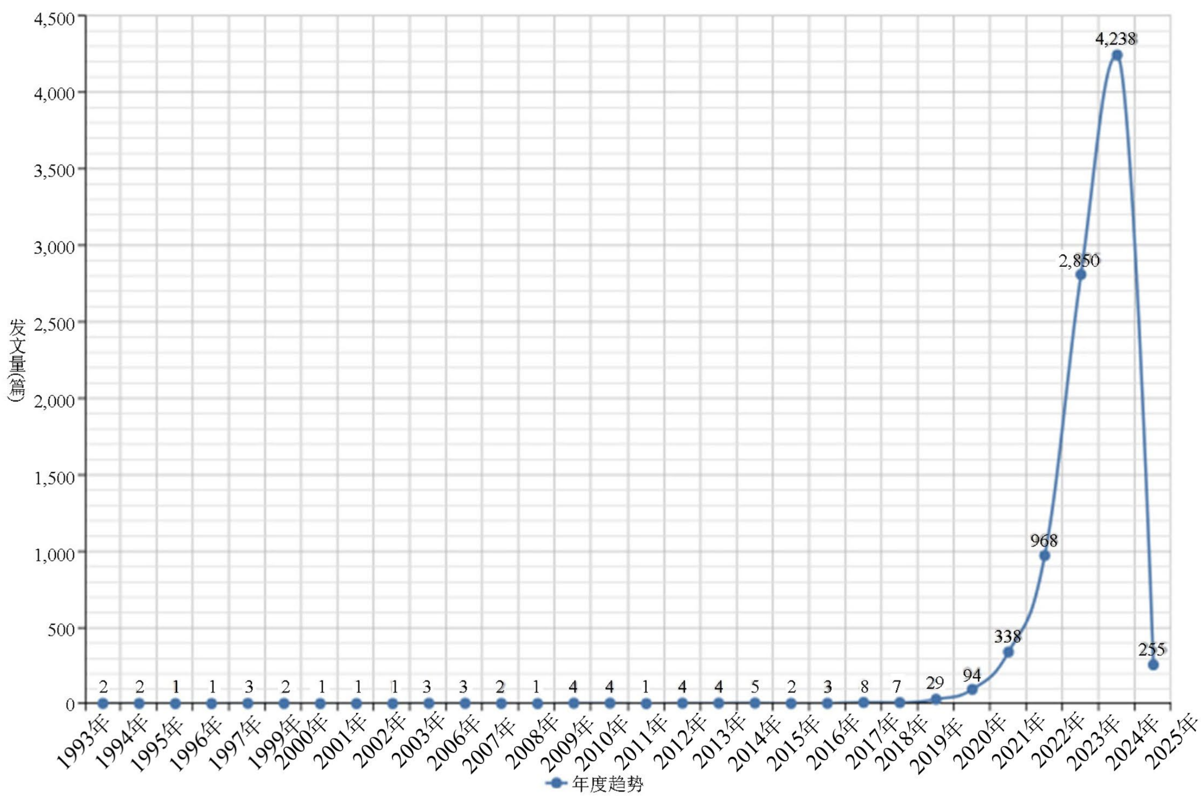

Figure 4. Statistical chart of the publication time of the literature with “large unit teaching” as the theme word
图4. 以“大单元教学”为主题词文献发表时间统计图

4. 教学案例

我们追根溯源，形成以初中相关知识轴对称、中心对称为基础，以定性定量的研究视角回顾的函数相关奇偶性、对称性、周期性等性质，以解决相关函数性质应用的单元复习教学，大单元教学设计结构

图如下图 5。

有关教学过程与复习题目如下：

以人教版对轴对称与中心对称的相关概念为例，如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形，这条线就是它的对称轴；把一个图形绕某一点旋转180°，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这个点对称或中心对称，这个点叫做对称中心，这两个图形在旋转后能重合的对应点叫做关于对称中心的对称点。初中阶段对于轴对称与中心对称的描述更加趋近于定性的描述。

