

高中数学课程思政育人价值的探索

——以“数系的扩充和复数的概念”为例

吕昕窈

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首

收稿日期: 2025年2月28日; 录用日期: 2025年3月26日; 发布日期: 2025年4月3日

摘 要

数学是中学阶段重要课程, 其学科育人价值具有不可替代性。课程思政是学科教学落实立德树人根本任务的方法与途径, 高中数学教师通过备课、课堂教学等活动, 将学科课程与课程思政相融合, 实现知识传授与价值引领的有机统一, 最终形成“三全育人”的新格局。拟以普通高中教科书(2019人教A版)必修第二册为例, 从挖掘课程内容、选择思政策略等维度, 认识课程思政育人的特殊价值、破解制约实施课程思政的典型问题, 结合“数系的扩充和复数的概念”尝试发现实施数学课程思政育人价值最大化的有效途径。

关键词

课程思政, 高中数学, 教学

Exploring the Value of Civic Education in High School Mathematics

—An Example Is “Extending the Number System and Complex Number Concept”

Xinyao Lyu

School of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan

Received: Feb. 28th, 2025; accepted: Mar. 26th, 2025; published: Apr. 3rd, 2025

Abstract

Mathematics is an important subject in high school, and its educational value is irreplaceable. Civic curriculum is the method and way to carry out the basic task of moral education in the teaching of

the subject, and high school mathematics teachers integrate the subject curriculum with civic curriculum through lesson planning and classroom teaching activities, realize the organic unity of knowledge transmission and value guidance, and form a new pattern of “three-whole education”. We will take the second compulsory book of the general high school textbook (2019 human education A version) as an example, from the dimensions of mining course content, choosing the strategy of thinking, recognizing the special value of the course of thinking and educating people, and solving the typical problems that restrict the implementation of the course of thinking and educating people, and try to find the effective ways to implement the value of the mathematics course of thinking and educating people in the context of the expansion of the number system and the concept of complex numbers. We will try to find an effective way to maximize the value of the mathematics curriculum.

Keywords

Curriculum Civics, High School Mathematics, Teaching

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 高中数学进行课程思政的必要性

德育位于五育之首。近十年，我国严格履行“把育人作为教育工作的根本要求”。习近平总书记在 2019 年学校思想政治理论课教师座谈会中强调：思政课是落实立德树人根本任务的关键课程，思政课的作用不可替代，思政课教师队伍责任重大。2022 年，党的二十大报告将“科教兴国”战略摆在“全面建设社会主义现代化国家的首要任务”的突出位置中，并指出要“全面贯彻党的教育方针，落实立德树人根本任务”。数学，不仅是中小学的三大主科之一，而且是科学研究的关键基础和有力工具，在计算机工程技术和经济社会发展研究领域中具有不可替代的作用。因此发挥数学课程思政的育人价值决不能懈怠，理当积极贯彻课程思政新要求，着力以多视角、多途径、多策略的形式，深入挖掘课程思政的育人资源，努力实现“三全育人”，坚持“五育并举”，切实改变“长于智、疏于德、弱于体、少于美、缺于劳”教育现状，有力促进学生的全面发展。因此，本文拟以普通高中教科书(2019 人教 A 版)为基，结合“数系的扩充和复数的概念”这一课时，开展对中学数学课程思政育人的实践探索。

1.1. 发现数学美

数学以其对秩序、对称、简洁与精确的执着追求，天然蕴含着美的基因，具有深厚的美育价值。因此，数学课程不仅关注学生知识的积累与品格的塑造，还承载着重要的审美功能，使学生在过程中感悟数学之美，体会数学之魅力，从而彰显数学课程“真、善、美”的三重教育价值。《关于全面加强和改进新时代学校美育工作的意见》明确指出，美育应贯穿学校教育全过程，并向学科教学渗透。作为基础性主干课程，数学在落实美育、推动五育融合方面肩负着重要使命。然而，相较于数学智育与德育的研究，专家对数学美育的探讨仍然不足，美育价值在教学中没有得到充分体现，这不仅与学科育人的目标不符，也制约了学生数学核心素养的全面发展[1]。

