

大概念视角下数学单元教学设计

——以“数列的概念”第1课时为例

李美钰, 张丽春*

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2025年4月9日; 录用日期: 2025年5月12日; 发布日期: 2025年5月19日

摘要

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》中提出“重视以学科大概念为核心,使课程内容结构化”的教育理念。在此背景下,大概念、单元教学成为教师研究方向,教学过程更加注重知识内部的关联与数学逻辑体系的建构。本文基于此理念,结合“数列”单元教学,探索如何通过大概念整合数学逻辑体系,促进学生核心素养的形成。通过重构教学框架与实例分析,展现单元教学设计的实施路径。

关键词

学科大概念, 单元教学设计, 高中数学, 数列

Mathematics Unit Teaching Design from the Perspective of Big Concepts

—A Case Study of the First Class of “The Concept of Sequences”

Meiyu Li, Lichun Zhang*

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Apr. 9th, 2025; accepted: May 12th, 2025; published: May 19th, 2025

Abstract

The “General Senior High School Mathematics Curriculum Standards (2017 Edition, Revised in

*通讯作者。

文章引用: 李美钰, 张丽春. 大概念视角下数学单元教学设计[J]. 教育进展, 2025, 15(5): 481-486.

DOI: 10.12677/ae.2025.155786

2020)” put forward the educational concept of “emphasizing the core of disciplinary big concepts to structure the curriculum content”. Against this backdrop, big concepts and unit teaching have become the research directions for teachers, and the teaching process pays more attention to the internal connections of knowledge and the construction of the mathematical logical system. Based on this concept, this paper, in combination with the “sequence” unit teaching, explores how to integrate the mathematical logical system through big concepts to promote the formation of students’ core literacy. Through the reconstruction of the teaching framework and case analysis, the implementation path of unit teaching design is presented.

Keywords

Big Disciplinary Concepts, Unit Teaching Design, Senior High School Mathematics, Sequences

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 理论依据

大概念是由英文 Big ideas 翻译过来的,也可以翻译成大观念、大想法、大思想。美国杰罗姆·布鲁纳是早期对知识结构和大概概念有所涉及的学者。他强调学科结构的重要性,主张学习者应当掌握学科的基本结构,这种结构类似于大概念所起的作用。戴维·奥苏贝尔的有意义学习理论主张新知识需与已有认知结构建立实质性联系,而大概念恰可作为认知锚点,帮助学生构建系统化的知识体系。

在数学学科方面,查尔斯从学科教育的角度出发,认为大概念不仅是一种陈述,也是能将众多的数学理解联系成一个连贯的整体的核心概念,例如,数列作为离散函数的研究对象,既延续了函数的抽象思维,又为后续极限理论奠定基础,是函数与微积分之间的关键纽带。

20 世纪初,美国教育家杜威提出实用主义单元教学模式,主张以问题情境驱动学习。他的学生克伯屈在此基础上提出了“设计教学法”,主张“学习大单元”,取消分科教学和固定教材,以学生活动安排学习单元,更注重个体差异和实际需求。

顿继安和何彩霞撰写的《大概念统摄下的单元教学设计》进一步提出,大概念统摄下的单元教学设计可有效解决知识碎片化问题,通过进阶式目标设计,助力学生从“记忆知识”向“应用能力”转化[1]。

2. 教学设计

2.1. 明晰单元大概念

2.1.1. 教材分析

《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》(以下简称“课标”)将“数列”安排在选择性必修课程“函数”主题一下。本单元内容包括:数列概念、等差数列、等比数列、数学归纳法[2]。

数列是高中阶段数学学习的重要内容之一。数列是一类特殊的函数(离散函数),承接函数知识体系,同时数列是后期极限学习的基础,是学好极限的前提,所以数列的概念在数学学习中起到了承前启后的作用。本章教学中,注重引导学生感受规律、发现规律、研究规律、应用规律。

本文对普通高中教科书数学(A 版)选择性必修第二册第四章数列进行结构梳理与课时安排分析。如图 1。

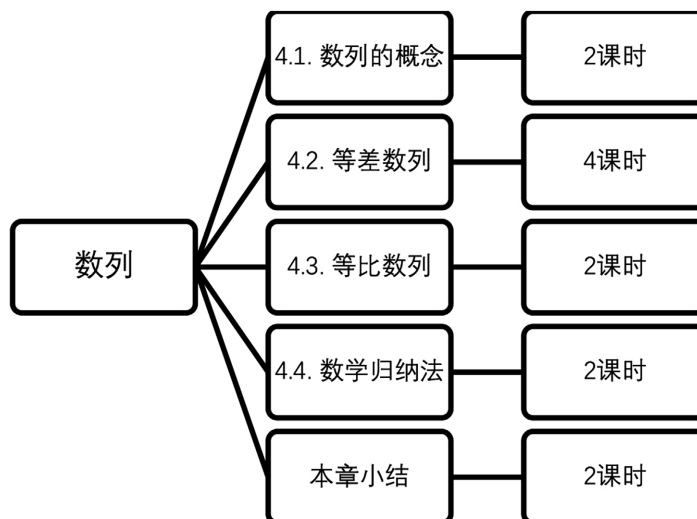


Figure 1. Analysis of the chapter structure and class hour arrangement of the sequence section

