数学建模思想在高中数学教学中的应用

徐艺洋, 赵雪

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2025年3月1日; 录用日期: 2025年3月28日; 发布日期: 2025年4月8日

摘要

数学建模作为一种桥梁能够连接数学理论与实际生活, 在高中数学教学中具有重要价值。本文重点探讨数学建模思想在高中数学课堂中的实践与运用。阐述了其能帮助学生将抽象的数学知识具象化, 提升对导数、数列等复杂概念的理解。通过将数学建模思想融入课堂教学、实践活动等环节, 结合具体案例展开分析, 探讨其在实际教学中的应用与效果, 展示其对优化教学效果、提高学生数学素养与综合能力的积极作用, 为高中数学教育的革新与创新提供借鉴与启示。

关键词

数学建模, 高中数学, 数学教学

The Application of Mathematical Modeling Ideas in High School Mathematics Teaching

Yiyang Xu, Xue Zhao

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Mar. 1st, 2025; accepted: Mar. 28th, 2025; published: Apr. 8th, 2025

Abstract

Mathematical modeling bridges theory and real-life applications, offering significant value in high school math education. This article focuses on exploring the practice and application of mathematical modeling ideas in high school math classes. It elaborates that such ideas can make abstract math knowledge concrete, aiding students' understanding of complex concepts like derivatives and sequences. By incorporating these ideas into teaching and practical activities, and analyzing specific cases, it discusses their application and effects in real teaching. It shows their positive impact on optimizing teaching, enhancing students' math literacy and comprehensive abilities, offering references and inspiration for the innovation of high school math education.

Keywords

Mathematical Modeling, High School Math, Mathematics Teaching

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Open Access

1. 引言

高中是数学学习的重要阶段。在此阶段, 学生不仅需要掌握数学知识, 更应注重培养数学思维及运用能力。数学建模作为连接理论与实际的桥梁, 将其融入高中数学教材具有深远意义。这不仅能够让学生亲身体验数学在日常生活中的实际应用, 还能有效激发他们对数学的探索兴趣, 全面提升其解决实际问题的能力, 为未来的学习和生活打下坚实基础。数学的应用焦点已发生转变, 过去更注重逻辑推理, 现在则更强调将实际问题转化为模型, 并利用这些模型解释现象、解决实际问题。这种方法已在自然科学、工程技术以及经济、金融等社会科学领域得到广泛应用[1]。

2. 数学建模思想应用于高中数学教学中的必要性

《高中数学新课程理念与实施》阐述, 数学建模是将现实世界的实际问题精炼、抽象化为数学模型, 进而求解此模型, 再验证其合理性, 并运用模型解答最后阐释现实问题。此一过程, 即数学知识之应用, 被定义为数学建模[2]。

首先, 从知识层面来看, 高中数学知识的深度和广度大幅提升, 涵盖了众多抽象复杂的概念与理论, 如导数、复数、概率统计等。数学建模思想能够将这些抽象知识与实际问题相结合, 进而提升学生对于复杂数学知识的掌握程度。其次, 从学生能力发展角度而言, 高中生正处于思维蜕变的黄金时期, 强化其逻辑思辨、创新创造以及问题攻克的能力迫在眉睫。比如公共设施的分布问题, 物资的运输规划和分配问题, 或学会借助互联网工具, 查阅相关资料, 从中得到启发从而选定某一研究课题[3]。最后, 从教学效果角度出发, 传统的高中数学教学模式往往侧重于知识的传授, 学生的学习较为被动, 容易产生厌倦情绪。而数学建模思想融入, 可为教学增添趣味性和实用性。使课堂教学更加生动活泼。

