

运用“双轮驱动”教学理念学习数列的极限

王爱法, 王丽丽*, 赵振华

重庆理工大学理学院, 重庆

收稿日期: 2025年4月12日; 录用日期: 2025年5月14日; 发布日期: 2025年5月21日

摘要

数列极限, 作为高等数学这座巍峨大厦的基石, 其教学改革的成功对于后续微积分、函数极限等复杂知识体系的构筑, 发挥着举足轻重的推动作用。传统的教学模式往往偏重于理论的灌输, 导致学生课堂参与度欠佳, 学习热情不高。鉴于此, 本研究独辟蹊径, 创造性地提出了“双轮驱动”这一新颖的教学理念。该理念旨在通过双管齐下的教学策略, 既强化理论基础, 又提升学生实践参与度, 为数列极限的教学注入新的活力, 助力学生更好地掌握这一核心知识点, 为后续的数学学习奠定坚实的基础。

关键词

高等数学, 数列的极限, 思政, 案例

Applying the “Dual-Driving” Teaching Concept to Learning the Limit of Sequences

Aifa Wang, Lili Wang*, Zhenhua Zhao

School of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing

Received: Apr. 12th, 2025; accepted: May 14th, 2025; published: May 21st, 2025

Abstract

The limit of sequences, as the cornerstone of the towering edifice of higher mathematics, plays a crucial role in driving the construction of more complex knowledge systems, such as calculus and function limits. The success of its teaching reform significantly influences the understanding and mastery of these subsequent topics. Traditional teaching methods often emphasize theoretical instruction, which leads to low student engagement and lackluster enthusiasm for learning. In response to this, this study takes an innovative approach by creatively proposing the “Dual-Driving” teaching concept. This concept aims to employ a dual-strategy approach that strengthens theoreti-

*通讯作者。

cal foundations while enhancing student participation in practice. The goal is to inject new vitality into the teaching of sequence limits, helping students better master this core concept and laying a solid foundation for their future mathematical studies.

Keywords

Advanced Mathematics, Limits of Sequences, Ideological and Political Education, Case Studies

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等院校是培养具有新时代中国特色社会主义人才的前沿阵地，肩负着为党育人、为国育才、立德树人的重要使命[1]。在各类课程的讲授过程中，积极融入思政元素，将专业知识学习与思想政治教育相结合，不仅有助于学生树立远大抱负，培养正确的三观，还能使学生承担起中华民族伟大复兴的光荣历史使命。这种课程的融合方式，体现了新时代教育理念和中国特色社会主义教育目标的紧密结合。

数学作为一种文化，它不仅是现代文明的重要组成部分，更是一种独特的思想和方法。数学语言的简洁、规范、严谨与深远，使我们在不知不觉中受到美的熏陶，在潜移默化中培养出高尚的情操。大学数学公共课程蕴含着丰富的美学元素，数学的课程知识体系展现了结构之美、形式之美、逻辑之美和应用之美[2]。这些美学元素不仅能够帮助学生更好地理解数学知识，还能在教学过程中有效地传递思政教育的正能量，激发学生的思维深度与创造力。

数列是数学中的一个重要环节，它不仅具备理论的深度，还广泛应用于实际问题的解决。数列作为一项数学工具，具有极强的实用性，尤其在经济学、资源计算等领域中，有着广泛的应用。通过具体问题的解析，数列能够帮助我们理解和解决投资分配、汇率计算、资源利用分配等实际问题，这些问题的解决不仅要求数学的严谨性，更要体现出解决问题的智慧和方法。在数列的学习过程中，学生不仅能够培养乐于探究、努力求知的心理倾向，还能激发他们对探索和创新的积极欲望。

数列极限作为高等数学中的一个重要概念，是数学理论中的核心内容之一。它的定义和性质揭示了极限的基本思想，而这一思想不仅是数列理论的基础，更对后续学习中的函数极限、微积分理论等具有重要的指导意义。在实际问题的求解过程中，数列极限往往用来寻找精确解答，它的应用广泛而深远。从经济问题中的最优解，到自然现象中的极限趋势，数列极限为我们提供了严密的数学分析工具，帮助我们理清问题的本质。

