Advances in Education 教育进展, 2025, 15(4), 278-283
Published Online April 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2025.154546

基于数学建模思想的工程数学课程设计

——以“离散型随机变量及其分布律”为例

王　星

武警海警学院基础部，浙江　宁波

收稿日期：2025年3月1日；录用日期：2025年4月2日；发布日期：2025年4月10日

摘　要

本文以数学建模思想为核心，以离散型随机变量及其分布律为例，围绕问题导向的课程引入，强调过程的新知讲授、启发性强的例题设计和贴合实际的综合应用四个方面，给出了数学建模思想融入工程数学课程的具体思路和实现方法，以期提高学生数学学习的兴趣和数学知识的应用能力。

关键词

数学建模，工程数学，离散型随机变量分布

Engineering Mathematics Curriculum Design Based on Mathematical Modeling Ideas

—A Case Study of “Discrete Random Variables and Their Distribution Law”

Xing Wang

Basic Department, PAP Coast Guard Academy, Ningbo Zhejiang

Received: Mar. 1st, 2025; accepted: Apr. 2nd, 2025; published: Apr. 10th, 2025

Abstract

This paper takes the idea of mathematical modeling as the core, takes discrete random variables and their distribution law as an example, focuses on the introduction of problem-oriented courses, emphasizes the teaching of new knowledge of the process, the design of inspiring examples and the

文章引用: 王星. 基于数学建模思想的工程数学课程设计[J]. 教育进展, 2025, 15(4): 278-283.
DOI: 10.12677/ae.2025.154546

comprehensive application that fits the reality, and gives the specific ideas and implementation methods of integrating mathematical modeling ideas into engineering mathematics courses, in order to improve the students' interest in mathematics learning and the ability to apply mathematics knowledge.

Keywords

Mathematical Modeling, Engineering Mathematics, Discrete Random Variable Distribution

1. 引言

工程数学是应用型本科教育的一门必修基础课程，主要包括线性代数、概率论与数理统计等内容，是计算机、金融、等专业领域应用的数学基础。工程数学作为一门与实际应用贴合最紧密的数学课程，在教学过程中却往往脱离实际，强调数学概念、方法和结论等数学知识的传授，而忽略数学思想方法和精神实质的启蒙[1]。常规的填鸭式教学方法难以培养学生解决实际问题的创新创造能力，也无法贯彻新工科背景下“探索理科在技术前沿的应用，推动应用理科向工科延伸”[2]课程发展的要求。因此，需要改进工程数学课程的教学模式和教学方法，以适应新工科人才培养的要求。

2. 研究方法

数学建模是利用数学思想去分析实际问题，建立相关模型并求解以解决实际问题的综合运用，而工程数学研究的内容同样是应用数学知识和方法解决工程领域的实际问题，二者具有天然的联系和共同之处。又因为科学研究、人才市场和研究性教学的需要[3]，越来越多的学者提倡将数学建模的思想融入数学类主干教程[3]-[8]，将数学建模思想引入到工程数学课程的授课之中，有助于促进工程数学的学习。

由于工程数学有着完整的数学体系，数学建模思想的融入不宜在所有的概念或命题之前都机械地装上一个数学建模的实例，课程的教学更应该要突出数学思想的来龙去脉，揭示数学概念和公式的实际来源和应用[1]。因此，数学建模思想在工程数学课程中的融入应该是在教师充分把握课堂专业知识和理解数学建模思想的基础上，找准二者融合的切入点，在润物细无声中提升学生的数学思想和创新应用能力。具体切入点总结如下：

一、以实际应用为导向，激发主动求知欲望。工程数学是一门应用的课程，在物理、计算机、经济等领域均有很多的应用。比如，图像处理中的图像变换用到了矩阵的乘法；希尔密码是一种利用可逆矩阵的加密算法；根据概率论与数理统计知识可以建立随机模型，研究股票价格变化和期权定价等问题。将工程数学知识建立在实际的应用背景下，直观的将数学概念与应用领域联系起来，让学生体会到数学作为一门技术的重要作用，进而激发学生的求知欲望。

