Advances in Education 教育进展, 2025, 15(4), 833-840
Published Online April 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2025.154623

Hans汉斯

核心素养导向下中考数学命题立意分析与教学启示

——基于2024年湖北省统一中考压轴题的研究

詹小强，马　晟

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北　黄冈

收稿日期：2025年3月16日；录用日期：2025年4月16日；发布日期：2025年4月24日

摘　要

随着教育改革的不断深化，2024年湖北省首次进行全省统一中考，其数学压轴题体现了明显的核心素养导向。其压轴题的命题立意有：依循课本，回归基础；发散思考，合情推理；依形分类，直观穷理。给予的教学启示为：关注不同知识的连接，进行大单元教学；以思想方法为阶，培养学生核心素养；从关联的角度看问题，关注每一个条件。

关键词

中考数学，核心素养，思想方法

Analysis of the Propositional Intent of Mathematics in the Middle School Entrance Examination Guided by Core Literacy and Its Implications for Teaching

—Based on the Research of the Final Question of the 2024 Hubei Provincial Unified Middle School Entrance Examination

Xiaoqiang Zhan, Sheng Ma

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Mar. 16th, 2025; accepted: Apr. 16th, 2025; published: Apr. 24th, 2025

文章引用：詹小强，马晟. 核心素养导向下中考数学命题立意分析与教学启示[J]. 教育进展, 2025, 15(4): 833-840.
DOI: 10.12677/ae.2025.154623

Abstract

As the reform of education continues to deepen, Hubei Province will conduct its first unified middle school entrance examination across the province in 2024, with the math final question reflecting a clear orientation towards core literacy. The proposition of the final topic is: following the textbook, returning to the foundation; divergent thinking, reasonable reasoning; by form classification, intuitive and poor reasoning. The teaching enlightenment is: pay attention to the connection of different knowledge, conduct large unit teaching; think and cultivate students' core literacy; from the perspective of correlation, pay attention to every condition.

Keywords

Middle School Examination Mathematics, Core Accomplishment, Thinking Method

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022 年版)》指出：试题命题必须遵循“坚持素养立意，凸显育人导向”的原则，关注通性通法[1]。这一标准为中考数学命题指明了方向，强调在考查学生知识掌握程度的同时，更要注重对学生核心素养的培育。钟绍春等人进一步指出学科核心素养是个体在现实情境中对特定领域知识、方法和观念进行整合或重组，持续性和创新性解决问题的能力[2]。中考数学压轴题作为试卷的关键部分，其综合性强、难度较大，成为考查学生核心素养的重要载体。为提升本省初中学业水平考试(以下简称中考)命题质量，2024 年湖北省第一次进行全省统一中考。对其数学压轴题进行命题立意分析不仅可以推测湖北省中考数学未来考查方向与难易程度，帮助教师调整教学内容和重点，而且可以帮助学生明确学习重点、提升解题能力和培养创新思维。

2. 原题呈现

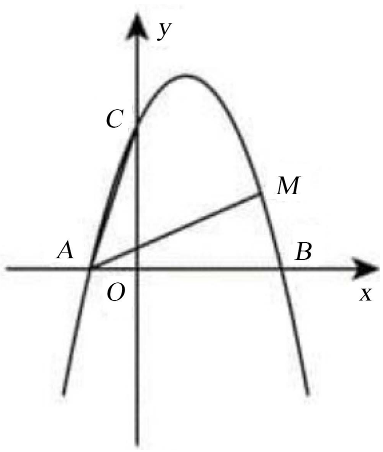

Figure 1. The intersection points of the quadratic function graph with the coordinate axes figure
图 1. 二次函数图像与坐标轴的交点图