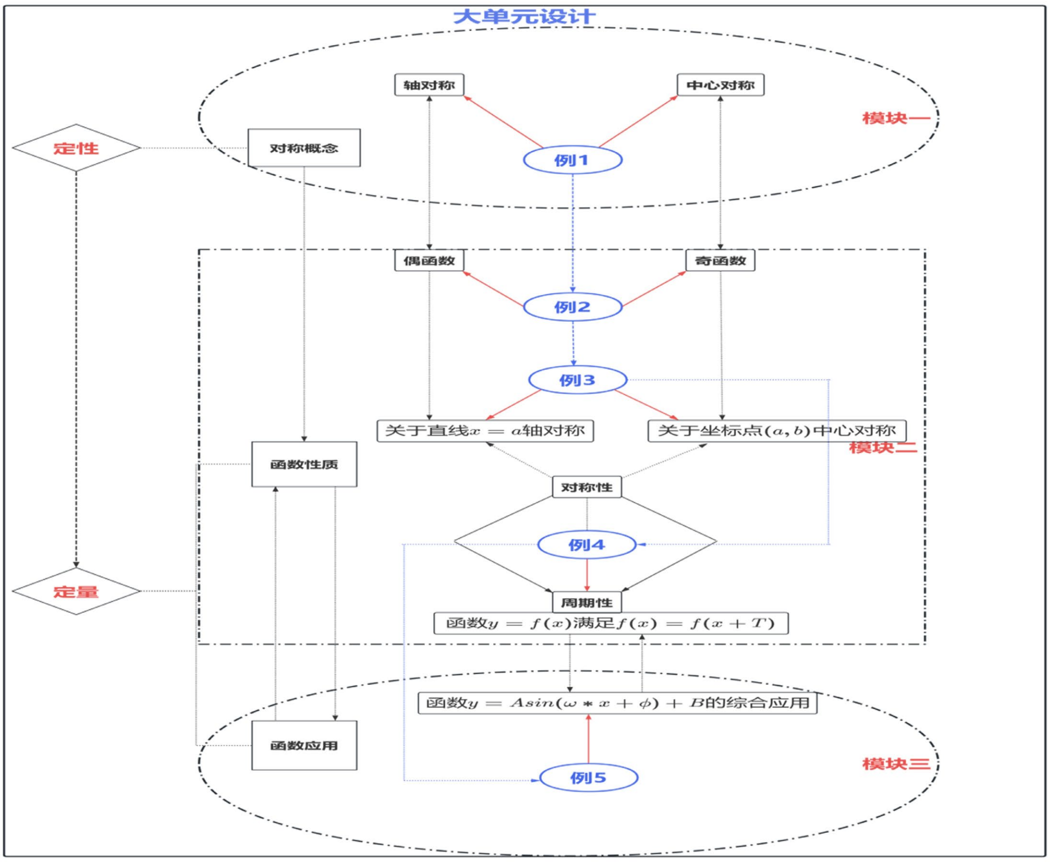

Figure 5. Teaching design structure of large units
图 5. 大单元教学设计结构图

如图 6，在平面直角坐标系中，对 ΔABC 进行循环往复的轴对称变换．若原来点 B 的坐标是 $(-5,2)$，则经过第 2025 次变换后，点 B 的对应点的坐标为( )

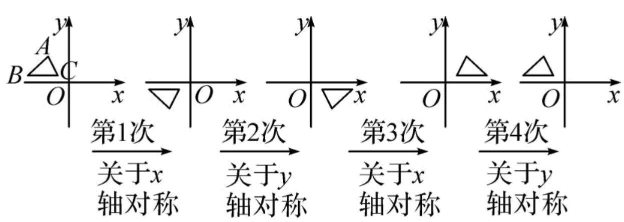

Figure 6. Example 1 topic diagram
图 6. 例 1 题目示图

【设计意图】通过上题案例，让学生意识到初中虽然在知识概念方面仅给出定性的描述，但题目当中已经通过对称点对应坐标来潜移默化的渗透对称的定量关系，即通过点坐标规律探索、坐标与图形变化——轴对称。通过回顾本题，培养学生几何直观、数据观念、抽象能力等核心素养。而到了高中阶段，我们则将初中的图形几何知识通过笛卡尔坐标系与代数产生联系，即函数。继而引导学生理解函数性质中的奇偶性、对称性则是对于初中对称相关概念定量描述的实质，奇函数实质就是对称中心为坐标原点的中心对称的函数，而偶函数实质则为对称轴为 y 轴的轴对称的函数。

例 2. 设 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x \geq 0$ 时，$f(x) = e^x - 1$，则当 $x < 0$ 时，$f(x) = ($ $)$

师：这个题是考察由奇偶性求函数解析式，大家怎么解决呢？

生 1：由 $f(x)$ 为奇函数，则有 $f(x) = -f(-x)$

师：具体应该如何求得 $x < 0$ 时，$f(x)$ 的解析式？

生 2：当 $x < 0$ 时，$-x > 0$，则 $f(-x) = e^{-x} - 1$，则由 $f(x)$ 为奇函数可知

$f(x) = -f(-x) = -(e^{-x} - 1) = -e^{-x} + 1$

【设计意图】该题采取了代换法，利用转化化归的思想，由上例 1 中“点”对称深入至“线”的对称，而函数的奇偶性，实质为特殊位置即坐标原点与坐标 y 轴的对称性，从例 1 到例 2 直到接下来的例 3，体现了数学学习由浅及深的特点以及从特殊到一般的数学思想，培养了学生数学抽象与数学运算的核心素养。

例 3. 已知函数 $f(x) = \ln\frac{x}{2-x} + ax + b(x-1)^3$ 证明：曲线 $y = f(x)$ 是中心对称图形；

师：在解决本题之前，我们先来回顾一下对称性的相关性质，

若 $y = f(x)$ 满足 $f(x+b) = f(a-x)$，则 $y = f(x)$ 关于 $x = \frac{a+b}{2}$ 轴对称；

若 $y = f(x)$ 满足 $f(x) + f(2a-x) = 2b$，则 $y = f(x)$ 关于点 (a,b) 轴对称；

当 $a = b = 0$ 时，即满足了函数的奇偶性，需要注意的是，函数的单调性是局部性质，但是奇偶性为整体性质，需要考虑定义域是否关于对称轴或对称中心对称，这是前提，大家要注意，所以第一步我们需要怎么做呢？

生 1：第一步我们应该先求出 $f(x)$ 的定义域。

师：怎么求呢？

生 2：需要满足使得函数有意义，即满足 $\frac{x}{2-x} > 0$，即 $0 < x < 2$。

师：若使得 $y = f(x)$ 是中心对称图形，$y = f(x)$ 需要满足哪个等式？

生 3：需要 $y = f(x)$ 满足对于 $\forall x \in (0,2)$，$f(2-x) = \ln\frac{2-x}{2-(2-x)} + a(2-x) + b(2-x-1)^3$