1.2. 个性品质培养

学生拥有良好的个性品质，反过来能促进数学的学习。这一观点启发教师的教，又启发学生的学。

同样,也显示了通过教数学、学数学,而发展良好的个性品质的途径。为了促进数学学习,就要抓学生两个“需要”的培养——“学习需要缺乏症”和“应考需要主宰症”。面对这些学生身上出现的“需要”教师需要帮助学生弄清是人生哲学、自我意识以及价值观,从而帮助学生找回学习数学的自信心以及发现数学的实用性[2]。

2. 课程思政育人的现状分析

近几年,课程思政的脚步从未停歇,但得到的效果往往不尽如人意。究其本源,无外乎以下三个层面:师生状态、学校情况以及数学学科。下面分别从这三个维度,简要分析现在中学数学课程育人的真实现状。

2.1. 师生状态

对于高中生来说,学生时时刻刻面临着来自父母、教师、学校等各方面的压力,同时还要应对高考这一人生大关,这会导致学生根本无暇顾及知识以外的内容;传统教育模式诞生的应试教育,让学生养成了只追求分数的功利心,学生只要高分,不要好学,自然体会不到数学的乐趣,更不用说蕴含在数学知识深处的育人价值[3]。

据调查显示,超过一半的教学一线数学教师对课程思政理念几乎处于不了解状态,但是大部分教师对数学教学中融入课程思政持积极态度,少数教师在上线率的压力及应试教育的影响下,不愿意在课堂上花时间融入思政育人元素[4]。课程思政是近几年新兴的教育理念,教师缺乏对课程思政的整体把握和深度认识,导致理论知识欠缺,一旦理论知识欠缺就支撑不起教学实践研究,所以教师普遍缺乏实施课程思政的意识。再者,教师实施课程思政的能力不够,缺乏社会资源整合的能力、深挖数学教材中思政元素的能力、数学知识和思政元素结合关联的能力、知识传授和价值引领协调同行的能力,这也是课程思政难以落实的原因。

2.2. 学校情况

部分一线教师表示目前许多学校并没有系统完善的课程思政实施制度,导致教师对课程思政的概念并不理解,甚至某些学校对数学课程思政教学的展开没有参照的制度文件和实施方案。教师们希望学校多开展活动来加强对教师队伍思政的建设,可是学校没有为实施思想政治教育提供有效的资源和必要的条件,没有组织开展一系列的思想政治教育培训活动和思想政治教育的学科研讨活动,因此教师就无法系统地获取有关课程思政相关理念学习资源。再加上学校没有为数学课程思政理念的实践提供资源保障,缺乏系统完整的课程思政资源库[5],这样的“课程思政”开始逐渐沦为一句没有实际的口号。

2.3 数学学科

对于数学学科来说,数学是自然科学,具有很强的逻辑性和抽象性,而思政却是人文科学,具有政治性和思想性,两者交融本身就有不小的难度。其次,数学中蕴含的思政元素藏在数学知识的深处,这导致教师很难将思政元素挖掘出来,学生也很难在情感上产生共鸣[3]。

3. 课程思政育人的特殊价值

《高等学校课程思政建设指导纲要》中提出课程思政建设内容要紧紧围绕坚定学生理想信念,以爱党、爱国、爱社会主义、爱人民、爱集体为主线,围绕政治认同、家国情怀、文化素养、道德修养等重点优化课程思政内容供给。对于理学类课程而言,需要在教学中把马克思主义立场观点方法的教育与科学精神的培养结合起来,培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感[6]。结合高中数学“数系的扩充和复数的概念”的教学内容发现,其中主要包含了以下两点课程思政元素,即思想政治

素养和文化素养。

3.1. 辩证主义，明确价值导向

辩证唯物主义是把唯物主义和辩证法有机地统一起来的科学世界观，揭示了事物内部矛盾双方的相互联系和相互斗争，是事物发展的内在原因，强调实践是检验真理的标准[7]。人教版数学教材中针对数学知识的产生、形成、发展和完善的材料符合辩证法的观点与方法。例如，基本不等式、复数的概念；再如，整体与局部、特殊与一般、直观与抽象等辩证思维又展示了辩证法对立统一的根本规律。