如图 1，二次函数 $y=-x^2+bx+3$ 交 X 轴于 $A(-1,0)$ 和 B，交 Y 轴于 C。

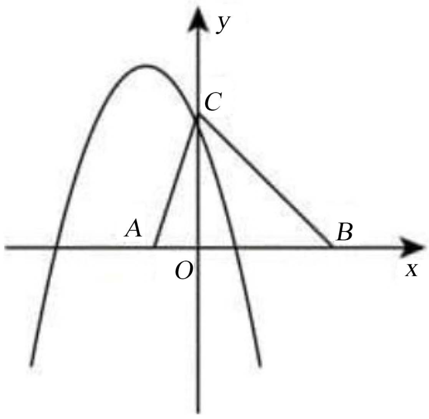

Figure 2. Horizontal translation diagram of quadratic function graph
图 2. 二次函数图像水平平移图

(1) 求 b 的值。

(2) M 为函数图像上一点，满足 $\angle MAB=\angle ACO$，求 M 点的横坐标。

(3) 如图 2，将二次函数沿水平方向平移，新的图像记为 L，L 与 Y 轴交于点 D，记 $DC=d$，记 L 顶点横坐标为 n。

① 求 d 与 n 的函数解析式。

② 记 L 与 X 轴围成的图像为 U，U 与 ΔABC 重合部分(不记边界)记为 W，若 d 随 n 增加而增加，且 W 内恰好有 2 个横坐标与纵坐标为整数的点，直接写出 n 的取值范围。

3. 命题立意阐释

本题以二次函数知识为载体，通过设置待定系数法、几何与代数转换、图像平移和分类讨论四个问题链，综合考查了学生几何直观、数学抽象、逻辑推理等核心素养。其中第一问要求学生掌握二次函数的基本特征，知道利用待定系数法进行求解函数。第二问需要学生掌握函数图像上点的坐标特征，利用三角函数构建等式将几何问题转化为代数问题进行求解。第三问的第一小问考查学生对二次函数图像平移性质的了解程度，能够根据平移后函数图像与坐标轴交点的关系建立函数解析式来求解变量间的函数关系。第二小问需要学生具备分类讨论思想以及借助数形结合理清平移后函数图像与坐标轴围成图形和已知三角形重合部分中整数坐标点的分布情况。

3.1. 依循课本，回归基础

在统考的第一年，试题难度与以往湖北省大部分地区试题难度持平，没有出现过难和过于简单现象，仍然注重对基础知识的考查。第一问已知二次函数的 a 与 c 和点 A 的坐标，再利用待定系数法求解函数解析式，这不仅是课本上出现的例题，而且在课后习题中也反复出现。这种紧扣课本的出题方式，引导学生关注教材，扎扎实实地掌握基本概念与常规解题方法。第二问，通过函数图像上点的坐标与三角函数相等或利用三角形相似进行求解等式，其本质也是对函数基础知识以及几何初步知识关联运用的考查。而第三问，无论是函数平移性质的探究，还是根据平移后与坐标轴围成图形及与给定三角形重合部分的相关条件确定取值范围，都是以课本中函数图像变换、函数与几何综合应用等基础知识为蓝本进行拓展延伸，督促学生回归课本，筑牢根基，只有这样才能在面对各类题型时灵活运用知识，稳步解题，为后

续能力提升与思维拓展奠定坚实基础。

3.2. 发散思考，合情推理

发散思维是数学学习中极为重要的思想方法，它能突破常规思维的局限，引导学生从多个角度思考问题，不局限于传统的解题方法，探寻多种解题路径[3]。在数学问题的解决过程中，借助发散思维，学生往往能发现隐藏在题目背后的多种解法，拓宽解题视野，提升解题能力。在本题的第二问中，问题是需求点 M 的横坐标，题目中给出 $\angle MAB = \angle ACO$ 这一条件，同时由第一问我们易得到点 C 与点 B 的坐标，这让我们自然而然地想到是否可以利用两角的正切值相等进行求解，结果分析只需过点 M 做垂直于 X 轴的垂线，垂线交 X 轴与点 H，将线段长度转化为 $\tan\theta = 2$ 的代数条件，再建立等式便可以求出。进一步发散思考发现除了利用三角函数外，也可通过相似三角形求解，如若过点 M 做一条垂直于 X 轴的线段相交于 H，则 ΔACO 相似于 ΔMOH，再利用边与边成比例建立等式即可进行求解。这两种解法都要求学生将几何图形特征抽象为代数条件，符合新课标中“用数学的眼光观察现实世界”的素养要求。

