

几何画板在三角形三心教学中的应用研究

祝博聪, 郭 微

北华大学数学与统计学院, 吉林 吉林

收稿日期: 2025年4月4日; 录用日期: 2025年5月5日; 发布日期: 2025年5月14日

摘 要

《义务教育课程方案和课程标准(2022年版)》在价值取向、课程目标、课程结构、教与学的方式以及课程实施过程等方面进行了详细的阐述, 它以学生发展为本, 着眼于学生未来国民素质的培养, 要求课程要以三维目标整合发展素养, 采用复合型课程结构和开放、完整的教学结构过程, 同时强调教学互动和学生自主学习自在发展的方式。随着信息技术在教育领域的广泛应用, 几何画板作为一种动态数学软件, 为数学教学提供了新的思路和方法。本文以几何画板在三角形三心(重心、外心、内心)教学中的应用为例, 探讨其在激发学生学习兴趣、促进学生对几何概念理解、培养学生探究能力等方面的作用。通过教学实践案例分析, 总结几何画板在三角形三心教学中的应用策略, 并提出相应的教学建议, 以期为初中数学教学提供有益的参考。

关键词

几何画板, 三角形三心, 数学教学, 信息技术

Research on the Application of Geometric Drawing Board in the Teaching of Three Centers of a Triangle

Bocong Zhu, Wei Guo

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Apr. 4th, 2025; accepted: May 5th, 2025; published: May 14th, 2025

Abstract

The “Compulsory Education Curriculum Plan and Curriculum Standards (2022 Edition)” provides detailed explanations in terms of value orientation, curriculum objectives, curriculum structure, teaching and learning methods, and curriculum implementation process. It is student-centered and focuses on the cultivation of students’ future national qualities. It requires the curriculum to integrate and develop literacy with three-dimensional goals, adopt a composite curriculum structure and an open and complete teaching structure process, and emphasize teaching interaction and students’ self-directed learning and free development. With the widespread application of information technology in the field of education, the geometric drawing board, as a dynamic mathematical software, provides new ideas and methods for mathematics teaching. This article takes the application of the geometric drawing board in the teaching of three centers of a triangle (center of gravity, outer center, inner center) as an example to explore its role in stimulating students’ interest in learning, promoting their understanding of geometric concepts, and cultivating their exploration ability. Through the analysis of teaching practice cases, this paper summarizes the application strategies of geometric drawing boards in the teaching of three centers of a triangle, and puts forward corresponding teaching suggestions, in order to provide useful references for middle school mathematics teaching.

Keywords

Geometric Drawing Board, Three Centers of a Triangle, Mathematics Teaching, Information Technology

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

1.1. 研究背景

1.1.1. 三角形三心的几何价值

三角形三心(重心、外心、内心)作为几何体系的基石概念,承载着理解图形内在关联与动态平衡的关键认知功能。传统教学中依赖静态三角形的图示解析,难以直观呈现三心位置随三角形形态变化的动态规律。例如,外心在锐角、直角、钝角三角形中的不同位置关系,重心作为质量中心的物理意义与几何性质的关联,均难以通过静态图示实现深度理解。这种认知断层导致学生在解决复杂几何问题时,常因缺乏动态空间想象能力而陷入困境。几何画板作为一种直观、动态的数学教学工具,能够将抽象的几何概念和图形以直观的方式呈现出来,为学生提供丰富的视觉体验和操作机会,有助于学生更好地理解几何知识[1]。

1.1.2. 技术赋能几何教学的时代诉求

教育信息化 2.0 行动计划的推进,促使数学课堂教学从“知识传递”向“素养培育”范式转型。几何画板作为动态几何工具的典范,其参数驱动、实时测量、轨迹追踪等功能,为重构几何认知过程提供了技术支点。教育部《普通高中数学课程标准》明确指出:“运用现代信息技术展示几何图形的运动变化规律,帮助学生建立几何直观”[2]。研究几何画板在三心教学中的应用,正是响应这一政策导向的实践

探索。在以往的教学, 教师用图片展示或引导学生自己绘制三角形, 进而研究三角形三心及其性质, 在作图与分析时多有不便。将几何画板应用到三角形三心的教学中, 学生可以直观看到三心的基本性质。通过引导分析得到相关定理, 这样可以使整体知识系统更加连贯。因此, 探索如何利用几何画板优化三角形三心的教学具有重要的现实意义。”