《数系的扩充和复数的概念》在整个高中课堂是概念性极强的一节新授课，大多数教师面对这一节课的教学都不知所措。但其实，在此之前，学生就对数系的扩充就有相关了解，见图 1，只不过对此没有一个系统的认识。进入小学的第一节课，学生明白了什么叫做自然数，随着四则运算的加入，面对不够分的情况，学生知道了分数；面对不够减的时候，学生认识了负数。进入初中，勾股定理的发现，无理数开始进入了学生的视野，自此，学生知识体系中的数系扩充到了整个实数集。

回顾已有的数集扩充过程，可以看到：每一次扩充都与实际需求密切相关，例如：为了解决正方形对角线的度量，以及 $x^2-20=0$ 这样的方程在有理数集中无解的问题，人们把有理数集扩充到了实数集。数集扩充后，在实数集中规定的加法运算、乘法运算，与原来在有理数集中规定的加法运算、乘法运算协调一致，并且加法和乘法都满足交换律和结合律，乘法对加法满足分配律。

Figure 1. To illustrate how the numbering system expands

图 1. 数系的扩充说明图

教师在教授本课时，应该带领学生从头梳理一遍。数系的每一次扩充，都伴随着人类直观的认识遇到了障碍，有了局限。当学生发现方程没有实数解的时候，而实际又存在一个“新数”使方程成立时，人们由此产生了认识的矛盾。唯物辩证法认为，矛盾是事物发展的动力，纵观数学史中各种各样的矛盾成为数学发展的不竭动力。站在整个数系(复数系)的整体高度来看，整数与分数、正数与负数、有理数与无理数以及实数与虚数，这些都是既矛盾又统一的数学概念，它们具有矛盾的一面，又统一在复数关系这一整体之中。它们是纵横交错、相互联系，又相互对立的统一体。这说明对立统一的哲学思想是整个数学教学中无处不在的普遍规律，而矛盾则是数学科学发展的前提条件。

3.2. 文化史实，锤炼科学精神

复数的概念必然少不了虚数“i”的产生。虚数来源于意大利数学家卡尔丹(Girolamo Cardano)在 1545 年《重要的艺术》中提出著名问题：将 10 分成两部分，使它们的乘积等于 40。卡尔达诺写道“显然，该问题是不可能的”。不过我们仍然可以用求根公式来进行求解[8]。根据题意，可以很快列出方程：

$$x^2 - 10x + 40 = 0 \quad (1)$$

通过计算一元二次方程根的判别式时，发现：

$$\Delta = \sqrt{-60} < 0 \quad (2)$$

根据学生所掌握的知识能得出结论：该方程是无解的。

面对同样的困境数学家卡尔丹并没有因此放弃，而是继续研究。于是他成为了数学史上第一个写下负数平方根的人。从此，数学家们开始研究负数开平方根的问题，即 $\sqrt{-1}$ 是否存在的问题，见图 2。

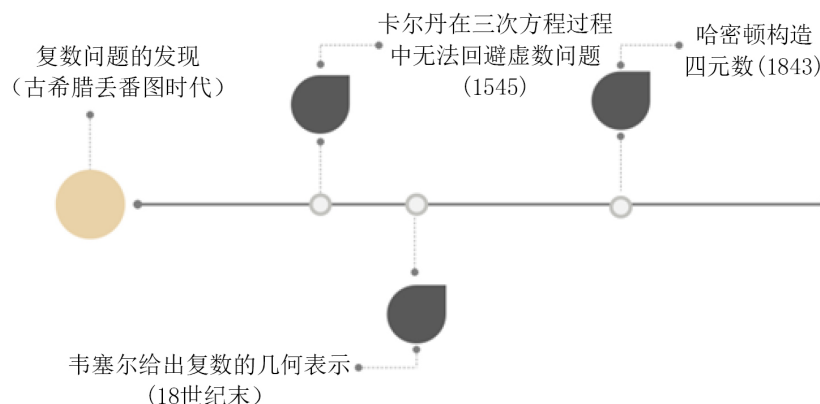


Figure 2. Diagram of the origin of the plural form
图 2. 复数的由来图

直到法国数学家笛卡尔(René Descartes)给这种数取了一个名字——“虚数”(imaginary number)即“想象中的数”。后来的高斯(Gauss)引入复数(complex number)这个词。见图 3, 欧拉(Leonhard Euler)最早引入字母“i”, 并将其命名为“虚数单位”, 自此数学开始进入了复数时代。