解法一 (三角函数相等)

$\because$ b = 2

$\therefore$ 二次函数表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$

令 $y = 0$，解得 $x = -1$ 或 $x = 3$，令 $x = 0$ 得 $y = 3$

$\therefore A(-1,0), B(3,0), C(0,3)$

设 M 点坐标为，作 MH 垂直于 X 轴于点 H，如图 3，

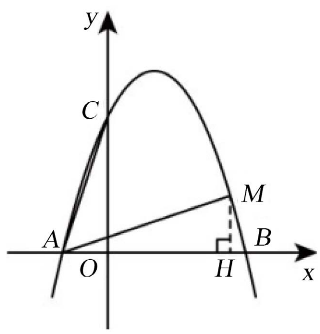

Figure 3. Point P constructs a perpendicular to form a right-angled triangle diagram
图 3. 点 P 作垂线构造直角三角形图

$\because \angle MOB = \angle ACO$

$\therefore \tan\angle MOB = \tan\angle ACO$，即 $\dfrac{MH}{AH} = \dfrac{OA}{OC}$

$\therefore \dfrac{-m^2 + 2m + 3}{m+1} = \dfrac{1}{3}$，解得 $m = \dfrac{8}{3}$ 或 $m = -1$ (舍去)

$\therefore M$ 点的横坐标为 $\dfrac{8}{3}$

解法二 (相似三角形)

$\because$ b = 2

$\therefore$ 二次函数表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$

令 $y = 0$，解得 $x = -1$ 或 $x = 3$，令 $x = 0$ 得 $y = 3$

$\therefore A(-1,0), B(3,0), C(0,3)$

设 M 点坐标为，作 MH 垂直于 X 轴于点 H，如图 4，

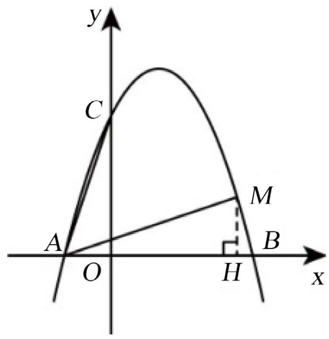

Figure 4. Point P constructs a perpendicular to form similar triangles figure
图 4. 点 P 作垂线构造相似三角形图

$\because \angle MOB = \angle ACO, \angle MBO = \angle AOC$

$\therefore \Delta AOC = \Delta MOH$

$\therefore \dfrac{MH}{AO} = \dfrac{AH}{CO}$

解得 $\mathrm{m} = \dfrac{8}{3}$ 或 $\mathrm{m} = -1$ （舍去）

$\therefore M$ 点的横坐标为 $\dfrac{8}{3}$

从以上两种解题过程可以看出，不同的认知风格进行的发散思考有所不同。选择利用两角正切值求解的学生，可能更习惯于从函数知识本身出发，对函数图像上点的坐标与三角函数的关联较为敏感，更注重在函数知识体系内解决问题，体现出对函数知识细节的关注。采用相似三角形求解的学生，具备更高的逻辑推理能力，知识迁移能力可能更强，能将当前二次函数问题与之前所学的几何知识(相似三角形)相联系，打破知识模块之间的界限，综合运用不同领域的知识解决问题。这两种解法都基于对已知条件的深度挖掘和合理推导，展现了逻辑推理在数学解题中的关键作用，也凸显出发散思维能让学生在多样解题路径中完成逻辑构建，提升思维品质。