1.2. 研究目的与意义

1.2.1. 研究目的

本研究旨在探索几何画板与三角形三心教学的深度融合路径, 通过构建动态观察、性质发现、迁移应用的三阶教学模型, 破解传统静态教学局限, 提升学生对三心性质的理解深度及空间想象能力。研究结合实证研究, 验证几何画板的应用效能, 开发本土化课例资源, 为数学教学实践提供技术整合范式[3]。促进学生对三角形三心概念的深入理解, 提高学生的几何思维能力和空间想象能力, 激发学生对数学学习的兴趣和积极性。通过研究几何画板在三角形三心教学中的应用, 探索其对学生学习效果的影响, 为数学教师提供一种有效的教学辅助手段。

1.2.2. 研究意义

研究不仅丰富动态几何教育理论, 推动数学学科核心素养的落地, 更通过开发智能反馈工具、构建实践指南, 助力教师实现精准教学。同时, 响应教育信息化政策, 为“智慧教育”与“双减”目标提供实证支持, 促进数学教育的数字化转型与高质量发展。推动信息技术与数学教学的深度融合, 为数学教学改革提供实践经验和理论支持[4]。

2. 几何画板的特点及其在数学教学中的优势

2.1. 几何画板的特点

几何画板以动态几何为内核, 其参数驱动功能可精准调控三角形边长、角度等属性, 实时生成不同形态的三角形模型。结合轨迹追踪技术, 能直观呈现重心、外心、内心随三角形形状变化的运动路径, 突破传统静态图示的认知局限[5]。自动测量系统同步显示三心坐标与几何属性, 支持多模态数据关联分析, 为探究三心性质提供可视化支持。其跨平台兼容性和友好界面更便于开展互动式探究教学。

2.2. 几何画板在数学教学中的优势

在三角形三心教学中, 几何画板通过动态演示构建“观察 - 猜想 - 验证”认知循环。学生拖拽顶点观察三心联动变化, 在参数实验中归纳坐标规律, 形成对中线交点(重心)、垂直平分线交点(外心)、内角平分线的交点(内心)的深层理解。同时, 实时反馈机制支持个性化学习路径调整, 教师可通过轨迹记录分析学生思维过程, 实现精准教学干预[6]。

3. 几何画板在三角形三心教学中的应用策略

3.1. 利用几何画板直观展示三角形三心的定义和性质

3.1.1. 重心

重心是三角形三条中线的交点。中线是从一个顶点连接到对边中点的线段, 重心是三角形质量分布的中心, 具有物理意义上的平衡性。

通过几何画板绘制三角形, 并作出三条中线, 观察三条中线的交点位置, 引导学生总结重心的定义和性质。例如, 可以让学生拖动三角形的顶点, 观察重心位置的变化, 发现重心始终在三角形内部(见图 1)。

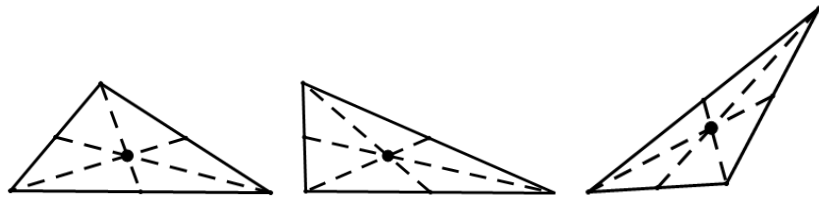


Figure 1. The position of the center of gravity in the triangle
图 1. 重心在三角形中的位置

3.1.2. 外心

外心是三角形三条边的垂直平分线的交点。垂直平分线是垂直于一边并通过该边中点的直线，外心是三角形外接圆的圆心，到三个顶点的距离相等。

利用几何画板绘制三角形，并作出三条边的垂直平分线，观察三条垂直平分线的交点位置，引导学生总结外心的定义和性质。通过动态演示，让学生观察外心与三角形顶点的距离关系，发现外心到三角形三个顶点的距离相等(见 图 2)。

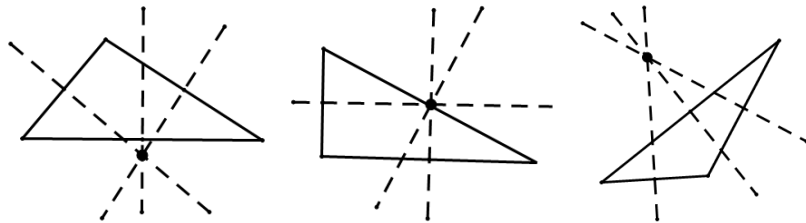


Figure 2. The position of the outer center in the triangle
图 2. 外心在三角形中的位置

3.1.3. 内心

内心是三角形三条内角平分线的交点，也是三角形内切圆的圆心。内心到三边的距离相等，反映了三角形的内切圆特性。

通过几何画板绘制三角形，并作出三条内角平分线，观察三条内角平分线的交点位置，引导学生总结内心的定义和性质。例如，可以让学生测量内心到三角形各边的距离，发现内心到三角形三边的距离相等(见 图 3)。