Figure 3. Introducing the “i” diagram
图 3. “i” 的引入图

纵观数学发展的长河, 在进行数学学习与数学研究的过程中, 不可缺少的是理性精神以及坚持不懈的研究探索精神。在课堂教学中, 教师要合理运用数学史, 通过梳理概念的发展历史, 明晰抽象名词的由来, 帮助学生理解知识, 同时史实的加入, 不仅吸引学生的注意力, 还蕴含着古人学者刻苦专研的优秀学习品质[9]。

4. 中学数学课程育人案例分析

课堂教学中, 有许多勤于钻研的教师, 他们将“课程育人”牢牢地刻在心里, 并认真地履行。下面对“数系的扩充和复数的概念”教学设计进行展示和分析。

4.1. 教学设计各环节

4.1.1. 教材分析

《数系的扩充和复数的概念》选自 2019 人教 A 版高中数学必修第二册第七章第一节复数的概念内容的第一课时。数系扩充的过程体现了数学发现和创造的过程, 是数学发生发展的需要和背景, 满足了人们生产和生活的需要。复数的学习是学生中学阶段数学学习的一次引申, 可以促使学生认识到数学与其他学科的紧密联系, 为学生运用所学知识解决数学问题开辟新的途径, 也为将来学习高等数学等科目

打下基础[10]。

4.1.2. 学情分析

本节课是在学生掌握了实数集的基础上进行的。在前面的学习中，学生已经将数集扩充到了实数，清楚各数集的含义和它们的包含关系，但主要依靠简单记忆，学习的知识是零碎而分散的，未形成完整的体系。

高中阶段的学生思维活跃，合作和探究意识较强，为本节课的顺利开展奠定了基础。但是该阶段的学生缺乏严谨的思维习惯，对方程解问题的思考不能突破实数集的限制，对数的生成发展历史缺乏整体认识，对数系扩充的必要性缺乏了解，也未能将数学发展史与人类发展史建立联系。

4.1.3. 教学目标

思政目标

由故事情景引出问题，介绍复数的由来历史背景。整个过程中蕴含着从特殊到一般、具体到抽象及数学抽象的思想等。学生的认识完成了由感性上升到理性的过程，认识到世界的发展规律，透过现象看本质。数学故事的背后都有着丰富的哲学含义，既提升学生的人文素养，也培养学生的创新精神、积极探索精神、严谨的科学态度以及高度的社会责任感以及高尚的爱国主义情操[11]。

知识与素养目标

- 1、经历数学发展史中数系扩充的过程，明白复数引入的必要性。理解数学并非一成不变的知识体系，而是一个不断演化和发展的领域[12]。
- 2、通过引入复数的概念，解决在实数范围内无法解决的方程，激发学生的创新意识和思维能力，形成对数学创新的兴趣和勇气。
- 3、练习巩固复数结构，建立完整的数学知识体系，培养严谨求实的数学学习的优秀品质，锻炼严谨求实的数学精神。

4.1.4. 教学重难点

教学重点：理解数系的扩充，掌握复数的概念。

教学难点：复数相关概念的理解及其掌握。

4.1.5. 教学过程

(一) 问题引入，激发兴趣

教学活动 1：教师用多媒体展示卡尔丹著作《重要的艺术》的经典问题：将 10 分成两部分，使它们的乘积等于 40，这两部分分别为多少？并以此抛出两个思考：首先，如何列方程求解？其次，根据所学经验判断方程有解吗？引导学生通过求根的判别式，说明这个方程在实数范围内没有解，在实数范围外还有解吗？