则 $f(x) + f(2-x) = \ln\frac{x}{2-x} + ax + b(x-1)^3 + \ln\frac{2-x}{x} + a(2-x) + b(1-x)^3 = 2a$

所以曲线 $y = f(x)$ 是中心对称图形，对称中心为 $(1,a)$。

【设计意图】在初高中衔接阶段，大量学困生浮现这一普遍现象，其原因之一便是学生对于知识的理解不到位，知其然而不知其所以然。通过以上题目与性质回顾，可以进一步帮助学生理解对称性数学符号语言的含义，内化知识理解。

例 4.设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x+1)$ 为奇函数，$f(x+2)$ 为偶函数，当 $x \in [1,2]$ 时，$f(x) = ax^2 + b$．若 $f(0) + f(3) = 6$，则 $f\left(\frac{9}{2}\right)$=( )

师：本题已知 $f(x)$ 对称性，由已知条件如何转化为数学语言呢？

生 1：由 $f(x+1)$ 为奇函数，可知 $f(-x+1)=-f(x+1)$ ①

由 $f(x+2)$ 为偶函数，可知 $f(x+2)=f(-x+2)$ ②

师：已知当 $x\in[1,2]$ 时的函数解析式，以及 $f(0)+f(3)=6$，如何将这两个条件与①、②两式产生联系呢？

生 2：利用 $f(x)$ 的对称性，找到 $f(0)$、$f(3)$ 与 $f(x),x\in[1,2]$ 的关系，即

$f(0)=f(-1+1)=-f(1+1)=-f(2)=-(a\times 2^2+b)=-4a-b$ ③

$f(3)=f(1+2)=f(-1+2)=f(1)=a+b$ ④

将③④代入 $f(0)+f(3)=6$，可得，$a=-2$ ⑤

又 $f(x+1)$ 为奇函数，当$x=0$时，$f(0+1)=-f(0+1),$

即 $f(1)=0,$ 则有 $f(1)=a+b=0$ ⑥，联立⑤ ⑥，可得 $b=2$

$\therefore f(x)=-2x^2+2,x\in[1,2]$，$f\left(\frac{9}{2}\right)=f\left(\frac{5}{2}+2\right)=f\left(-\frac{5}{2}+2\right)=f\left(-\frac{1}{2}\right)$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=f\left(-\frac{3}{2}+1\right)=-f\left(\frac{3}{2}+1\right)=-f\left(\frac{5}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}+2\right)=-f\left(-\frac{1}{2}+2\right)=-f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore f\left(\frac{9}{2}\right)=-f\left(\frac{3}{2}\right)=-\left[-2\times\left(\frac{3}{2}\right)^2+2\right]=\frac{9}{2}-2=\frac{5}{2}$$

师：同学们利用函数对称性求得参数 a,b，以此得到部分区间的函数解析式，这很好！但是大家去求解 $f\left(\frac{9}{2}\right)$ 函数值时，多次利用函数对称性进行化简，化简过程计算较多，略显繁琐，我们是否可以用其他方法来求解呢？

生齐：利用函数对称性求函数周期。

师：如果要利用函数周期性来解决问题，我们不妨先来回顾一下函数的对称性和周期性之间存在着的联系，根据我们刚刚回顾相关知识点，对称性有两种——轴对称、中心对称，那根据函数不同的对称性来求函数周期性的方法有几种呢？

生齐：第一，已知轴对称来求函数周期；

第二，已知中心对称来求函数周期；

第三，已知轴对称与中心对称来求函数周期。

师：我们首先先看第一类，已知轴对称来求函数周期，我们不妨设函数 $f(x),x\in R$，函数图象关于直线 $x=a$ 对称，且关于直线 $x=b(a\neq b)$ 对称，求证函数为周期函数并求得函数最小正周期。

生 2： 已知函数 $f(x)$ 关于直线 $x=a$ 对称，即 $f(a+x)=f(a-x)$，等价于 $f(x)=f(2a-x)$ ①

同理，函数 $f(x)$ 关于直线 $x=b$ 对称，即 $f(b+x)=f(b-x)$，等价于 $f(x)=f(2b-x)$ ②

由①②联立可得，$f(x)=f(2a-x)=f(2b-x)$。

师：同学们注意，接下来的思路需要我们用到数学解题思想中较为常用的方法之一——换元法，给大家一点提示，函数周期性的形式是 $f(x+T)=f(x)$，那具体我们应该如何做呢？

生 3：由已知 $f(2a-x)=f(2b-x)$，不妨令 $t=2a-x$，则有 $x=2a-t$，
$f(t)=f(2b-(2a-t))=f(t+2(b-a))$，最小正周期 T 为 $T=2(b-a)$。

师：大家要特别注意，最小正周期要注意“正”，是正数，b 和 a 的大小关系大家是否知道呢？所以最小正周期应该是？

生 4：最小正周期 T 应该为 $T=2|b-a|$。

师：再来看第二种情况，已知中心对称来求函数周期，我们不妨设函数 $f(x), x\in R$，函数图象关于点 $(a,0)$ 对称，且关于点 $(b,0), a\neq b$ 对称，求证函数为周期函数并求得函数最小正周期。

生1：已知函数 $f(x)$ 关于点 $(a,0)$ 对称，即 $f(x)+f(2a-x)=0$，等价于 $f(x)=-f(2a-x)$ ①。

同理，函数 $f(x)$ 关于点 $(b,0)$ 对称，即 $f(x)+f(2b-x)=0$，等价于 $f(x)=-f(2b-x)$ ②由① ②联立可得，$-f(x)=f(2a-x)=f(2b-x)$。

