

高等数学“学思用”思维进阶的教学创新设计

——以微分方程的概念及可分离变量方程为例

刘丽英, 胡亚萍, 张希彬

天津科技大学理学院, 天津

收稿日期: 2025年2月14日; 录用日期: 2025年3月13日; 发布日期: 2025年3月21日

摘要

以高等数学课程中的“微分方程的概念及可分离变量方程”内容为例, 深入探究了以“学思用”数学思维进阶为主线的教学创新设计。对教学内容进行重构, 融入思政元素, 采用案例式教学, 通过线上至线下、自学至互学、低阶至高阶、理论至应用的有机转化, 有效提升学生高阶数学思维的培养。

关键词

教学创新, 高等数学, 教学设计, 思维进阶

Innovative Teaching Design for Advanced Thinking of “Learning, Thinking, and Applying” in Higher Mathematics

—Taking the Concept of Differential Equations and Separable Variable Equations as an Example

Liyang Liu, Yaping Hu, Xibin Zhang

College of Sciences, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin

Received: Feb. 14th, 2025; accepted: Mar. 13th, 2025; published: Mar. 21st, 2025

Abstract

Taking “the concept of differential equations and separable variable equations” in advanced mathematics courses as an example, this study explores in depth the innovative design of teaching that focuses on the advancement of mathematical thinking through “learning, thinking, and application”.

Refactoring the teaching content, incorporating ideological and political elements, adopting case-based teaching, and effectively enhancing the cultivation of students' higher-order mathematical thinking through the organic transformation from online to offline, self-learning to mutual learning, low-level to high-level, and theory to application.

Keywords

Teaching Innovation, Advanced Mathematics, Teaching Design, Advanced Thinking

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等数学在大学课程体系及数学学科等领域中占据着极其重要的地位，是理工科、经管类等专业的公共基础必修课。在自然科学、工程技术、社会科学等诸多领域的研究中，高等数学不仅是建立数学模型的关键，也是进行理论分析的重要工具。它有助于培养学生的逻辑思维能力、抽象思维能力以及创新思维能力。在数字化、信息化快速发展的时代背景下，各行业对于具备数学素养和计算能力的人才需求日益旺盛。因此，掌握高等数学知识能够让学生更好地适应社会发展，并在就业和未来职业发展中占据更大的优势。

2. 高等数学教学现状分析

2.1. 思政融入不足，方式刻板，缺乏时代感

在传统高等数学的教学中，思政案例的融入较为匮乏，且方式生硬刻板[1]。这些案例通常未能与当下社会热点、科技发展前沿以及学生关注点紧密结合，不易通过实际案例和生活情境有效地渗透思政教育。因此，学生难以在具体情境中感知高等数学与现实生活及社会发展的关联，不易产生情感共鸣和学习兴趣，甚至可能引发逆反心理。

2.2. 课程内容陈旧，缺乏新意

高等数学作为一门历史悠久的学科，其理论体系已相当完备。然而，教学内容却显得陈旧且缺乏新意[2]，就如同那些不感兴趣的抖音小视频一样，很可能在第二秒就被学生所忽略。在大多数学生心目中，“枯燥”、“刻板”、“抽象”成为了高等数学的代名词。例题和习题题型较为固定，多是对基本公式和定理的简单套用，以及抽象的数学计算和证明，缺乏创新性和挑战性。这些内容与实际生活、科研及工程应用联系不紧密，使得传统静态的教学内容与当前动态变化的学情之间越来越不协调，难以激发学生的内在学习动力和创新思维。

2.3. 数学思维进阶不深入

在传统课堂教学中，由于课程内容繁多且课时紧张，教师难以有效兼顾基础知识训练和高阶思维的培养。在实际教学过程中，教师往往更偏重于“基础知识”的传授，而对于高阶思维及挑战度的训练则严重不足。学生高阶思维能力欠缺[3]，解题思路固化，对抽象知识的深度理解和广度学习受到限制。面对新的问题时，学生常常感到束手无策。因此，高校教师应顺应信息化社会发展的趋势，在保障学生系统掌握基础知识的同时，深入思考如何提高数学课程的高阶性[4]，以实现学生数学思维的层层进阶。