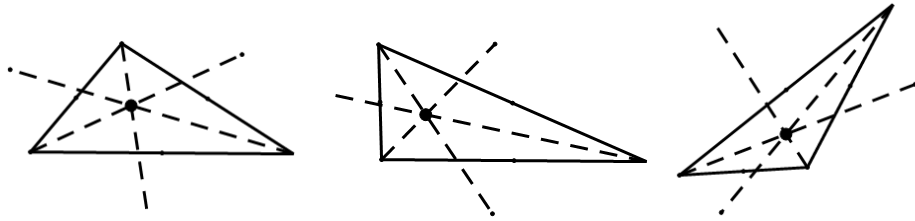


Figure 3. The position of the inner center in the triangle
图 3. 内心在三角形中的位置

3.2. 借助几何画板验证三角形三心的性质

3.2.1. 验证重心性质

利用几何画板的测量功能，测量重心到三角形顶点和中点的距离，通过计算验证重心将每条中线分成 2:1 的比例关系(见 图 4)。

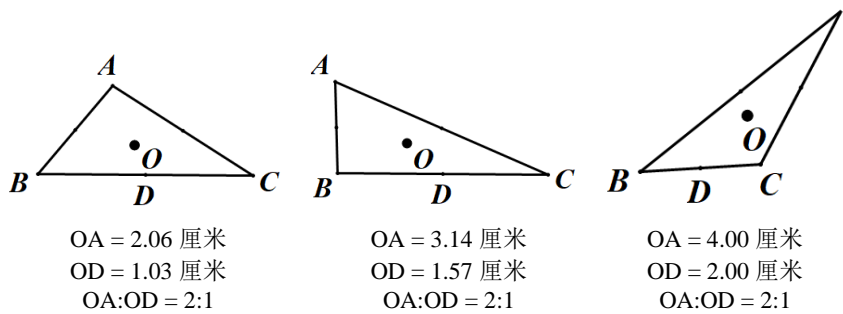


Figure 4. The proportional relationship in which the center of gravity divides each centerline
图 4. 重心将每条中线分成的比例关系

3.2.2. 验证外心性质

通过几何画板绘制不同类型的三角形(锐角三角形、直角三角形、钝角三角形),观察外心的位置变化,并测量外心到三角形顶点的距离,验证外心到三角形三个顶点的距离相等这一性质(见图 5)。

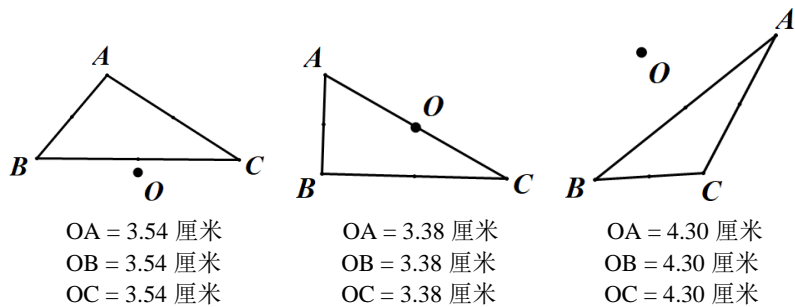


Figure 5. The distance relationship from the outer center to the vertex of a triangle
图 5. 外心到三角形顶点的距离关系

3.2.3. 验证内心性质

利用几何画板的测量功能,测量内心到三角形各边的距离,验证内心到三角形三边的距离相等这一性质。同时,可以让学生通过拖动三角形的顶点,观察内心位置的变化,进一步加深对内心性质的理解(见图 6)。

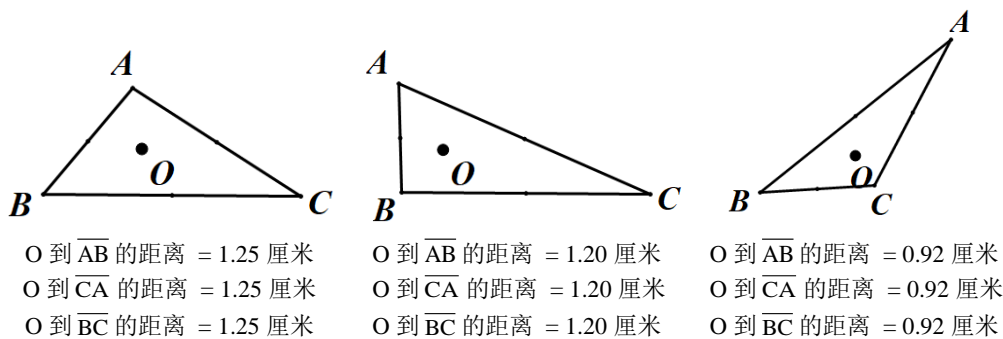


Figure 6. The distance relationship from the inner center to the three sides of the triangle
图 6. 内心到三角形三边的距离关系