生2：与上一种情况类似，最小正周期 T 应该为 $T=2|b-a|$。

师：最后一种情况，已知轴对称与中心对称来求函数周期，我们不妨设函数 $f(x), x\in R$，函数图象关于直线 $x=a$ 对称，且关于点 $(b,0), a\neq b$ 对称，求证函数为周期函数并求得函数最小正周期。

生3：已知函数 $f(x)$ 关于直线 $x=a$ 对称，即 $f(a+x)=f(a-x)$，等价于 $f(x)=f(2a-x)$ ①

函数 $f(x)$ 关于点 $(b,0)$ 对称，即 $f(x)+f(2b-x)=0$，等价于 $f(x)=-f(2b-x)$ ②

由① ②联立可得，$f(x)=f(2a-x)=f(2b-x)$ ③

师：大家注意，③式与前两种情况略有不同，大家化简时要注意数学运算。

生4：仍然利用换元法，令 $t=2a-x$，则 $x=2a-t$，代入③式，可得 $f(t)=-f(2b-(2a-t))=-f(t+2(b-a))$，即 $f(t+2(b-a))=-f(t)$ ④，用 $t+2(b-a)$ 来替换④式中的 t，可得 $f(t+2(b-a)+2(b-)a)=-f(t+2(b-a))=-[-f(x)]=f(x)$，即 $f(x)=f(x+4(b-a))$，故而最小正周期 $T=|4(b-a)|$。

师：回顾完知识点后，由 $f((x+1))$ 为奇函数，$f(x+2)$ 为偶函数，即为第三种情况，代入以上结论，可以得到 $T=4$，故而 $f\left(\frac{9}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{2}$。

【设计意图】主线由对于对称相关概念定性的描述，至特殊的函数性质奇偶性的定量研究，而后不失一般性，即进一步回顾函数的对称性，将相关函数性质小模块复习过后，开始由内而外由函数奇偶性、对称性的理解，进一步应用推理得到函数周期性，将零星知识点串联，加强知识网络联系，帮助学生构建数学学科知识结构。

当然，除了利用对称性来求得函数周期性，还可以利用函数自身关系推出周期性，利用多个函数之间的关系推出函数周期性，以及利用函数及其反函数的对称关系来推出函数周期性等等，在这里由于篇幅限制，不做过多赘述。

通过回顾知识，即函数对称性来应用来求解函数周期性，那进而如何从函数的周期性和对称性来求解函数的解析式？

例5. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调，其中 ω 为正整数，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，且 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-f\left(\frac{\pi}{2}\right)$。则 $y=f(x)$ 图象的一个对称中心是( )；若 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 φ 的值为( )。

师：这一类型的题目多见于三角函数类型以及抽象函数类型的相关题目，以正弦函数类函数为例，$f(x)=A\sin(\omega x+\phi)+B$，由 $f(x+T)=f(x)$ 关系式，得到周期 T，$T=\frac{2\pi}{\omega}$，由此得到 ω，若函数关于直线 $x=a$ 对称，则可以得到 $a\omega+\phi=\frac{\pi}{2}+n\pi, n\in Z$，则可以得到 $\phi=\frac{\pi}{2}+n\pi-a\omega,\ n\in Z$；若 $f(x)=A\sin(\omega x+\phi)+B$ 关于点 (a,b) 对称，数形结合可知，$a\omega+\phi=n\pi, n\in Z$，可得 $\phi=n\pi-a\omega, n\in Z$，另 $B=b$。大家可以类比来求解一下例题。

生 1：由题干已知条件 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-f\left(\frac{\pi}{2}\right)$，可知 $f\left(\frac{\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}}{2}\right)=0$，即 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=0$，可知函数的一个对称中心为 $\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$。

师：那对应的两个参数如何求呢？

生 2：由已知条件 $f(x)=\sin(\omega x+\phi)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调，可知 $T\geq 2\left|\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right|=\pi$，$T=\frac{2\pi}{\omega}\geq\pi$，即 $\omega\leq 2$，又 ω 为正整数，故而 ω 可能取值为 1 或 2，由 $f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=0$，可知 $\frac{5\pi}{12}\omega+\phi=k_1\pi,k_1\in Z$ ①，又由 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，可知 $\frac{\pi}{4}\omega+\phi=\frac{\pi}{3}+2k_2\pi,k_2\in Z$ ②或 $\frac{\pi}{4}\omega+\phi=\frac{2\pi}{3}+2k_3\pi,k_3\in Z$ ③，联立①、②，①~②可得，$\frac{\pi}{6}\omega=-\frac{\pi}{3}+(k_1-2k_2)\pi,k_1$、$k_2\in Z$，化简得 $\omega=-2+6(k_1-2k_2),k_1$、$k_2\in Z$ (舍)

联立①、③，①~③可得，$\frac{\pi}{6}\omega=-\frac{2\pi}{3}+(k_1-2k_3)\pi,k_1$、$k_3\in Z$，化简可得，$\omega=-4+6(k_1-2k_3)$，由 k_1、$k_3\in Z$，易得 $(k_1-2k_3)\in Z$，又 ω 满足 $\omega_1=1$或$\omega_2=2$，故而当 $(k_1-2k_3)=1$时，$\omega=2$，将其代入③，可得 $\phi=\frac{2\pi}{3}+2k_3\pi-\frac{\pi}{2}$，$k_3\in Z$，即 $\phi=2k_3\pi+\frac{\pi}{6}$，$k_3\in Z$，又 $|\phi|<\frac{\pi}{2}$，故而 $k_3=0$时$,\phi=\frac{\pi}{6}$。