3. “学思用”数学思维进阶式培养的教学创新设计理念

“学思用”数学思维进阶式培养的教学创新重点为引导学生从学习数学知识(学),到思考数学原理(思),再到应用数学知识解决实际问题(用),形成一个循序渐进、逐步提升的数学思维进阶过程。这一设计理念强调将理论学习与实践应用紧密结合,不仅注重学生对数学基础知识的掌握,更重视培养学生的数学思维能力、问题解决能力和创新能力。

本文从高等数学课程自身独有的特性出发,实践了“1学时线上+1学时线下”的混合式教学模式,紧密围绕“学思用”思维进阶这一主线,遵循“从线上至线下、从自学至互学、从低阶至高阶、从理论至实践”的育人路径,精心设计了环环相扣的教学流程,即五步教学法:自主学习、问题复盘、深学重点、应用提升、拓展创新。该流程充分融合问题试错教学法、启发互动教学法以及案例探究教学法,在模块化教学内容中渗透数学建模的思想[5],有效培养学生的高阶思维能力。

通过这一精心设计的教学流程,学生不仅能够学会自主学习、独立思考,还能将所学知识灵活应用于解决实际问题中,从而逐步积累数学思维和实践经验,有力促进数学核心素养的形成与发展。

4. “学思用”思维进阶创新模式在“微分方程的概念+可分离变量方程”中的教学设计

4.1. 学情分析

经过大一第一学期对高等数学上册的学习,学生已经扎实掌握了一元函数微积分的基础知识,明确了变化率的实际意义,并能够熟练地进行相关运算。在此期间,他们的自主学习能力得到了显著提升,逐渐习惯于利用信息化手段和工具进行在线学习,能够熟练地运用雨课堂、智慧树平台以及QQ群等学习工具。特别是在第六章定积分应用的学习中,学生对微元法的步骤及其重要性有了初步了解。然而在运用微元法描述相关应用问题并建立数学模型方面的能力尚待进一步加强和培养。

4.2. 教学目标

4.2.1. 知识目标

理解微分方程的基本概念;清晰阐述解、通解、特解三者之间的区别;准确判断一阶可分离变量方程的类型;熟练掌握求解可分离变量微分方程的通解和特解的方法;记住并灵活运用一些常用的思想来处理求解过程中的细节问题;写出两种人口增长模型的具体形式,并能阐述每个模型的优缺点。

4.2.2. 能力目标

学生能够利用微元法和变化率的微积分思想描述一些实际问题,设计解决问题的方案,建立数学模型,评价模型的优缺点,提高数学建模应用能力和思辨能力。通过从人口指数增长模型到人口阻滞增长模型的逐步改进和优化开发学生的发散创新能力,增强科研意识。

4.2.3. 素质目标

通过小组活动对自学作业进行讨论和点评,有效锻炼学生清晰表述问题的能力;通过融入思政案例,介绍中国人口增长数据及其在全球范围内的占比之重,提升学生的民族自豪感,培养家国情怀;通过分析人口增长过快所带来的人口老龄化现象的严重性,强化学生的社会责任感;通过不断挖掘模型可改进和优化的潜力,培养学生精益求精的科学精神;通过小组协作和成果展示,锻炼学生的动手实践能力和团队协作意识。

4.3. 教学内容重构

依据课程目标,重构教学内容。首先分解教学内容所有知识点,按照难易程度分类,构建三个教学

模块：自主学习模块、思维进阶模块和高阶挑战模块。自主学习模块重点包括低阶知识，侧重于基础知识记忆，由学生课前线上学习完成；思维进阶模块主要针对于抽象概念的深度理解、解决问题的细节技巧和难点剖析等中高阶知识，通过线下课堂挑战进阶；高阶挑战模块着重于引入应用案例，使内容更具新颖性，提高吸引力，引导学生将抽象的实际问题转化为符号表达，建立数学模型，促进学生的高阶知识内化，实现从学生“学知识”到“用知识”的转变。利用虚拟数学实验辅助演示，将原本抽象的概念具体化、形象化，使之更加直观易懂，有效助力思维进阶。