图 1. 数列章节结构与课时安排分析

2.1.2. 明确大概念

综合对课程标准、教材、以及数学核心素养的分析, 提炼出本单元的大概念为: “数列: 探索规律, 发现模式”。该概念贯穿以下核心问题: 如何通过从实际情境抽象出数学模型? 数列与函数有何联系与区别? 如何从有限项归纳通项公式, 并验证其通用性?

2.2. 确定单元教学目标

2.2.1. 学情分析

在初中阶段, 学生已经学习过数、方程、一次函数、二次函数等知识。进入高中, 学生又学习了函数章节的内容, 具有一定的知识经验储备, 为进一步学习提供支撑。然而, 学生的抽象思维仍在发展, 理解抽象的逻辑关系时需要借助一定的具体经验材料; 并且, 学生对于通过运算发现代数规律的意识较为薄弱[3]。

2.2.2. 单元教学目标

站在大概念的视角下, 整体规划本单元学习内容顺序为: 数列概念 - 通项公式 - 数列求和 - 递推公式 - 数学归纳法; 通过观察、分析、归纳等数学活动, 探究数列的生成规律和性质, 培养学生逻辑推理与问题解决能力, 同时渗透函数思想与数形结合方法。

2.3. “数列的概念”(第 1 课时)教学设计

2.3.1. 情境导入

1) 播放 2026 年米兰冬季奥运会宣传片, 并提出问题: 第十九届冬季奥运会是在 2002 年举办的, 已知每四年举办一届冬奥会, 那米兰冬季奥运会是第多少届?

2002, 2006, 2010, 2014, 2018, 2022, 2026 ①

2) 带领学生一起动手实操: 拿出一张 A4 纸, 对折一次, 纸张变成了两层, 再次对折, 变成了四层……直至对折七次。其中的层数变化为:

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 ②

3) 我国有十二生肖纪年的习惯, 2025 年是蛇年, 2025 年开始, 蛇年的年份分别是:

2025, 2037, 2049, 2061, 2073, 2085, 2097 ③

关键提问: ①②③中的数字能否调换顺序? 这些数字排列的依据是什么?

设计意图: 从学生熟悉的体育赛事、数学史等角度切入课题, 与数学文化渗透, 激发学生学习兴趣, 并引导学生感知数列的“有序性”, 自然引入本课题。

2.3.2. 概念建构

定义解析: 一般地, 我们把按照确定的顺序排列的一列数称为数列, 数列中的每一个数叫做这个数列的项。数列的第一个位置上的数叫做这个数列的第 1 项(也叫做首项)。常用符号 a_1 表示, 第二个位置上的数叫做这个数列的第 2 项, 用 a_2 表示……第 n 个位置上的数叫做这个数列的第 n 项, 用 a_n 表示。数列的一般形式是 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, 简记为 $\{a_n\}$ 。

设计意图: 落实对数列概念的准确表达。

师: 上述例子均是数列, 其中①的首项是什么? “2014”是这个数列的第几项? [4]

思考 1: 你能举出几个数列的例子吗?

设计意图: 结合具体例子理解数列的有关概念, 使学生体会到数列存在于现实生活与数学学习中。

师: 对于上述给出的数列, 如果按项的个数分, 可以分为哪几类?

学生回答后教师对其进行总结。

2.3.3. 函数视角: 深化理解

思考 2: 数列中的项和他的序号之间有关系吗? 能否用式子表示? 与学过的哪些内容相似?

师: 同学们看数列 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128。②中序号与项之间的对应关系你能从中得到什么启示?

序号	1	2	3	4	5	6	7
项	2	4	8	16	32	64	128

生: 数列的项与序号是一一对应关系, 是一种函数关系。

由于数列中的每一项 $\{a_n\}$ 与它的序号 n 有下面的对应关系:

序号	1	2	3	...	n	...
项	a_1	a_2	a_3	...	a_n	...
记 $a_n = f(n)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	...	$f(n)$	...