3.3. 依形分类，直观穷理

第三问通过抛物线平移变换与整数点分布的综合情境，不仅考查学生对二次函数图像的性质的掌握程度，还着重检验其逻辑推理、直观想象等核心素养以及数形结合和分类讨论等思想。在第一小问，学生需运用直观想象写出将顶点坐标为 $(1,4)$ 的抛物线 $\mathrm{y} = -x^2 + 2x + 3$ 经过平移变换后的代数表达式 $\mathrm{L} = -(x-n)^2 + 4$，并通过令 $\mathrm{x} = 0$ 得到 N 点坐标 $\left(0, -n^2 + 4\right)$，再通过逻辑推理推导得到 d 与 n 的函数解析式。第二小问需要先运用直观想象画出符合条件的 d 的函数图像，再运用数形结合思想，得到 $-1 \le \mathrm{n} \le 0$ 或 $\mathrm{n} \ge 1$。在进一步探讨整数点分布时，通过不包含边界这一条件得到三个整数点 $(0,1),(0,2),(1,1)$。再通过分类讨论思想和枚举法筛选出符合条件的两种整数点情况，即 $(0,1),(0,2)$ 和 $(0,1),(1,1)$。从分析平移后抛物线与坐标轴的交点特征，到探索其与给定三角形区域的交互关系，每一步都要求学生具备敏锐的观察力与强大的逻辑推理能力。同时，对于区域内特定整数点分布情况的探讨，促使学生运用分类讨论思想，有条不紊地梳理各种可能情形，在多维度的思考与运算中，实现对逻辑推理、直观想象以及数据分析等核心素养的综合运用与深度融合，彰显出数学问题从基础认知到高阶思维跨越的鲜明层次性与挑战性。以下是对第三问的解答：

DOI: 10.12677/ae.2025.154623

① ∵二次函数沿水平向平移，且平移后顶点坐标为$(n,4)$

∴平移后二次函数 L 解析式为$-(x-n)^2+4$

令$x=0$，可得$y=-n^2+4$

∴$N(0,-n^2+4)$

∴$d=CN=\left|-n^2+4-3\right|=\left|-n^2+1\right|$

∴$d=\begin{cases}n^2-1(n\ge 1,n\le -1)\\-n^2+1(-1<n<1)\end{cases}$

② 画出d的函数图像，即图5

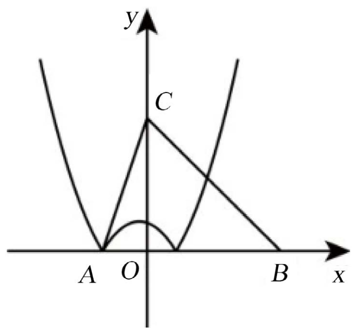

Figure 5. The region formed by the parabola and the coordinate axes after translation
图5. 平移后二次函数图像与坐标轴围成区域图

∵ d随着n的增加而增加

∴ $-1\le n\le 0$或$n\ge 1$

ΔABC中不包含边界中有$(0,1),(0,2),(1,1)$三个整点

当U内恰好有两个整数点$(0,1),(0,2)$时，

当$x=0$时，$y_L>2$，当$x=1$时，$y_L<1$，

∴$\begin{cases}-n^2+4>2\\-(1-n)^2\le 1\end{cases}$，解得$-\sqrt{2}<n<\sqrt{2}$，$n\ge 1+\sqrt{3}$或$n\le 1-\sqrt{3}$

∴$-\sqrt{2}<n<1-\sqrt{3}$，

又∵$-1\le n<0$或$n\ge 1$，

∴$-1\le n\le 1-\sqrt{3}$；

当U内恰好有两个整数点$(0,1),(1,1)$时，

当$x=0$时，$1<y_L\le 2$，当$x=1$时，$y_L>1$，

∴解得$-\sqrt{3}<n\le -\sqrt{2}$或$\sqrt{2}\le n<\sqrt{3}$，$1-\sqrt{3}<n<1+\sqrt{3}$，