课节《微分方程的概念及可分离变量方程》的教学内容重构设计如图 1，按照知识点的难易程度划分为三个模块，并融入人口老龄化的思政案例和人口增长规律探究的应用案例，丰富教学内容。重构前，内容陈旧、重理论；重构后，内容新颖、贴近生活，并且进阶层次分明。

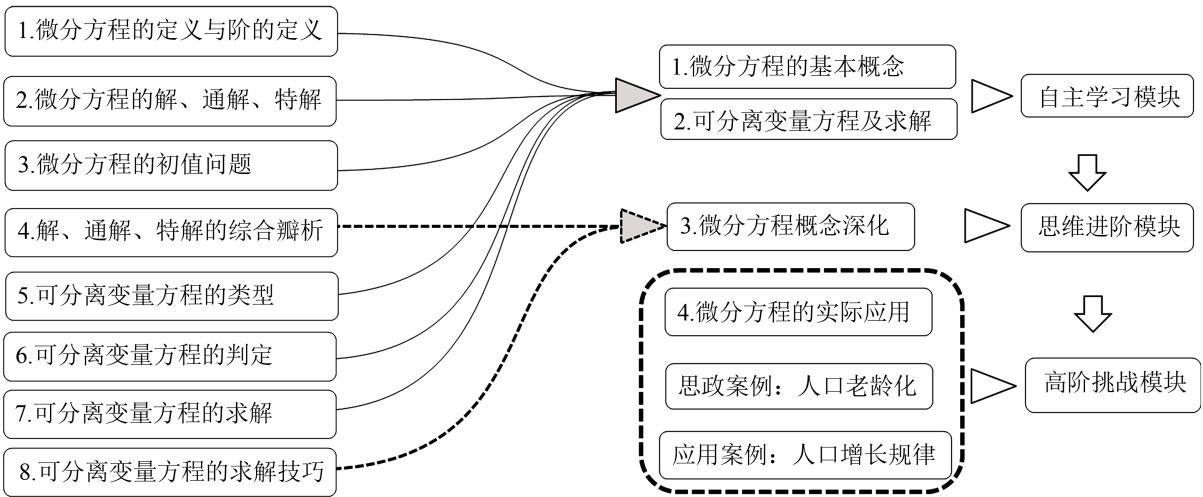


Figure 1. Concept of differential equations and reconstruction of separable variable equations in the course content
图 1. 微分方程的概念及可分离变量方程课节内容重构

4.4. 教学内容与资源建设相融合

通过智慧树平台创建班级 SPOC，自建电子课件、电子教案、导学提纲、微课视频库(智能答疑：课程回放、作业小题解答、能力拓展解答视频等)、自学检测试题(自测自评)、思政案例、应用案例等课程资源，与教学内容设计有效融合(如表 1)。

Table 1. Integration design of classroom teaching content and resource construction
表 1. 课节教学内容与资源建设融合设计

学时	教学内容	资源建设
线上 自主学习 1 学时	微分方程的概念(重点) 可分离变量方程的类型(重点) 可分离变量方程的求解(重点)	设计自学要求，问题导向明确 设计自测试题，检验学习效果
线下 课堂互动 1 学时	微分方程概念的深化(重点、难点) 微分方程的实际应用(重点、难点) 应用案例：人口老龄化问题 人口指数增长模型 人口阻滞增长模型	设计教学课件，条理清晰 设计建模案例，专业支撑 设计思政案例，立德树人

续表

课后	查阅文献, 动手实践 自测自评, 强化训练 复习回顾, 查漏补缺 按需所取, 个性培养	自评自测作业(智慧树, 12 道) 作业解答视频(智慧树, 11 个) 课程回放视频(智慧树) 原创精制课件(智慧树) 主观题作业(QQ 群) 个性化综合提高题目(QQ 群)
----	--	--