数列的项即可看作当自变量从 1 开始, 按照从小到大的顺序依次取值时, 对应的一系列函数值 $f(1), f(2), \dots, f(n), \dots$ 就是数列 $\{a_n\}$ 另一方面, 对于函数 $y = f(x)$, 如果 $f(n)(n \in \mathbb{N})$ 有意义, 那么 $f(1), f(2), \dots, f(n), \dots$ 构成了一个数列 $\{f(n)\}$ 。

设计意图: 从函数角度解读数列, 为下一步学习数列的单调性和表示方法做准备。

思考 3: 既然数列是函数, 数列的自变量与以前我们学过的函数的自变量有什么区别与联系?

对比数列与连续函数的自变量差异: 数列定义域离散, 图像为孤立点, 而函数定义域通常连续。

设计意图: 由浅入深提出问题, 帮助学生意识到可以函数的角度研究数列。

思考 4: 类比函数性质, 以下数列的项随项数的变化趋势是怎样的? 体现了数列的什么性质?

1) 3, 6, 9, 13, 16, 19, 23, 26, 29, ……;

2) 60, 50, 40, 30, 20, 10;

3) -1, 13, -19, 97, -211, ……;

4) 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7;

学生讨论回答: 变化趋势为递增, 递减, 摆动, 不变, 体现了数列的单调性。

再次对数列进行分类, 给出递增数列、递减数列、常数列、摆动数列的定义, 并对数列的分类进行总结。

2.3.4. 通项公式: 模型建立

思考 5: 回忆函数的表示方法, 数列能否用同样方法表示?

师生互动: 请同学们阅读课本, 体会数列的函数特点。

对比分析: 列表法: 直观展示序号与项的对应; 图象法: 离散点图体现数列的变化趋势; 通项公式法: 解析式揭示一般规律。

设计意图: 根据数列是特殊的函数, 用函数的特点研究数列的表示方法和单调性, 让学生获取更加全面的知识。

例 1 根据数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 请写出其前 5 项, 并画出它们的图象。

$$1) a_n = \frac{n^2 + n}{2}; \quad 2) a_n = \cos \frac{(n-1)\pi}{2}.$$

由学生展示答案, 教师进行引导总结。

画数列的图象时, 序号 n 为横坐标, 相应的项 a_n 为纵坐标, 即以 (n, a_n) 为坐标在平面直角坐标系中作出点, 即可画出一个数列的图象。

设计意图: 说明公式的双向应用——已知通项公式求项或通过前几项反推通项。结合图像法绘制的离散点图, 对比列表法与解析式的优劣, 强化数形结合思维。

例 2 根据给出的数列的前 4 项, 写出数列的一个通项公式:

$$1) 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots;$$

$$2) 2, 0, 2, 0, \dots.$$

教师让学生思考并尝试写出通项公式, 同时提出问题: 是不是所有的数列都存在通项公式? 根据数列的前几项写出的通项公式是唯一的吗? 学生思考回答后, 教师进行解释: 有的数列不存在通项公式, 且通项公式不是唯一的[5]。

设计意图: 通过例题帮助学生进一步认识数列的通项, 同时训练学生的归纳与逆向思维能力。

2.3.5. 课堂小结与作业.

1) 知识梳理

带领学生梳理本节课知识框架: 数列定义→分类→表示方法→函数思想→利用通项公式计算; 本节课使用的思想方法: 特殊到一般、数形结合、类比推理。

2) 分层作业

基础题: 教材习题 4.1 第 2、3 题(巩固概念);

拓展题: 设计一个摆动数列, 并尝试写出其通项公式(挑战创新)。

2.4. 教学反思与改进建议

1) 亮点

以真实问题驱动学习, 体现数学的应用价值; 通过函数视角统整数列知识, 强化知识关联性。

2) 改进方向

增加跨学科案例(如生物学中的种群增长模型), 拓宽数列应用场景; 引入数字化工具, 直观展示数列变化趋势。

基金项目

吉林省高教学会科研课题: 以学生为中心的数字化混合教学模式研究——以大学数学课程为例(JGJX2022C50)。

参考文献

- [1] 顿继安, 何彩霞. 大概念统摄下的单元教学设计[J]. 基础教育课程, 2019(18): 6-11.
- [2] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [3] 张萌, 马万. 基于学科大概念的高中数学大单元教学设计——以“数列”为例[J]. 数学学习与研究, 2023(34): 128-130.
- [4] 王中学, 李卉. 基于核心素养的单元教学设计——以“数列的概念”为例[J]. 河北理科教学研究, 2023(2): 44-50.
- [5] 吕翠华, 蒋荣荣. 新高考背景下数学单元教学策略初探——以“数列的概念”教学为例[J]. 高中数学教与学, 2022(22): 13-15+21.