上述案例举例说明了由函数对称性来求得函数周期性、由函数对称性、周期性来求得函数解析式，那由函数周期性逆推函数对称性的过程在下面大家一起回顾一下。

师：若对于函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x)=f(x+T)$，其中 T 为函数的周期。令 $x=t-\frac{T}{2}$，可得 $f\left(t-\frac{T}{2}\right)=f\left(t+\frac{T}{2}\right)$，则有函数 $y=f(x)$ 关于 $x=\frac{\mathrm{t}-\frac{\mathrm{T}}{2}+\mathrm{t}+\frac{\mathrm{T}}{2}}{2}=t$ 轴对称。那如何确定 t 呢？

生 1：可采用特值法，令 $x=0$，即 $t=\frac{T}{2}$，即可确定 t 的值。

师：特值法不够直观，大家可以采取更直观的方法吗？

生 2：不妨假设函数 $y=f(x)$ 周期为 $2a$，即 $f(x)=f(x+2a)$，同上用 $x-a$ 替换 x，可得 $f(x-a)=f(x-a+2a)=f(x+a)$，故而函数 $y=f(x)$ 图像关于 $x=a$ 对称。

师：一般来说，仅由函数的周期性不能直接推出函数具有中心对称性质，但如果结合函数的其他性质或条件，就可以由周期性推出中心对称。

【设计意图】由函数的奇偶性、对称性推导函数周期性，应用于三角函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\phi)+B$，同时又由具体三角函数来考察函数性质综合应用，建构了两个模块的联系。

函数的奇偶性、对称性不仅可以在函数周期性等函数性质综合应用方面使用颇多，在高等数学的应用也用途广泛，在数学分析、空间几何方面、级数理论、复变函数、常微分与偏微分方程等等方面都具有广泛的应用，知识结构图如图 7。