4.5. 教学方案实施

教学过程设计依据教学内容的三个模块及“学思用”思维进阶五步教学法, 实践“1+1”混合式教学设计教学实施方案(如表 2)。课前学生主动观看视频, 完成自学任务, 进行线上自测自评。课中教师引导学生主动反思查漏补缺, 并进行变式训练, 强化要点。针对重点问题的深度理解, 课程组分工总结整理每个章节中重点问题常见的易错点并细致归类, 在教学中充分发挥试错教学法优势, 设计《我来当裁判》活动, 精选有代表性的学生作品进行展示, 学生分组研讨, 在互相交流中主动发现问题, 进行深入分析, 找出问题的症结, 由小组代表进行点评, 变“教师主动强调、三令五申”为“教师展示、学生主动评判”, 化被动为主动, 化灌输为思考, 培养学生主动思考并表述问题的能力、敢于质疑的精神及团队协作的意识。

Table 2. Teaching plan implementation design
表 2. 教学方案实施设计

教学环节	教学内容	用时	教师活动	学生活动	设计意图
课前 自主学习 (低阶认知)	微分方程的概念、 一阶可分离变量 方程求解	30 min	设计自学提纲, 智慧树 平台 SPOC 发布学习任 务和教学资源	教学平台上观看 相关视频, 结合教 材和自学提纲完 成自主学习	解放学习的时间 和空间, 学生处处 能学、时时可学, 减少满堂灌
课前 基本知识 (自学检测)	根据自学视频内 容自制的测验题 目	10 min	教学平台上发布自学检 测, 测试结束收集错 误率较高的题目	完成教师布置的 自学测试题	检验自学效果, 督 促学生认真完成 自学任务, 落实过 程考核
课中 自学反馈 (问题复盘)	展示自学检测中 错误率较高的题 目, 变式训练	5 min	引导学生思考抽象概念 的关键点及概念间的区 别	阐述自己的理解, 互相补充要点, 利 用雨课堂二次作 答	深化抽象概念的 理解, 清扫自学盲 点
课中 深学重点 (小组研讨)	可分离变量方程 求通解易错点及 技巧处理辨析与 评判	8 min	设计《我来当裁判》小组 活动, 引导学生分组讨 论, 利用雨课堂随机点 名抽取小组点评, 最后 教师总结点评	借助智慧教室侧 屏分组讨论, 选定 小组代表对问题 进行评判	变“教师主动强 调、三令五申”为 “教师展示、学生 主动评判”, 化灌 输为思考, 培养学 生敢于质疑的精 神
课中 案例引入 (思政育人)	世界人口和中国 人口数据, 人口政 策调整, 人口老龄 化分析	4 min	引导学生思考人口政策 调整原因, 人口增长过 快或过缓带来的社会问 题	观察, 思考	激发兴趣; 家国情 怀; 民族自豪感; 社会责任感

续表

课中 应用提升 (广度学习)	人口指数增长模型(马尔萨斯模型)	17 min	通过问题驱动促进师生互动,引导学生建立数学模型	与教师互动,小组协作,展示成果,讨论思考	剖析难点,培养建模思想,提升数学应用能力和思辨能力
课中 拓展创新 (高阶挑战)	人口阻滞增长模型,即: logistic 模型	14 min	提出问题: 启发学生结合实际情况讨论改进方案并分析	与教师互动,小组协作,展示成果,讨论与思考	逐步提升学生的高阶思维
总结	本节课内容	2 min	发布总结任务	概览内容框架	形成知识体系,引发情感共鸣

本节课针对于可分离变量方程求通解过程中常遇到的几个关键问题:任意常数的处理技巧、积分后选择恰当的表示形式、以及如何将通解表达为最简洁的形式。在传统教学中,教师通常主动且反复地强调这些注意点,采用单向灌输的方式,导致学生大部分时间处于被动接受和记忆的状态,印象不深。通过设计《我来当裁判》这个活动,让学生成为学习的主体。在活动中,学生将主动观察、互相讨论,通过对比和评判来区分不同点,从而在分析过程中加深对可分离变量方程求通解时常见细节问题的理解。