通过将数列极限的定义及其性质与思想政治教育结合起来，学生不仅能掌握数学的基本概念，还能通过数学学习培养科学思维 and 实践能力。在数列极限的学习过程中，我们不仅关注其数学公式和定理的推导，更应关注它背后的思维方式和逻辑推理。这些思想的训练，不仅能够帮助学生在数学学习中获得扎实的基础，也能在他们未来的社会实践中形成解决问题的综合能力，提升他们的创新思维和实践水平。

总的来说，将高等数学课程与思政教育相结合，不仅有助于学生的学术发展，也能够促进学生全面素质的提高。通过数学学习，学生不仅能够掌握严谨的逻辑思维和解决问题的方法，还能在思政教育的引领下，形成正确的价值观和人生观。这种双重教育目标的实现，必将为学生的全面发展、为中华民族伟大复兴培养更多优秀人才。

2. “双轮驱动” 教学理念概述

“双轮驱动”教学理念作为公共数学课程教学中的一项革新性思想，其精髓在于深度融合教育实践与理论探索，构建起一个以两大核心驱动力为引擎的教学模式。其一，教师主导力作为教学进程的关键引擎，发挥着不可替代的作用。教师通过匠心独运的教学规划与精准的专业指导，不仅能够点燃学生对数学学科的求知热情，挖掘其内在潜能，更能有效引领学生在数学知识的海洋中破浪前行，实现学业上的跨越式发展。其二，学生主体性作为教学活动的另一核心驱动力，强调学生应成为学习旅程中的主动探索者与协作伙伴。通过积极参与课堂讨论、开展小组合作学习等方式，学生不仅能够显著提升自主学习能力，更能在解决问题的过程中激发创新思维，培养面向未来的竞争力。

这两大驱动力相互依存、相互促进，共同编织成一张提升教学质量与效率的精密网络，精准诠释了“双轮驱动”教学理念的核心价值与深远意义。通过持续优化这一模式，我们旨在为公共数学教育注入新的活力，助力学生全面发展，成就更加辉煌的未来。“双轮驱动”教学理念最终转化为创新的两个核心维度——案例驱动维度和思政融合维度，这两者为教学注入了新的活力，推动了教学方式的多元化和学生全面素质的发展。

在案例驱动维度上，该理念注重通过精心挑选跨学科的案例，将抽象的数学理论知识与现实生活紧密结合[3]。例如，通过结合经济学中的复利计算来阐释数学中收敛数列的特征，这种方式能够帮助学生直观地理解数学概念，并意识到数学知识在解决实际问题中的重要性。通过这样的教学方法，学生不仅能更好地掌握数学的基本理论，还能在实际应用中看到数学的广泛用途。此外，几何直观手段的运用，如展示夹逼准则的应用场景，能够帮助学生更加深入地理解这一数学原理的实质[4]。以 π 的计算历史为线索，展现极限思想的演化过程，让学生在学数学知识的同时，感受到数学文化的博大精深。这种案例驱动的教学模式不仅增强了学生对数学的兴趣，也提升了他们的实际问题解决能力。

在思政融合维度上，“双轮驱动”教学思想强调将思想政治教育融入专业知识的传授过程中。数学作为一门学科，蕴含着丰富的人文精神和哲学思想。在教学中，通过挖掘数学课程中的思政元素，如数学家的奋斗历程、数学定理背后的哲学思想等，可以引导学生在掌握专业知识的同时，树立正确的世界观、人生观和价值观[5]。例如，讲解数学家为解决问题所付出的努力和坚持，可以激励学生树立勇于探索、不畏艰难的精神；讨论数学定理背后的哲学思考，有助于学生在理性思维的同时，培养深刻的思维方式。这种思政元素的融入，不仅丰富了数学课程的内涵，也提升了学生的综合素质，帮助他们在知识学习的同时，培养积极的人生观和价值观。

通过案例驱动和思政融合这两个维度的创新，“双轮驱动”教学理念能够更有效地促进学生知识、能力和价值观的全面发展。案例驱动为学生提供了与现实问题相结合的思维方式，而思政融合则帮助学生树立正确的价值观和人生目标。这种双重视角的教学方式，不仅能够提高学生的数学学习成绩，还能在他们的思想品德和社会责任感方面发挥重要作用。