3. 数学建模思想融入高中教材中的意义

(1) 数学建模以现实问题为背景, 如经济决策、物理现象、生物增长等, 将枯燥的数学知识与有趣的实际情境结合。

(2) 投身建模活动过程, 学生掌握以数学知识攻克现实难题的方法, 体悟数学在多元领域的实用价值, 塑造数学学习的积极心态。

(3) 数学建模无固定模式, 需学生从不同角度思考问题, 尝试新方法、新思路, 培养创新思维与批判性思维。

4. 数学建模思想融入教学的应用案例

在高中数学教学中, 教师进行深入地钻研教材是融入数学建模思想的基石。教材作为教学的核心载体, 蕴含着丰富的数学建模素材, 深度挖掘其中潜藏的建模元素, 把数学知识融入日常, 给学生铺就从抽象到具象的道路。

4.1. 数列章节教学：利用人口增长模型讲解等比数列

例 1. 已知某地区在初始年份(设为第 1 年)的人口数量为 $P_1 = 100$ 万人, 且该地区人口增长呈现一定规律。通过建立数列模型来预测未来若干年的人口数量, 以便为当地的城市规划、资源配置等提供参考。

步骤一. 模型假设, 问题解读, 该地区人口的增长仅考虑自然增长(出生人口 - 死亡人口), 不考虑大规模的人口迁移。年复一年, 人口以恒定的自然增长率 r 递增, 假设此增长率持续不变。即 $r = 0.02$ (即 2%)。

步骤二. 模型建立, 设该地区第 n 年的人口数量为 P_n , 根据数列递推关系, 由于后一年的人口数量等于前一年人口数量加上前一年人口数量乘以自然增长率, 可得数列模型为:

$$P_n = P_{n-1}(1+r), (n \geq 2), P_1 = 100$$

将 $r = 0.02$ 代入, 得到

$$P_n = 1.02P_{n-1} (n \geq 2), P_1 = 100$$

这是一个等比数列。

步骤三. 解析此模型, 而等比数列的通项表达式为

$$P_n = P_1 q^{n-1}$$

$$q = 1 + r = 1.02$$

可得该地区人口数量的通项公式为

$$P_n = 100 \times 1.02^{n-1}$$

例如, 预测第 10 年的人口数量, 将 $n = 10$ 代入通项公式

$$P_{10} = 100 \times 1.02^9 \approx 119.51$$

步骤四. 模型分析解释, 随着年份 n 的增加, 人口数量 P_n 按照等比数列的规律增长。在实际应用中, 这提醒当地政府在制定政策时, 要充分考虑到未来人口增长带来的资源需求变化, 如住房、教育、医疗等资源的规划。

步骤五. 模型检验, 可以收集该地区过去若干年的实际人口数据, 对比按照模型计算出的人口数量和实际人口数量。例如, 已知该地区第 5 年的实际人口数量为 108.2 万人, 根据模型计算

$$P_5 = 100 \times 1.02^4 \approx 108.24$$

误差处在较低水平, 表明此模型在一定范围内能够较为合理地展现该地区人口增长态势。

学生在建模过程中可能会遇到以下的困难, 如等比数列与增长率概念混淆, 抽象数学模型理解困难, 复杂指数运算出错, 模型检验与修正问题概念理解层面出现问题, 教师应在这些过程中加以引导。

4.2. 导数章节教学：借用生产利润讲解导数优化模型

对于导数章节, 教师要善于从教材中挖掘诸如成本最小化、利润最大化等实际问题。例如, 已知某产品的成本函数和销售价格函数, 通过求导数来确定产量为多少时利润最大, 使学生理解导数在解决实际优化问题中的强大作用, 从而在教材知识基础上拓宽学生们的数学建模思维。

例 2. 某工厂生产了一种产品, 已知它的总收益 R (单位: 万元) 与年产量 x (单位: 千件) 之间的关系为

$$R(x) = 15x - \frac{1}{2}x^2$$

总成本 c (单位: 万元) 与年产量 x 的关系为

$$c(x) = 2x + 5$$

步骤一. 模型准备, 问题解读: 要确定年产量 x 为多少时, 工厂的利润最大。我们需要建立利润函数, 并利用导数来求解其最大值。

步骤二. 模型假设, 假设生产过程稳定, 总收益和总成本与年产量的关系符合给定函数, 且不考虑其他突发因素对生产和销售的影响。

步骤三. 模型建立, 设利润函数为 $L(x)$, 由利润 = 总收益 - 总成本, 得到:

$$L(x) = R(x) - c(x) = 15x - \frac{1}{2}x^2 - (2x + 5) = -\frac{1}{2}x^2 + 13x - 5$$