在应用提升环节,采用案例教学法,通过问题驱动促进师生互动,建立数学模型,引导学生分组协作求解,展示讨论,使学生在实际问题场景中感受数学的应用价值。在拓展创新环节,教师启发学生思考模型的优缺点,分析讨论可优化的空间,引导学生结合实际情况探究新的解决方案。

4.6. 思政元素挖掘与融入

4.6.1. 思政育人理念及体系

充分落实“启智润心、立德铸魂”思政育人理念,广泛搜集相关热点话题,深入查找与知识内容相关的思政案例,建设思政案例库,将知识点、思政载体、思政案例与思政目标串联成线、交织成网,承载数学素养、唯物辩证思维、科学精神、创新意识和价值引领等多个思政元素(如表 3),在课堂教学中通过图片、图表和短视频等方式将这些案例生动呈现出来,为教学内容注入新的活力,增强趣味性,提高学生的学习兴趣。

Table 3. Curriculum based ideological and political education system
表 3. 课节思政育人体系

知识点	思政载体	思政案例	思政目标
微分方程通解与解的判定	知识内容	表里不一	区别形式与本质
可分离变量方程的求解	知识内容	我来当裁判	团队意识、质疑精神
一阶微分方程的应用	数据图表	人口老龄化问题	使命担当、民族自信
一阶微分方程的应用	现实案例	人口指数增长模型	建模思想、分析问题
一阶微分方程的应用	现实案例	指数增长模型分析	以变化发展的眼光看问题
一阶微分方程的应用	现实案例	logistic 模型	创新思维、科学精神

4.6.2. 思政载体举例

【思政载体 1】变式训练 1: 微分方程 $y'' = y$ 的通解是()。

A. $y = e^x$ B. $y = Ce^{-x}$ C. $y = C_1e^x + 2C_2e^{-x}$ D. $y = C_1e^x + C_2e^{-x}$

【思政载体 2】变式训练 2: 函数 $y = C_1e^{x+C_2}$ 是微分方程 $y'' = y$ 的()。

A. 通解 B. 特解 C. 解

思政目标: 在变式训练 1 中, 学生通过任意常数在加法意义上的合并, 以及在变式训练 2 中从乘法意义上的整合, 能够学会善于区分问题的形式与本质, 进而具备从多角度审视问题的能力, 并培养学生的唯物辩证思维。

【思政载体 3】教学活动: 《我来当裁判》; 分组讨论, 评析以下解法的优缺点。

题目: 求微分方程 $xydx - (x^2 + 1)dy = 0$ 的通解。

素材: 学生典型作品图片展示。

思政目标: 培养学生敢于质疑的科学精神, 相互协作的团队意识。

【思政载体 4】人口老龄化问题

素材: 图表、数据、思政案例

思政目标: 教师通过展示全球人口增长数据以及中国人口增长的变化情况, 从建国以来总人口持续增长至如今突破 14 亿, 约占全球总人口的五分之一的历程, 凸显中国对世界的影响力, 使学生感知大国力量, 进一步增强民族自豪感。

案例问题驱动:

- 随后实施计划生育政策, 原因是什么? (控制人口过快增长)
- 人口增长过快会导致什么问题? (对环境和资源造成压力)
- 为什么近几年国家又放开了人口政策? (控制人口增长过缓, 二孩政策等)
- 近年来, 出现人口负增长将会带来哪些社会问题?