二、与专业知识相结合，提高知识交叉运用能力。现实中的实际问题仅凭数学理论是很难解决的，这也是数学建模近些年来越来越被重视的原因。在工程数学课程的设计中，要尽可能地考虑到数学理论与专业知识的结合，设计与专业相关的课堂引入和实例，比如矩阵的特征值和特征向量中，图像处理专业可以融入图像压缩的背景，大数据处理专业可以结合数据降维中的主成分分析来引入，物理专业则可以从系统的稳定性角度来阐述。

三、以思维提升为目的，强化综合能力培养。数学类课程的教育不能仅局限在理论知识层面，还需要重视数学思维的培养。数学建模不仅能锻炼人的抽象思维和逻辑思维，还能培养分析问题、抽象问题以及解决问题的思维模式。因此在工程数学的授课之中，也要有目的地融入这种数学建模的思维模式，让学生在润物细无声中掌握这种思维模式并应用到工作生活中，促进学生综合能力的提高。

3. 基于数学建模思想的教学过程设计

离散型随机变量及其分布律是工程数学第二学期概率论与数理统计中的第二章内容。离散型随机变量实际上是对离散型随机现象进行理论研究和数学建模的理论成果。两点分布、二项分布和泊松分布是几种常见的离散型随机变量，也是本章节的教学重难点。这几种离散型随机变量的分布在生活实际中的应用十分广泛，适合通过融入数学建模思想激发学生对课程的学习兴趣。下文将从教学过程设计的课堂引入、新知讲授、例题设计和综合应用四个方面给出具体融入数学建模思想的应用实例。

3.1. 问题导向的课堂引入

课程引入是激发学生学习兴趣，保证良好课堂效果开端的关键。本章节常规的引入方法是通过回顾上节课随机变量的知识点，引出本节课离散型随机变量的内容。这种引入方法虽能够很好地衔接课程知识点，但枯燥的理论知识难以吸引学生的学习兴趣。

数学建模的思想之一就是用数学理论解决实际问题，实际生活中很多现象都可以利用离散型随机变量解释。基于它们贴合实际的共同点，本章节内容可以从身边常见的生活现象进行引入，更好的例子是与直觉相违背的生活现象，采用问题导向的课堂引入模式，让学生能够带着解惑的好奇心去学习本节课的内容，提升对后续课堂新知的吸收效果。

本章节的课堂引入中，先通过图片或视频列举出生活中频频出现的百年难遇的洪涝灾害，比如 2020 年 5 月，广州遭遇“超百年一遇的”特大暴雨天气；2021 年 6 月，绍兴诸暨出现百年一遇的极端大暴雨天气；2022 年 6 月，“百年一遇”洪水袭击广东英德；2023 年 8 月，洪水突袭京津冀，北京遭遇了 140 年最大暴雨。然后提出很多人都有的疑惑：为什么“百年一遇”的洪水却感觉每年都能遇到呢？

3.2. 强调过程的新知讲授

Table 1. Common discrete random variable distribution
表 1. 常见的离散型随机变量分布

随机试验	随机变量	分布律	分布类型
伯努利试验	$X=X(e)=\begin{cases}0,当e=e_1,\\1,当e=e_2\end{cases}$	$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k}$, $k=0,1$	两点分布
n 重伯努利试验	n 重伯努利试验中关心事件发生的次数 $X(e)=0,1,\cdots,n$	$P\{X=k\}=C_n^k p(1-p)^{n-1}$, $k=0,1,2,...,n$	二项分布
k 次伯努利试验	重复伯努利试验，直到关心的事件发生才停止，此时所进行的试验次数 $X(e)=1,2,\cdots$	$P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p$, $k=1,2,...$	几何分布
大量次($n\to\infty$)伯努利试验	单位时间内关心事件发生的次数 $X(e)=0,1,2,\cdots$	$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$, $k=0,1,2,\cdots$	泊松分布

本章节的教学重难点是几种常见的离散型随机变量的分布。两点分布、二项分布、泊松分布作为生产生活中最常见的离散型随机变量的分布律，不是数学家在房间里拍脑袋想出来的，而是前人在对概率

现象不断地观察试验中总结而来的，相当于前人在不断对现实问题研究思考后所形成的固定的数学模型。我们在学习成熟的数学模型时，也要了解大致的数学建模的过程，才能更快更好地接受和吸收。

在大部分的教材中，我们在学习该部分内容时，都是直接给出常见分布的概率及分布律。这几种常见的离散型随机分布既有联系又有区别，学生如果只机械记忆分布律公式，很难分析和识别具体应用中需要应用哪一种分布模型。因此，增加常见离散型分布知识点形成过程的理解就十分重要。