∴$\sqrt{2}\le n<\sqrt{3}$

又∵$-1\le n<0$或$n\ge 1$，

∴$\sqrt{2}\le n<\sqrt{3}$

当U内恰好有两个整数点$(0,2),(1,1)$时，此情况不存在，舍去。

综上所述，n的取值范围为$-1\le n\le 1-\sqrt{3}$或$\sqrt{2}\le n<\sqrt{3}$。

4. 教学启示

本题通过连续设置四个问题，层层深入，不仅考查了学生的数学抽象、逻辑推理、几何直观等核心

素养而且需要学生熟练掌握数形结合和分类讨论等思想才能进行解答。通过对本试题的分析得到以下三点启示：

4.1. 注重知识网络建构，实施大单元主题教学

知识网络图是由图形文字组合、将知识的各层级各部分逐步呈现出来的一种发散性知识结构地图[4]。通过图形化的知识图谱，学生能清晰认识各知识点的层级关系与内在逻辑，形成整体性认知。而大单元教学是以大概念为统领，可以基于教材单元，也可以跨学科、跨教材或跨单元整合，形成具有明确概念、主题或任务的教学单元[5]。现在的数学试题往往不会以单个知识点的形式出现而是考查学生对多个知识点的综合运用能力，而许多的数学知识往往分布在许多章节，彼此的关联往往并不写在教材上，教学中很容易忽略。因此在日常教学过程中教师应当进行大单元教学，强化知识点之间的联系，注重知识网络的建构，引导学生发现和理解不同知识点的内在关联，帮助他们认识到各个知识点并非孤立存在，而是相互关联的整体。以本题为例，本题中二次函数的相关知识贯穿始终。从第一问利用二次函数与 x 轴交点坐标来确定解析式中的参数 b，这一过程涉及二次函数的基本概念以及与一元二次方程的联系，是对二次函数基础知识的深入应用。而在第二问求解点 M 横坐标时，需要将二次函数图像上点的坐标特征与三角函数以及相似三角形知识相融合。学生要意识到在二次函数的图像情境下，通过角的关系构建等式或者利用相似三角形的性质来求解坐标，这就要求他们理解二次函数与几何图形之间的内在联系，明白函数图像上的点不仅满足函数关系，还能在几何图形中发挥作用，从而建立起函数与几何知识之间的关联。

到了第三问，函数图像的平移性质成为关键知识点，它与二次函数的表达式变化紧密相关。学生要明白平移如何影响二次函数的各项参数，进而得出平移后函数 L 的解析式。在此基础上，进一步研究 L 与坐标轴围成的图形 U 与 ΔABC 的重合部分 W，这涉及图形的位置关系分析以及整数点分布情况。此时，学生需要综合运用函数图像的性质、几何图形的特征以及整数的性质等多方面知识。例如，通过分析 d 随 n 变化的关系，结合 W 内整数点的条件进行分类讨论，这一过程需要学生将函数知识、几何知识和数论知识有机结合，深刻体会到不同知识板块在解决一个复杂问题时相互交织、相辅相成的关系。

4.2. 以思想方法为阶，培养学生核心素养

数学思想方法是处理数学问题的推导思想和基本策略，是数学的灵魂[6]。掌握数学的思想方法能够揭示数学知识背后的结构和逻辑关系，加强对概念的深度理解，培养数学抽象和逻辑推理等素养，提高问题解决能力，促进学生对数学本质的理解。可是目前我国中学数学教学仍存在着重显性知识，轻思想方法的倾向，在现实生活的教学中，不少教师在讲台上滔滔不绝地讲授书本知识，津津有味地解数学题目却很少去解释隐藏在知识背后的思想方法，甚至担心强调思想方法会影响数学教学的进度。这要求教师必须转变思想，以思想方法为阶，培养学生核心素养，加强学生对数学本质的认识。引导学生通过自主反思总结，将练习中涉及的数学思想方法迁移应用到新的情境中，培养他们用数学的眼光和能力去发现问题、提出问题，用数学的思维方法解决问题[7]。以本题为例，想要求出 n 的取值范围必须具备数学抽象的核心素养并运用数形结合的思想方法，根据求得的解析式将 d 的函数图像画在三角形 ABC 上，再利用分类讨论思想方法将 U 内恰好有两个整数点分为三种情况进行讨论，最终求得答案。