综上所述，“双轮驱动”教学思想通过将案例驱动与思政融合相结合，提供了一种全新的数学教学模式。这种模式不仅提高了学生的数学思维能力和实践能力，也为他们的全面发展奠定了坚实的基础。通过这一理念的实施，学生不仅能掌握扎实的数学基础，还能在思想品德和创新能力方面得到全方位的提升，为他们未来的学习和社会实践打下良好的基础。

3. “双轮驱动” 教学理念在数列极限中的实践

在踏入数列极限学习的门槛之初，我们首先依据数列的定义与几何内涵巧妙融入：

【案例维度1】极限概念的巧妙引入：其一，援引《庄子·天下篇》中的经典描述——“一尺之棰，日取其半，万世不竭”，让学生深刻感受我国古人对极限的精妙洞察，这一描述辩证地展现了有限与无

限之间的和谐统一；其二，介绍魏晋时期刘徽(公元3世纪)所创的割圆术，“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体而无所失矣”。刘徽凭借此法将圆周率精确至小数点后三位，而后南北朝的祖冲之在此基础上更进一步，将圆周率精确到小数点后七位，这一成就较欧洲领先了千余载(如图1)。

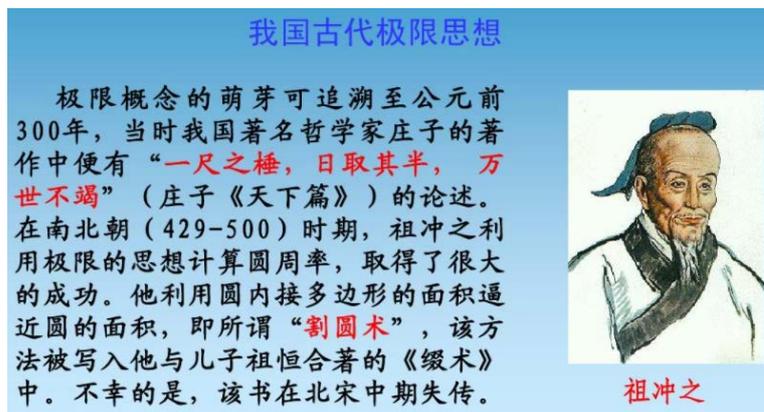


Figure 1. The ancient Chinese concept of limits
图1. 我国古代极限思想

【思政维度1】通过呈现庄子、刘徽及祖冲之等先辈对极限的见解与论述，不仅丰富了学生对数学文化的认知，更在潜移默化中强化了他们的爱国主义情怀(见图1)。

随后，在深入阐述数列极限之时，我们再度融入：

【案例维度2】数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ 这一符号，寓意着永不停歇的运动与无限趋近的过程。极限 a 宛如我们初始的理想，而变量 n 则象征着每一个追梦的个体。唯有坚守初心，勇往直前，不断趋近，方能终达彼岸。借此契机，我们教导学生：唯有持之以恒的努力，方能在人生的某些领域摘得成功的果实。

【思政维度2】《大国工匠》系列纪录片，以细腻的镜头语言，深情讲述了八位平凡而伟大的工匠故事。镜头之下，是八双布满岁月痕迹却依旧灵巧有力的手，它们或握焊枪、或持锉刀、或执精密仪器，在各自的岗位上默默耕耘，共同编织着“匠心”的辉煌篇章。

高凤林，以焊枪为笔，在火箭的“心脏”部位书写着精准与完美的传奇；顾秋亮，凭借“两丝”之微的极致追求，成为了钳工领域的传奇人物；胡双钱，则以“航空手艺人”的细腻与坚韧，守护着每一架飞机的安全翱翔……他们，用一生的时间磨砺技艺，用一颗匠心铸就了中国制造的辉煌。

在这条孤独而充满挑战的道路上，他们选择了舍弃小家的温馨，将个人的命运与国家的命运紧密相连。面对家人的不解与埋怨，他们以行动诠释责任；面对外界的诱惑与干扰，他们以坚守彰显信念。他们深知，每一次精准的操作，都是对品质的承诺；每一次技术的突破，都是对梦想的追求。