教学活动 2：教师带领学生利用公式法求出方程的两个根： $x = 5 \pm \sqrt{-15}$ ，其中 $\sqrt{-15}$ 可以写成 $\sqrt{15} \cdot \sqrt{-1}$ ，发现无论怎么化简，都存在负数开平方根的情况。因此总结：所有负数开平方根的问题，我们都可以将其转化为 $\sqrt{-1}$ 的存在性的问题。由此问题转化为思考： $\sqrt{-1}$ 的存在性问题。

设计意图：数学史的引入吸引学生学习兴趣，将问题一层层剥开，启发学生深度思考负数开根的问题，引发认知冲突，激发学生继续学习的兴趣。

(二) 回溯历史，探究新知

教学活动 1：教师用视频展示数学家发现负数开平方根的历史：1572 年，意大利数学家拉斐尔·邦贝利在他的《代数》一书中讨论了三次方程的根，他计算出了方程 $x^2 + 15x + 4 = 0$ 的根是：

$\sqrt[3]{2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$ 通过化简发现根式的结果为 4，这一发现说明了负数是可以开平方的[13]，因此表明 $\sqrt{-1}$ 具有存在性。教师顺势提出问题：数学家的此次发现说明，实数集已经不能满足我们解决问题了，那么实数集之外的数集又是什么呢？数集是怎样扩充的呢？

教学活动 2：展示表 1 数系扩充的表格，让学生按要求进行填写并展示学生完成情况，及时评价反馈。

Table 1. Advanced chart of number system
表 1. 数系扩充图表

数集	方程解的情况	引入	扩充后的数集
自然数集	$x+1=0$ 无解	负整数	整数集
整数集	$3x+2=0$ 无解	分数	有理数集
有理数集	$x^2+2=0$ 无解	无理数	实数集
实数集	$x(10-x)=40$ 无解	?	?

通过表格的填写，发现：方程在已知数集无解的情况之下，就需要扩充新的数集来对其进行补充。
教师提问：“数系的扩充中有两个字一直推动着数系的发展，那就是运算。在自然数集中，加乘封闭；接着引入整数是我们减法的需要；在有理数集中可以进行加减乘除；在实数集中运算就已经完备了。那同学们有没有发现在运算过程中什么是一直不变的呢？”

带领学生归纳：在数系扩充过程中运算律是保持不变的。并总结数系扩充的两大特点：运算律是保持不变以及扩充后的数集仍然包括原来的数集。

由此思考问题：现在我们遇到方程在实数集中无解的情况，于是我们思考是不是存在一个比实数集更大的数集，使方程存在解集呢？

教学活动 3：教师提问：“能否类比数系的扩充过程引入一个新数从而将数系进一步扩充呢？”由此开始介绍：为了解决负数开平方问题，数学家笛卡尔取自虚数 imaginary 一词的首字母 i 作为新数，接着欧拉首次引用字母 i ，并称之为虚数单位，规定 $i^2 = -1$ 。追问学生：扩充后的数集要满足两个特点，那又如何表示呢？

教师分别从三个方面进行启发：
1、实数可以与 i 进行四则运算，实数 a 与 i 相加可以写为？
2、实数 a 与 i 相乘可以写为？
3、实数 a 和实数 b 与 i 的积相加，结果记作？
由此进行归纳：统一的形式或者说这个新数，写为 $a+bi$ ($a, b \in R$)。总结介绍：形如 $a+bi$ ($a, b \in R$) 的数叫做复数，通常用字母 Z 表示，即 $Z = a+bi$ ($a, b \in R$)。

这一表达形式叫做复数的代数形式，其中 a 叫做复数的实部， b 叫做复数的虚部；全体复数所形成的集合叫做复数集，一般用 C 表示，即 $C = \{a+bi|a, b \in R\}$ 。