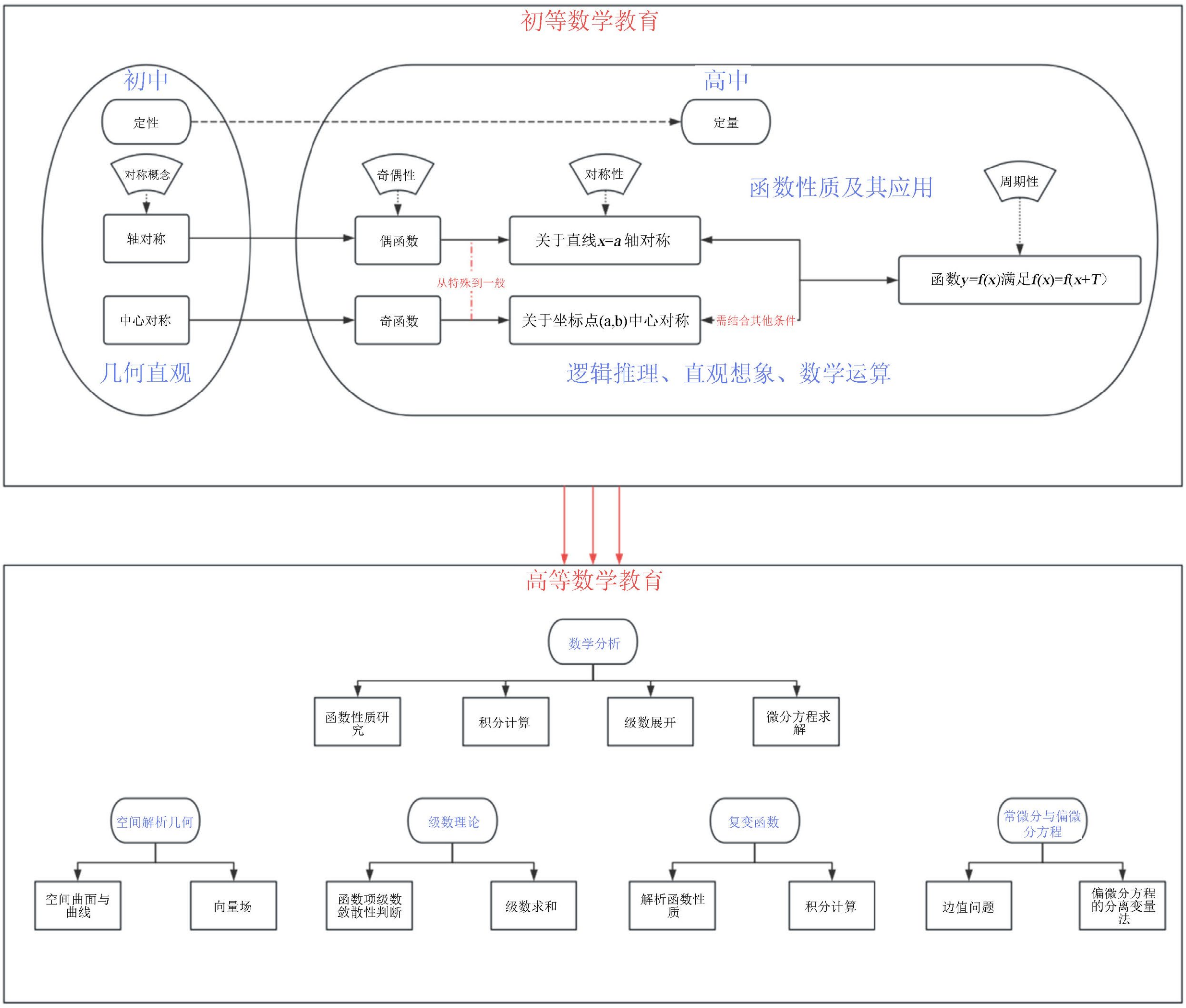

Figure 7. Knowledge structure diagram
图 7. 知识结构图

5. 目前初高中数学教学衔接存在的问题

5.1. 学生层面

5.1.1. 初高中数学学习过程当中学生的学习方式方法变化把握不到位

在初中数学学习阶段，无论是五四制学制还是六三制学制，初中数学课时较为充裕，学生的课业相对较为轻松，知识深度尚浅，大部分学生并未养成自学的良好学习习惯，由奥苏伯尔根据学生进行学习的方式，把学生的学习分为接受学习和发现学习，则可知初中学生大都以接受式学习为主，学生并没有养成自主预习、自主学习、及时反思、复习的系统学习与主动发现学习的方式态度与习惯。而进入到高中学习阶段，一方面数学知识深度陡增，学生以被动的接受式学习方式与态度对待，即开始出现成绩大幅度下滑、对数学学习态度与学习兴趣开始丧失的现象，继而形成恶性循环，成绩一蹶不振者不在少数。另一方面，由于客观原因，学校教师进行“赶课”、“赶进度”的现象，将本就相对而言较为紧张的高中数学课时进一步进行了压缩，三年的课程以两年甚至一年半的时间就予以完成，进一步提高了学生的学习方式方法转变速度的要求。

5.1.2. 初高中数学学习过程当中学生对于学习环境的转变缺乏对应的心态调整意识与能力

一方面，由于初中学生生理与心理原因，中学生进入青春期后，由于生理成熟与心理成熟的不平衡性，受自我意识觉醒等因素的影响，心理发展呈现出错综复杂、矛盾重重的局面[8]。由于其青春期独立心理、对立心理以及偏激心理等等方面，且初中生虽有独立心理却缺乏独立能力，故而缺乏对于学习环境转变的心态调整意识与能力；另一方面，初中学习环境氛围较为轻松、活泼，知识较为具象，较为贴近实际生活，学生在心态上觉得较为容易接受，而高中数学知识相对较为抽象化，核心素养对于逻辑推理、数学建模等方面要求较高，前后学习环境差异对比度较高，而学生缺乏对应的心态调整能力。

5.2. 教师层面

5.2.1. 初高中数学衔接知识的相关知识点初高中教师之间沟通缺乏

对于现阶段的教育现状，初高中的老师更加注重在各自学科教学年级学段进行备课与教学交流，而对于义务教育阶段与普通高中教育阶段的跨阶段的备课与交流学习活动较为少见，导致初中老师所授与学生的相关知识基础与高中教师所要求的程度存在一定的差距，例如对于十字相乘法，这一知识点在义务教育阶段并没有统一要求，各个地区学校对此知识点要求也参差不齐，对于义务教育阶段的数学学习过程当中，计算量相对较小，要求相对不高，故义务教育阶段部分教师只讲解了二次项系数为 1 以及不含有参数的一元二次方程的十字相乘法，而对于二次项系数不为 1 以及含有参数的一元二次方程的十字相乘法则不做要求。而对于普通高中数学教育阶段，一元二次方程计算的要求较高，不管是数量还是计算技巧的要求上，普通高中数学教育阶段要求明显更高，对于十字相乘法的要求相对更高，更完善。而处于义务教育阶段的部分教师会因为缺乏对于普通高中教育阶段数学教学要求的了解，缺乏与普通高中教育阶段数学老师们的沟通交流学习，导致了忽视该方法对于学生的讲解与训练。

5.2.2. 初高中数学相关知识点难度跨越较大

对于同一定义的概念理解，初高中不同阶段的区别较大，例如对于函数这一定义，在初中阶段对于函数的定义，以人教版初中八年级下册为例，“一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y，并且对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量，y 是 x 的函数”，更加强调自变量与因变量的对应关系，而到了高中阶段，以人教 A 版必修一为例，“一般地，设 A，B 是非空的实数集，如果对于集合 A 中的任意一个数 x，按照某种确定的对应关系 f，在集合 B 中都有唯一确定的数 y 和它对应，那么就称 f：$A \to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数，记作 $y = f(x)$，$x \in A$”，则更加强调了对于自变量与因变量抽象成为一个集合，函数的对应关系则抽象成为了集合与集合之间的对应关系，抽象成为映射关系，既抽象提取了函数的概念，又将集合的知识融入其中。再例如初中所学的正比例函数，反比例函数，二次项系数为 1、一次项系数与常数项为 0 的二次函数，在初中阶段是分开学习其函数图像以及其各自性质，而高中阶段则将其与其余两类函数归纳为幂函数，而一次项系数与常数项为 0 的二次函数又作为抛物线的其中一类圆锥曲线，对于二次函数的概念性质意义，在高中阶段得到了较多的延伸，且知识点之间的联系比起义务教育阶段更加紧密，正如瑞士心理学家皮亚杰的结构主义所道，普通高中数学教育阶段更加注重学科的基本结构。