在教师讲授常见离散型分布律知识点时，有必要点出常见离散型随机变量的试验内容和对应分布律的形成过程，按照随机试验、随机变量、分布律和分布类型的顺序过程进行讲授，进而加深学生对常见离散型概率分布应用背景的理解和知识点的记忆，同时感知两点分布、二项分布、几何分布和泊松分布也是一种数学模型。常见的离散型随机变量及分布如表 1 所示。

3.3. 启发性强的例题设计

目前教材中的例题很多都围绕有放回无放回摸球、产品次品率、设备故障等围绕生产实践设计的。随着科学技术的发展，数学在计算机、互联网、金融保险等方面应用得更加广泛，当代大学生的生活经验和教育培养目标也不再局限于设备生产。学生的生产经验少，很难将学到的概率分布理论解释生活中常见的概率现象。因此，有必要围绕新时代的大学生培养目标，设计更贴合大学生生活经验的例题，才能更好地启发学生对离散型随机变量的理解。这种与时俱进更新应用实例的要求与数学建模应用于解决不断出现的新问题的思想也是一致的。

例题 1 某彩票中 500 万大奖的概率为 0.00000005，连续买 365 期。求至少中一次 500 万的概率。

将一期彩票中 500 万看成是一次试验，设连续买 365 期，中奖 500 万的次数为随机变量 X，则 X 符合二项分布，且 $X \sim b(365, 0.00000005)$。则

$$\begin{aligned} P\{X \geq 1\} &= 1 - P\{X = 0\} \\ &= 1 - 0.99999995^{365} \\ &= 0.000018 \end{aligned}$$

买彩票是一项当前广受年轻人喜爱的娱乐方式。这个例子说明持续买一年的彩票，中 500 万的概率只有 0.000018，这是个非常小的概率。根据实际推断原理，概率很小的事件在实际中几乎是不可能发生的。这个买彩票的例子不仅强化了学生对二项分布的理解，也能启发学生正确地看待买彩票的行为。偶尔买次彩票给生活做个调剂可以，但是千万不要做“一夜暴富”的白日梦，踏踏实实地做好自己的事情才是最重要的。

例题 2 为鼓励学生积极在学校公众号上投稿，规定发表在公众号上的文章日点赞量超过 100 次给予一定的奖励。已知某篇文章目前平均每天的点赞量为 50 次，问该篇文章在后续日子里，日点赞量能否达到 100 次从而拿到奖励？

浏览公众号的文章已经成为大多数人获取信息的重要途径，也有很多人愿意在公众号上发表文章来表达个人或集体的观点。点赞量代表着用户对作品的认可和喜爱，是每一个文章创作者最关心的数据。将该篇文章的每日点赞量看作是一次试验，设日点赞量为随机变量 X，则 X 符合泊松分布，$X \sim \pi(50)$。则

$$P\{X = 100\} = \frac{50^{100} e^{-50}}{100!} = 1.6 \times 10^{-10}$$

1.6×10^{-10} 是一个非常小的概率，根据实际推断原理，预测未来的日子里该文章的日点赞数达不到 100。

该例题以公众号文章点赞量预测为背景，加深学生对泊松分布的理解和记忆，同时启发学生对泊松

分布具有预测事件发生次数概率作用的认知。

用泊松分布模型预测文章点赞量要求文章的访问者的到达是独立的。但真实情况并非总是如此。如果文章被推荐或者某个知名人士转发，很容易造成短期内的大量访问者，这时候日点赞量就很有可能达到 100。这也体现了数学建模是一个由简单到复杂的过程，需要通过不断提高认知和社会经验，才能得到更贴合实际的数学模型。

3.4. 贴合实际的综合应用

课堂开始，引入了“洪水百年一遇却年年遇”的问题，这里可以作为一个离散型随机变量分布的一个综合应用进行解释。

首先厘清“百年一遇”的概念。“百年一遇”并不是 100 年只发生一次的理解，而是一个数学概念，表示 1 年内有 1%的概率会发生。

对于单独的一条河流来说，10 年内发生百年一遇洪水的次数符合二项分布 $X \sim b(10, 0.01)$，则 10 年内至少发生一次百年一遇洪水的概率为：

$$\begin{aligned} P\{X \geq 1\} &= 1 - P\{X = 0\} \\ &= 1 - 0.99^{10} \\ &= 9.56\% \end{aligned}$$