设计意图：1、回顾历史，启发学生一起感受数系的扩充过程，利用历史故事，证明存在的合理性，为后续探究埋伏笔；2、教师及时启发学生，带领学生发现规律，体现数学的逻辑性以及思维的严谨性；3、把课堂交给学生，教师做好引导者，体现学生的主体性；4、学生通过自己发现的规律特点自行进行总结概括，给予学生强大的自我满足感，提升对数学学习的兴趣。

(三) 练习巩固，夯实基础

例题 1：写出下列复数的实部与虚部： $6+\sqrt{2}i$ ， $\sqrt{3}i$ ， $2+i$ ， 2 。
例题 2：用你自己喜欢的分类方式，将目前所学的数集进行归纳和分类。教师注意学生思维的多样

性：树状图、流程图、Venn 图……挑选出较有代表性的作品，进行展示板演，针对问题及时进行纠正，发现学生的知识漏洞。

设计意图：1、学生在教师的带领下完成例题，建立知识体系；2、演示法和讲解法的结合，帮助学生回忆知识。

(四) 课堂总结，深化记忆

教师分别从知识、数学思想和教学过程三个方面进行总结回顾。

在知识层面学习了数系扩充的特点以及复数的概念，从教学过程的快速回忆中，让学生从中体会到数学思想的运用。

设计意图：1、学生跟随老师回答问题，总结本节课的知识内容和思想方法；2、从三个维度进行课堂总结，突出重点，深化数学思想。

(五) 布置作业，扎实基础

基础必做题：完成课后练习的第 2~6 小题。

强基选做题：复数的几何意义是什么？

拓展阅读：复数的发现。

设计意图：分层作业，因材施教。

4.2. 课程思政的教学思考

在数学教学过程中，学生是主体，教师是课堂的组织者。数学作为主科，承担着思政育人这一时代的重任，特别是在当前国际形势风云变幻、百年未有之大变局的背景下，教师应该反复思索，争取当好学生人生的指路人，校正学生思想的方向盘，帮助学生应对学习、生活以及人生道路上的重重挑战。这要求教师不仅要埋头教书，还要抬头看路，不仅要有扎实的专业知识及知识能力相关联的教学技能，还要有过硬的理论水平、崇高的道德修养，以及春风化雨般的课程思政教学能力^[11]。

参考文献

- [1] 于冬梅, 黄友初. 数学审美化教学的内涵特征与实践路径[J]. 数学教育学报, 2025, 34(1): 85-91.
- [2] 刘勋, 李恩荣, 魏秀梅. 中学数学教学与学生个性品质培养[J]. 数学教育学报, 2005, 14(3): 93-94+101.
- [3] 徐玉萍. 高中数学课程思政的教学实践研究[D]: [硕士学位论文]. 漳州: 闽南师范大学, 2023.
- [4] 周文丽. 课程思政视角下高中概率与统计主题教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 昆明: 云南师范大学, 2022.
- [5] 谭娜. 课程思政融入高中数学教学的实践与分析[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨师范大学, 2023.
- [6] 陈冲, 汪海涵. 我国高校推进“课程思政”的着力点研究——兼论美国高校隐性政治教育的启示[J]. 当代教育科学, 2019(9): 88-92.
- [7] 张珊. 融入课程思政的高中数学教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 黄冈: 黄冈师范学院, 2023.
- [8] 赵瑶瑶. 复数的历史与教学[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2007.
- [9] 罗轩怡, 郭婵婵. 复数发展史中的课程思政元素探析[J]. 新智慧, 2023(28): 50-52.
- [10] 冯雪, 刘淳安. 浅谈课程思政视域下的中学数学教学设计——以“数系的扩充和复数的引入”为例[J]. 科教文汇, 2023(8): 172-175.
- [11] 张文军. 高中数学课程思政教学的实践与思考——以“函数的概念”为例[J]. 数学之友, 2025, 39(1): 8-11.
- [12] 孙浩, 刘彩云. 以数学史带动学生内驱力, 为课堂思政添砖加瓦——以“数系的扩充和复数的概念”为例[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2023(6): 3-6.
- [13] 潘晓菲. 让数学史走进高中新课程——以“数系的扩充和复数的概念”为例[J]. 数学大世界(上旬), 2023(7): 17-19.