5.2.3. 初高中数学教学教师的教学方法与策略的跨越较大

对于义务教育阶段，初中数学课程学习的知识较为简单，且课时安排较为充裕，对比高中教育阶段，高中数学相对来说恰恰相反，课时量较为紧张，且知识深度要求较高。故而初中数学教师针对以上实际情况，可以对于重点、难点进行大量反复的针对性练习，而对于逻辑思维与问题解决能力的要求不高，

《义务教育数学课程标准》对于初中教育阶段的要求较为简单，故而部分教师采用的记忆背诵公式、总结口诀、大量针对性练习等等方式可以有效提高学生的成绩；而进入高中阶段，《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》对于高中教育阶段学生的要求更为细致明确，提出了六大核心素养，对于数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象等方面的考察更加明显，且高中阶段数学课时量相对较为紧张，教师在完成知识讲解之后，需要学生自行领悟，自行进行课后反思，需要学生学会主动学习，对于高中数学知识进行逻辑推理，学会活学活用，结合数学高考大纲，进行贴合实际问题与传统文化的练习，例如解三角形、三角函数与立体几何，要学会抽象理解对于任意角的画法，再例如解三角形题目当中，如何选择由已知条件如几边几角来求得剩余三角形的边与角，以及三角形的面积与性质等等，再例如要会进行恰当的数学模型来简化题目难度，如求得正四面体的外接球与棱切球问题，可以建立对应的立方体模型，由正方体面对角线构成的正四面体，其正方体的内切球与正四面体的棱切球的一致，对应正方体的外接球与正四面体的外接球一致。而诸如此类问题需要教师引导学生练习并且不断自主加强数学建模、逻辑思维、问题解决等等能力。

6. 核心素养下初高中数学教学衔接的意义

在核心素养背景下，有效的进行初高中数学教学的衔接，对于学生而言，可以有效保持并提高对于数学甚至延伸至相关理工类学科科目的学习兴趣以及探索欲，培养学生的独立自主学习能力，学生对于学习的方式由接受式逐渐转变为主动学习，且对于学生于青春期内顺利过渡初高中数学学习阶段起到了至关重要的作用，并且为学生将来由中学阶段升入大学阶段，由初等数学过渡到高等数学的学习奠定了一定的基础与经验借鉴。

于教师而言，若能有效实现初高中阶段的数学教学衔接，则可以使得初中阶段教师对于相关知识点的思考立足点更高，讲解内容与目标则将更为有的放矢；对于高中教师而言，数学衔接学习则使得教师更为了解学生的学习方式，促进教师教学模式的进一步改进，使得其与学生的学习方式更加贴合，以促进实现更加高效的教学。

7. 核心素养背景下初高中数学教学衔接的具体策略

7.1. 学生层面

7.1.1. 学生应积极提高适应能力，积极实现自我调节

自我调节学习能力强者能选择合理的学习策略，并正确评估其进步，进而及时改变学习策略、调整行为，取得最佳学习效果(Zimmerman & Kitsantas, 2014)。Dent 和 Koenka (2016)开展的元分析表明儿童和青少年的自我调节学习和学业成绩呈显著正相关[9]。自我调节学习机制包括三个构成要素：第一，元认知学习策略，涵盖学习计划的制订、学习过程的监控和学习过程的调节；第二，对课程学习材料的管理；第三，对认知策略的运用[10]。

7.1.2. 学生应积极改进自己的学习方式，提高其元认知水平

在初中数学学习阶段，更注重数学学习习惯与思维潜移默化的培养与核心素养的渗透，更偏向于对于学科知识的了解以及对于数学概念，而到了高中阶段则更偏向于对于知识框架的把控与应用，培养其数学实践应用解决问题的能力，培养其数学核心素养[11]。所以在初中阶段，学生应该有意识地培养将知识点串联成框架体系的能力，根据王光明等人“高效率数学学习心理特征模型”的研究结论，对于高效率数学效率学习影响因素包含动机、态度、意志和元认知4个层面[12]。后王光明等人通过对初、高中生高效率数学学习相关研究，得出高效率数学学习学生的元认知策略显著高于普通组与低效组学生的结论[13] [14]。唐剑岚、周莹等人将数学元认知划分为数学元认知知识、数学元认知体验、数学元认知调控，

并进一步细化分了 9 个因素[15]。故而提高其自身元认知水平，选择适合自己的元认知策略，积极改变自己的学习方式尤为重要。

7.2. 教师层面

7.2.1. 教师应该积极引导学生，树立成就目标，提升学生自我效能感

苏联著名教育家马卡连柯曾说：“培养人，就是要培养他对前途的希望。”激发学生的学习兴趣，保持自初中至高中的数学兴趣的心态衔接；紧紧围绕核心素养提高学生的解决问题的能力。相较于义务教育阶段的数学知识而言，高中阶段数学课程任务紧而密，《论语·子路》有言：“亲其师，信其道。”教师应积极引导学生，可以根据刘惠军和郭德俊编制的“成就目标问卷”中掌握趋近、掌握回避、成绩趋近和成绩回避 4 个维度[16]，设计成就目标，重点培养学生的掌握趋近目标，避免出现成绩回避目标，引导学生全身心投入到数学学习中，才能更好地适应高中数学学习节奏[17]。

由班杜拉的社会学习理论，自我效能感强的学生能更好地调节自己的学习活动[18]，而教师可以通过多种不同方式来提高学生的自我效能感，例如可以通过项目式学习、采取多样化的评价方式等多种途径鼓励、引导学生，提升学生的自我效能感[19]。