其中 $x \geq 0$ 。

步骤四. 模型求解, 对利润函数 $L(x)$ 求导, 根据求导公式 $(x^n)' = nx^{n-1}$, 可得:

$$L'(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 + 13x - 5 \right)' = -x + 13$$

令 $L'(x) = 0$, 即 $-x + 13 = 0$, 解得 $x = 13$ 。

进而求解 $L(x)$ 的二阶导数

$$L''(x) = (-x + 13)' = -1$$

因为

$$L''(13) = -1 < 0$$

即当 $x = 13$ 时, $L(x)$ 取得极大值。又因为在实际问题中, 利润函数只有一个极值点, 所以极大值就是最大值。

步骤五. 模型分析解释, 当产量 $x = 13$ 千件时, 利润函数的导数为 0, 说明此时利润的变化率为 0, 产量再增加或减少, 利润都会下降。二阶导数小于 0, 表明利润函数在该点是上凸的, 进一步确认了 $x = 13$ 千件的时候利润能够取得最大值。

步骤六. 模型检验, 可以将 x 取一些临近 13 的值代入利润函数进行验证, 比如 $x = 12$ 和 $x = 14$, 会发现 $L(12)$ 和 $L(14)$ 都小于 $L(13)$, 符合实际情况。

在导数建模过程中, 学生可能会遇到以下困难: 导数与实际意义关联困难, 函数关系抽象障碍, 求导计算失误, 模型验证与调整无力, 教师应在这些环节中加以引导。

5. 结束语

在数学建模的学习过程中, 不仅可以为学生营造出来一个学习数学、使用数学的环境, 也能够让学生在这个过程中主动提高自身应用所学知识去解决实际问题的能力[4]。

受时间限制, 本研究未开展实证调研。后续将科学设计方案, 运用课堂观察、问卷、访谈等方法收集数据, 验证数学建模教学有效性, 弥补不足。将数学建模理念融入高中数学教育实践中, 依然遭遇若干难题与挑战, 部分教师对数学建模思想的理解和掌握程度有待提高, 在教学实践中可能无法充分发挥其作用, 学生长期习惯于传统的学习模式, 在接受融入数学建模的教学时, 可能需要一定的适应时间。

展望未来, 我们需进一步强化教师培训, 激励教师在教学中不断探索与创新, 从而更好地将数学建模思想融入高中数学应用中。数学应用的过程不存在创造性, 而高水平的数学建模有时是数学理论的创造活动[5]。当数学建模依托于问题研究的广泛性与基础性, 跨越至其他学科领域时, 其价值与意义得以进一步拓展与升华, 为学子未来之发展铺设坚实之基石[6]。我们笃信, 随着教育者对数学建模思想的持续钻研与践行, 其于高中数学教学中将绽放更为绚烂华彩, 为培育具创新实践能力的高素质人才贡献更多力量。

参考文献

- [1] 徐稼红. 中学数学应用与建模[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2001.
- [2] 中国教育部, 编写. 高中数学新课程理念与实施[M]. 海口: 海南教育出版社, 2004.
- [3] 黄诚. 新课程背景下高中数学建模教学研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 上海师范大学, 2009.
- [4] 徐稼红. 开设“中学数学建模”课程的实践与认识[J]. 数学教育学报, 2000, 9(1): 94-97.
- [5] 赵继源. 数学应用与数学建模辨析[J]. 中学数学教学参考: 上半月高中, 2006(9): 8-10.
- [6] 杨光. 跨学科融合培养高中数学建模素养的探究[J]. 天津教育, 2023, 74(16): 43-44.