4.3. 强化条件关联分析，提升逻辑推理能力

数学问题解决教学是引导学生在一定情景下，运用已有的知识经验，采用一定的数学方法，通过收集、整理、归纳数学信息，进而提出问题、分析问题、解决问题，实现数学学习目标的教学过程[8]。中考数学压轴题的条件设置往往具有高度关联性和逻辑性，每个条件不仅承载着特定的知识要素，更与其

他条件共同构成解题的逻辑链条。因此在日常教学中，教师应引导学生养成从关联角度分析问题的习惯，深入挖掘每个条件的潜在价值及其与其他条件的内在联系。以本题为例，第一问中求解 b 的值，为后续确定二次函数表达式、函数与坐标轴交点坐标等奠定了基础，这些信息又与第二问中利用三角函数或相似三角形求解 M 点横坐标紧密相关。第二问中 $\angle MOB = \angle ACO$ 这一条件看似简单，但却是解决第二问的关键，通过与函数图像上点的坐标特征相结合，实现了几何与代数的有效衔接。第三问中抛物线的平移性质与顶点横坐标 n、d 与 n 的函数关系以及与 ΔABC 重合部分 W 内整数点的分布情况相互交织，共同构成了复杂的解题情境。教师可以通过具体例题分析，向学生展示如何从一个条件出发，逐步推导出与之相关的其他条件和结论，让学生体会到条件之间的连锁反应。鼓励学生在分析条件时进行双向思考，即一方面可以对已知的条件进行推理得到一些中间结论，即变更条件；另一方面，可以从结论出发由未知想须知，即转化问题[9]。这样的训练有助于学生在面对中考数学压轴题时，能够迅速理清思路，整合各种条件资源，找到解题的突破口，提升解题能力。

5. 结论

总之，2024 年湖北省统一中考数学压轴题落实以学生发展为本，以核心素养为导向，引导学生在问题解决过程中学习、运用数学思想方法，学会用数学的眼光观察现实世界，会用数学的思维思考现实世界，会用数学的语言表达现实世界。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.

[2] 范佳荣, 张书琪, 罗光耀, 等. 新课标视域下学科核心素养数字化测评的价值意蕴、概念模型与实现机理[J]. 现代教育技术, 2025, 35(2): 55-62.

[3] 满治国. 初中数学教学中培养学生发散思维的作用及策略[J]. 新课程研究, 2024(26): 87-89.

[4] 马梅. 知识网络建构在小学数学教学中的运用[J]. 教育观察, 2023, 12(17): 118-121.

[5] 梁瑞霞. 高中文言文大单元教学策略研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广州大学, 2023.

[6] 胡典顺, 徐汉文, 主编. 李渺, 冯光庭, 龙鸣, 副主编. 数学教学论[M]. 武汉: 华中师范大学出版社, 2012.

[7] 董妍, 于琪, 苏亚坤. 剖析创新题目本意彰显核心素养本质——2024 年辽宁省新中考数学卷压轴题的解析与启示[J]. 理科考试研究, 2024, 31(22): 6-9.

[8] 唐斌. 指向一致性的小学数学问题解决教学[J]. 教学与管理, 2024(2): 38-40, 72.

[9] 金敏, 刘春书. 立足核心知识凸显素养立意——2023 年南京市中考数学压轴题命题立意和教学启示[J]. 数学通报, 2024, 63(4): 51-56.