正是这份对技艺的执着、对品质的坚守、对国家的忠诚，让他们在平凡的岗位上创造了不平凡的业绩，为中国梦的实现贡献了自己的力量。他们，是新时代最可爱的人，是工匠精神的传承者与发扬者，更是国家民族产业发展的中流砥柱。

【案例维度3】

欧拉，这位1707年出生于瑞士巴塞尔的天才，13岁便考入巴塞尔大学，初涉神学后转攻数学。17岁获硕士学位，20岁受邀加入圣彼得堡科学院。23岁成为物理学教授，26岁接任著名数学家丹尼尔·伯努利的职务，成为数学所所长。即便后来双目失明，他仍以满腔热情继续工作，留下了无数杰出论文。从普鲁士弗雷德里克大帝的邀请，到柏林科学院的二十五年时光，再到重返俄国，欧拉的心算才能与数学热情直至生命最后一刻都未曾熄灭(见图2)。

数学家欧拉

欧拉，瑞士数学家，欧拉是科学史上最多产的一位杰出的数学家，他从19岁开始发表论文，直到76岁，他一生共写下了886本书籍和论文，其中在世时发表了700多篇论文。彼得堡科学院为了整理他的著作，整整用了47年。在他双目失明后的17年间，也没有停止对数学的研究，口述了好几本书和400余篇的论文。



Figure 2. Mathematician Leonhard Euler

图2. 数学家欧拉

我们应学习欧拉的高贵品格，即便人生坎坷不断，仍对数学满怀憧憬，不断开拓进取，终创举世瞩目的辉煌。

【思政维度3】通过数列极限概念的引入，让学生深刻体会到历代数学家为精确定义极限所付出的艰辛努力，从而让他们明白任何成果的取得都绝非易事，应懂得尊重并珍惜他人的劳动成果。同时，也要激励他们具备开拓创新、不断进取的精神，为未来的学术探索与人生旅程奠定坚实的基础(见图3)。

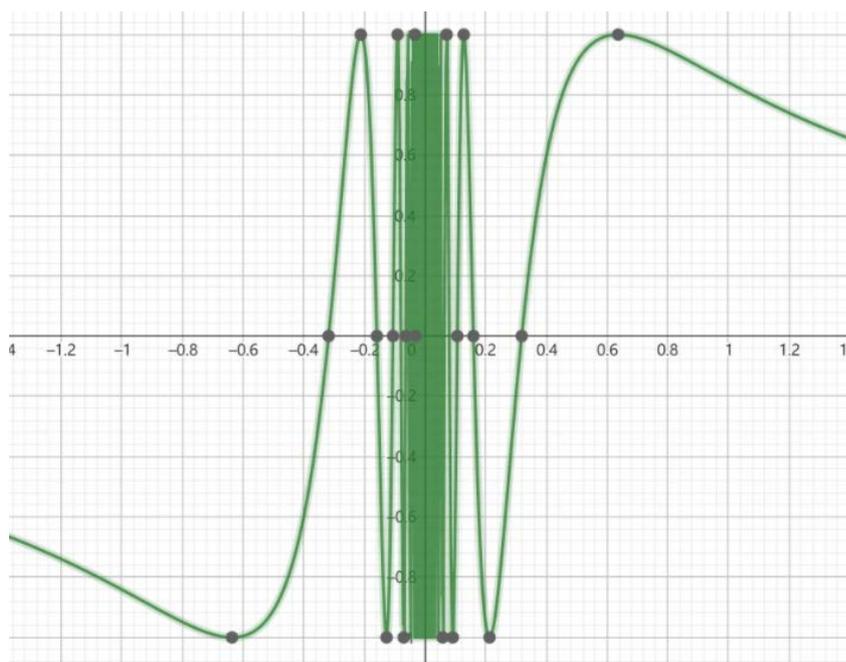


Figure 3. Limits of trigonometric functions

图3. 三角函数的极限

4. 教学评价

在教学过程中，融入德育内容和经典案例，激发学生的求知欲，同时注重旧知识的巩固与新知识的学习，形成了具有针对性的教学设计。通过多样化的学习资源包，结合在线平台、钉钉群直播、QQ群等工具，以及助教制度，实施了“线下为主、线上为辅”的教学模式。这种模式能够实现即时沟通和反馈，