分析总结: 随着人口负增长的持续加剧, 老龄化现象日益严重, 将带来一系列严重的社会问题。因此, 人口增长太快或者太慢均不适宜, 这就要求国家制定合理的人口政策, 以调整人口的增长速度, 使之与社会环境和资源条件相协调。由此可见, 探究人口增长规律的重要性不言而喻。

思政目标: 通过分析人口政策不断调整和目前老龄化现象严重的问题, 强化学生的社会责任感。

【思政载体 5】人口指数增长模型

建立微分方程: $\frac{dx}{dt} = rx(t), x(0) = x_0$

模型分析: 人口指数增长模型适用于短期内增长率相对稳定的情形。然而, 从长远视角来看, 人口增长率并非固定不变, 若一味将其视为常数, 可能会导致较大误差。

思政目标: 通过构建模型的过程, 培养学生运用微元法和变化率建立数学模型的数学素养。同时, 通过评估模型的优缺点, 引导学生树立以变化发展的视角审视问题的唯物辩证思维。

【思政载体 6】人口阻滞增长模型

建立微分方程: $\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{x_m} \right), x(0) = x_0$

模型分析: Logistic 模型在理论上能够有效反映相对较长时期内的人口增长规律, 但需注意, 该模型中的增长率被设定为线性函数, 而现实情况中的增长率未必呈现线性特征。

思政目标: 通过引导学生运用极限思想, 列出假设中参数所满足的关系并进行求解, 以此培养学生的数学素养。同时, 通过修正人口增长率, 由常数转变为变量, 对模型进行改进, 从而培养学生的发散

创新思维和精益求精的科学精神。

5. 创新成效与反馈

融合多种信息技术教学手段的优势,构建雨课堂(线下授课)、智慧树(课后作业、自主学习、单元测验、学习资源等)及 QQ 群(课后答疑)为一体的“三合一”智慧教学,使教学内容得以更加生动、形象、直观的呈现,使教学资源彰显鲜明的个性化特色,教学流程实现高度自动化管理,教学活动展现多样化形式,提高了学生的课堂参与度,并满足了学生随时可学、处处能学的多样化学习需求。

实践结果表明,在自学检测环节,学生通过反复观看参考视频,其学习的积极性和主动性均得到了显著提升。自学检测满分为 10 分,学生平均得分 8.8 分,绝大多数学生通过自主学习成功达到了预期的教学效果。

课后作业的完成情况进一步印证了学生的学习成效,学生对可分离变量方程求通解的细节问题处理得非常到位。在单元测验中,学生对于微分方程通解、特解及解的概念能够做出清晰的区分。

此外,在课堂互动中,学生展现出了高涨的热情,对课堂中的案例教学表现出了浓厚的兴趣,勇于在实践中挑战高阶思维,提升了数学素养,增强了数学应用能力。

6. 总结

学思用数学思维进阶的教学创新设计,通过重构教学内容,融入思政元素和数学建模等应用案例,增强课堂内容的趣味性和新颖性,开展混合式教学,在数学思维逐层进阶中全面提升了学生的知识水平、应用能力和数学素养。

今后将进一步拓展教学内容的广度和深度,引入更多前沿的数学知识和应用案例,让学生接触到更丰富、更具挑战性的学习内容,更好地促进学生高阶数学思维的培养。

基金项目

中国高等教育学会 2024 年度高等教育科学研究规划课题“新工科背景下大学数学课程教学改革与实践”(24LK0307)。

天津科技大学教育教学改革研究项目(JGY202402)。

参考文献

- [1] 王丽静. 谈“两课堂、一平台”课程思政模式[J]. 中国德育, 2020(17): 41-44.
- [2] 徐冬雪, 李佳佳. 高等数学智慧课堂“三段五环多层联通”教学模式的建构与实施[J]. 大学教育, 2023(11): 58-63.
- [3] 肖春梅, 黄春妙, 苏安. 与专业同向同行的理工科“高等数学”课程教学改革与创新研究[J]. 教育教学论坛, 2024, 1(2): 73-76.
- [4] 潘伟. “创新驱动”背景下“高等数学”课程思政建设与教学改革的探索[J]. 牡丹江大学学报, 2024, 33(10): 73-78.
- [5] 陈风华, 李双安. 数学建模思想在高等数学模块化教学中的应用[J]. 科技导刊, 2024, 9(27): 108-110.