7.2.2. 初高中教师之间应加强联系，形成大单元教学模式

《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》在教学建议中强调：“教师要整体把握教学内容，把握数学知识的本质，理解数学知识产生与发展过程中所蕴含的数学思想，在此基础上，探索通过什么样的途径能够引发学生思考，让学生在掌握知识技能的同时，感悟知识的本质，实现教育价值。”[2]大单元教学是相对于自然单元教学更具完整意义的大教学结构体例[20]。教师应该科学地积极打破章节壁垒，积极引导学生形成知识框架，从而内化可以灵活运用知识概念，而不是“僵硬固化”的死记硬背，单纯套用二级结论、衍生结论等，否则题目可能稍作变形学生又被“障目”。同时教师应该积极调整教学方式，与时俱进紧跟时代脚步，积极合理运用现代多媒体教学技术，真正将传统知识与现代教学技术相融合，将数学这类抽象科学以较形象具体的形式多维度地呈现给学生，使其真正学透而不是被“填鸭”。

7.2.3. 应该积极呼吁家校学生三方合作，以全方位促进学生顺利过渡初高中衔接阶段

2021 年，中共中央办公厅、国务院办公厅出台《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》提出“完善家校社协同机制”、“进一步明晰家校育人责任，密切家校沟通，创新协同方式，推进协同育人共同体建设”等要求[21]。在“双减”背景下为了更好使在学生初高中学业压力陡增、青春期心理变化波动较大的时期更好的平稳过渡，不至于学生心理浮动以及学业成绩极差过大，家校学生三方合作面临着困难较多，多地域性以及无固定组织无固定形式活动等困境，学校应占据主导地位，提供平台环境条件，完善家校合作环节，积极引导家长配合做好教育工作，让学生无论身处何时何地都可以接受健康完善的教育环境，终身教育使得个人在纵向发展上受得良好的指引，家校协同合作则可以使学生在青少年时期感受到横向多方位的教育环境。

基金项目

新疆维吾尔自治区一流本科课程(空间解析几何)建设项目；新疆师范大学本科教学质量工程建设教学研究与改革项目(SDJG2022-17)；新疆师范大学数学与应用数学专业基础课程群教学团队资助。

参考文献

[1] 中共中央、国务院印发《教育强国建设规划纲要(2024-2035 年)》[J]. 考试与招生, 2025(2): 2.

[2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[3] 梁启超. 中学以上作文教学法[M]. 北京: 首都经济贸易大学出版社, 2012.

[4] 李薇. 大单元教学模式在中职《图形图像处理》课程中的研究与应用[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东师范大学, 2024.

[5] 崔允漷. 如何开展指向学科核心素养的大单元设计[J]. 北京教育(普教版), 2019(2): 11-15.

[6] 崔允漷. 素养本位的单元设计, 助力各国进入“素养时代” [J]. 上海教育, 2021(32): 22-25.

[7] 中华人民共和国教育部. 关于推荐义务教育教学改革实验区和实验校的通知[EB/OL]. 2023-12-18. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A06/s3321/202401/t20240102_1097465.html, 2024-05-23.

[8] 柯加瑜. 中学生逆反心理的分析与应对策略[J]. 中小学心理健康教育, 2019(32): 56-59.

[9] 孙文杰, 郭凯玥, 赵晓萌, 张佳佳, 雒瑞帆, 司继伟. 高中生成就目标定向与学业成绩的关系: 以自我调节学习为中介[J]. 心理研究, 2024, 17(1): 78-86, 96.

[10] 徐惠娟. 大学生线上课程自我调节学习状况调查工具——MSLQ 和 OSLQ 量表的比较[J]. 英语教师, 2021, 21(16): 166-170.

[11] 王强. 从知识和方法上看课程衔接[J]. 中学生物教学, 2023(4): 80.

[12] 王光明, 刁颖. 高效数学学习的心理特征研究[J]. 数学教育学报, 2009, 18(5): 51-56.

[13] 廖晶, 王光明, 黄倩, 等. 高中生高效率数学学习策略特征及对数学学业水平的影响路径[J]. 数学教育学报, 2016, 25(5): 61-66.

[14] 崔宝蕊, 李健, 王光明. 初中生数学元认知水平调查问卷的设计与编制[J]. 数学教育学报, 2018, 27(3): 45-51.

[15] 唐剑岚, 周莹, 汤服成. 数学问题解决中的元认知问卷量表的设计[J]. 数学教育学报, 2005, 14(4): 44-48.

[16] 刘惠军, 郭德俊. 考前焦虑、成就目标和考试成绩关系的研究[J]. 心理发展与教育, 2003, 19(2): 64-68.

[17] 王帅. 成就目标对高中生数学成绩的影响——一个有调节的中介模型[J]. 数学教育学报, 2023, 32(4): 28-35.

[18] Hackett, G. and Betz, N.E. (1989) An Exploration of the Mathematics Self-Efficacy/Mathematics Performance Correspondence. *Journal for Research in Mathematics Education*, **20**, 261-273. https://doi.org/10.2307/749515

[19] 付钰, 綦春霞. 师生关系与数学学业成绩的关系研究: 自我效能感与数学焦虑的中介作用[J]. 数学教育学报, 2023, 32(1): 25-30.

[20] 张优幼. 指向认知结构生长的大单元教学[J]. 教学与管理, 2019(26): 31-33.

[21] 中共中央办公厅、国务院办公厅印发《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》[EB/OL]. 2021-05-21. https://www.gov.cn/zhengce/2021-07/24/content_5627132.htm, 2023-02-13.