9.56% 并不算一个比较大的概率。但随着新闻传播途径越来越广泛，我们能接受到来自全国各地的“百年一遇”洪水的新闻。我国目前有 34 个省级行政区，假设每个行政区均有一条河流，河流之间相互独立，则 34 个独立区域 10 年内有发生过百年一遇洪水的区域数符合二项分布 $X \sim b(34, 0.0956)$，则全国有 5 个独立区域在 10 年发生过百年一遇的概率为：

$$\begin{aligned} P\{X = 5\} &= C_{34}^{5} \times 0.0956^{5} \times (1 - 0.0956)^{29} \\ &= 12.06\% \end{aligned}$$

据水利普查的数据，全国流域面积达 1000 平方公里的河流有 2221 条[9]。再加上我们听到的关于“百年一遇”的新闻还包括地震、台风、火灾等多种灾害，全国各地出现“百年一遇”灾害的概率就远远大于 12.06%了。这也是为什么我们会有洪水百年一遇年年遇的错觉产生。

这个综合案例不仅贴合本节课关于离散型随机变量分布的教学内容，也很好地体现了通过数学建模解释生活中常见现象的过程。首先是用数学语言描述问题，用数学中的概率来解释“百年一遇”。其次数学模型要充分简化以便于求解。该案例将发生百年一遇洪水的概率简化成二项分布的离散型随机变量的模型，以便于计算和求解。最后数学模型还要根据实际进行解释和说明，以得到与实际问题相贴合的结论。

4. 教学实践与反馈

为了更好地将数学建模思想融入到工程数学课程的教学之中，在备课阶段，教师需要根据教学目标和教学内容做好课堂设计；在课堂讲授中采用讲授法、讨论法、练习法等多样化的教学方法，提高学生的课堂参与程度。通过收集学生意见和反馈，实践表明，该方法能够调动学生的学习兴趣，增加对概率论知识点的理解，提高学生利用数学知识分析、解释实际生活中问题的能力。

5. 结语

将数学建模思想与工程数学教学进行有机融合，既能发挥好工程数学服务于应用型专业的基础作用，也能激发学生的学习兴趣，促进学生综合能力的提高。作为高等院校的数学教师，一方面要深挖课本教

材，在提高自己专业知识的同时也要注意与实际问题的联系；另一方面要扩充与数学交叉学科的基础知识，提高自己的数学建模能力，才能更好地将数学建模的思想融入到工程数学的教学之中，才能更好地促进应用型、专业型人才的培养。

参考文献

[1] 李大潜. 将数学建模思想融入数学类主干课程[J]. 中国大学教学, 2006(1): 9-11.

[2] 中华人民共和国教育部. 教育部高等教育司关于开展新工科研究与实践的通知[EB/OL]. 2017-02-20. http://www.moe.gov.cn/s78/A08/tongzhi/201702/t20170223_297158.html, 2024-11-25.

[3] 段勇，傅英定，黄延祝. 浅谈数学建模思想在大学数学教学中的应用[J]. 中国大学教学, 2007(10): 32-34.

[4] 张平文. 数学建模进入课堂已经成为世界教育的潮流[J]. 数学教育学报, 2017, 12(26): 6-7.

[5] 顾丽娜. 数学建模在高职数学课程中的教学改革与探索[J]. 科技风, 2023(26): 120-122.

[6] 吴孟达，王丹，毛紫阳. 面向问题的数学教学——谈数学建模对数学教学改革的启示[J]. 高等教育研究学报, 2011, 11(34): 15-16.

[7] 徐美进，朱振广，杨文杰. 数学建模、数学实验与工程数学课程教学改革[J]. 辽宁工学院学报, 2007, 10(9): 129-131.

[8] 李瑞，但炜. 数学建模思想在高等数学教学中的探究[J]. 高教学刊, 2023, 9(11): 112-11.

[9] 中华人民共和国水利部. 第一次全国水利普查公报[EB/OL]. 2013-03-21. http://www.mwr.gov.cn/sj/tjgb/dycqgslpcgb/201701/t20170122_790650.html, 2024-11-25.