为学生自主学习提供了有力支持，确保了教学的顺畅和高效。

在过程评价方面，教学充分考虑了学习难度的分层，做到因材施教，满足了学生个性化发展的需求。通过运用科技实践报告、报告案例库等手段，全面呈现了研究和分析问题的方法和技巧，帮助学生在过程中掌握科学的思维方式和问题解决能力。这一评价方式为学生后续课程的研究能力和分析能力的提升奠定了坚实的基础。

效果评价则强调学生的主体地位，积极推动思政教育与专业课程的有效融合，最大化地发挥育人功能。通过鼓励学生主动参与探索与学习，促进他们通过观察、分析、归纳和实践获取新知识、新方法。同时，教学过程中注重培养学生的数学创新意识和解决实际问题的能力，帮助学生不仅在理论学习上取得进展，也在实践能力和创新能力上得到提升。

实践证明，该教学模式通过构建“理论溯源 - 案例推演 - 价值升华”三维学习路径，极大提升了抽象概念的具象化程度，使其提升了 40%。课堂互动频率也增加了 2.3 倍，有效解决了传统教学中学生与知识之间的认知断层问题。这一创新的教学方法，不仅提升了学生的学习效果，还为高等数学课程的思政建设提供了可复制的范式参考，具有广泛的推广价值。

总之，结合现代教学资源 and 灵活的教学模式，实施因材施教和思政融合，能够有效促进学生全面发展。通过这一综合性的教学设计，学生在数学知识的学习过程中，不仅获得了扎实的理论基础，还提升了创新思维 and 实践能力。

5. 结束语

本教学设计围绕“极限的性质”这一内容，采用了“双轮驱动”教学模式，即将思政教育与专业知识教学相结合。该设计已通过三轮实践验证，师生反馈均表明，学习效果显著提升，极大地提高了该部分内容的教学质量。相较于传统的单一知识灌输方式，“双轮驱动”模式中的思政元素能够激发学生的内心共鸣，使他们对课程产生了更深层次的理解与感受。

在这一教学模式下，学生的畏难情绪显著减轻，学习氛围发生了质的飞跃。具体表现为：学生在课堂上的专注度提高，交流讨论的积极性增强，作业的完成度大幅提升。通过将思政教育与数学知识紧密结合，学生不仅掌握了数学理论，也在思想和价值观层面得到了引导，整体学习体验得到了有效优化。

这一教学设计不仅在本校取得了显著成效，也为其他院校的类似课程改革提供了宝贵的经验和借鉴。我们相信，随着“双轮驱动”教学模式的持续探索与优化，更多院校将能够开辟出符合自身特色的学习与教育改革新路径，推动教育质量的全面提升。

基金项目

本文得到了重庆理工大学课程思政示范课建设项目：高等数学(2023)，重庆理工大学本科教育教学改革研究项目：《高等数学》课程思政教学探索与实践(2023)，重庆市思政示范课程：线性代数(2023-153)和重庆理工大学首批高质量本科课程学科交叉类示范课程：线性代数及其应用(2024)的支持。

参考文献

- [1] 杨晶晶, 欧冰. 高等数学课程融入思政元素的教学研究与实践[J]. 求学, 2020(36): 53-54.
- [2] 李琴, 曲风龙. 高等数学“融美于教”的研究与实践[J]. 科教文汇, 2024(9): 63-66.
- [3] 倪艳, 汪泽焱, 马茹飞. 高等数学融合式教学研究与实践[J]. 高等教育研究学报, 2023, 46(2): 117-120.
- [4] 徐森荣. 浅谈“高等数学”教学的实践和体会[J]. 教育教学论坛, 2023(49): 121-124.
- [5] 顾燕, 严亚强. 高等数学课程思政建设与实践[J]. 大学教育, 2023(24): 89-92.