4. 教学案例分析

以“三角形的重心”教学为例,设计如下教学活动。

4.1. 教学案例描述

4.1.1. 引入阶段

教师通过几何画板展示生活中的重心现象, 例如杂技演员在高空保持平衡、不倒翁等, 同时提问: “为什么这些物体能够保持平衡? 它们的重心在哪里?” 学生观察图片和动画, 思考并回答问题。教师通过几何画板展示动态的重心现象, 例如一个不倒翁在几何画板中被拖动, 观察其重心位置的变化[7]。

4.1.2. 概念讲解

教师利用几何画板绘制一个任意三角形, 作出三条中线, 观察三条中线的交点位置, 同时提问: “这个交点有什么特殊之处? 它叫什么名字?” 学生观察几何画板的动态演示, 尝试回答问题。教师通过几何画板动态绘制三角形的三条中线, 交点即为重心, 并标注和文字说明, 帮助学生理解重心的定义。

4.1.3. 性质探究

教师引导学生通过几何画板拖动三角形的顶点, 观察重心位置的变化, 同时提问: “当三角形的形状发生变化时, 重心的位置是否也在变化? 它始终在三角形的哪个位置?” 学生活动分组操作几何画板, 拖动三角形的顶点, 观察并记录重心位置的变化规律。学生通过拖动三角形顶点, 观察重心始终在三角形内部, 并通过测量功能验证重心将每条中线分成 2:1 的比例关系(见图 7)。

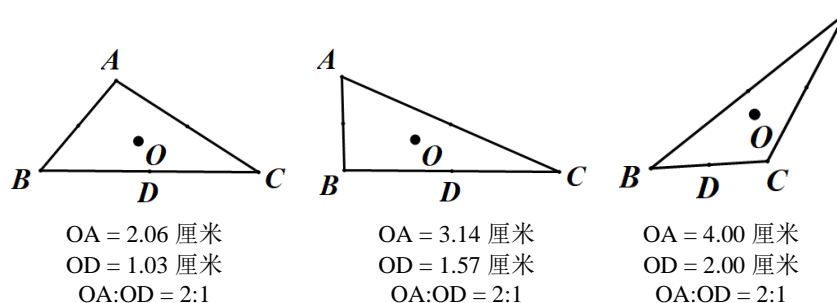


Figure 7. The proportional relationship in which the center of gravity divides each centerline
图 7. 重心将每条中线分成的比例关系

4.1.4. 应用拓展

教师设计一个实际问题, 例如: “如何找到一块三角形木板的重心?” 教师引导学生运用所学知识解决问题。学生分组讨论, 设计解决方案, 并通过几何画板进行验证。学生在几何画板中绘制一个三角形木板, 作出三条中线, 找到重心, 并通过测量功能验证其位置是否符合 2:1 的比例关系。

4.2. 教学效果分析

学生对几何画板的动态演示表现出浓厚的兴趣, 积极参与课堂活动。在拖动三角形顶点观察重心位置变化时, 学生表现出高度的专注和探索欲望。同时他们普遍认为几何画板的直观性和交互性使他们更容易理解抽象的几何概念。

教师设计了一些与重心相关的练习题, 例如: “已知三角形的三个顶点坐标, 求重心坐标。” 学生能够快速解答, 并通过几何画板验证答案的正确性。学生在课后作业中表现出较高的正确率, 尤其是在涉及重心性质的实际问题中, 能够灵活运用所学知识。

通过几何画板的动态演示和交互操作, 学生能够直观地理解重心的定义和性质, 几何思维能力得到了有效培养。学生在探究重心位置变化规律时, 通过观察、记录和验证, 探究能力得到了显著提升。

4.3. 教学反思与改进

几何画板的动态演示和交互操作使抽象的几何概念变得直观, 学生的学习兴趣 and 参与度较高。但部分学生对几何画板的操作不够熟练, 影响了探究活动的效率。此外, 在引导学生总结三角形三心性质时, 部分学生的归纳能力有待提高。

因此, 在教学前, 可以提前对学生进行几何画板操作培训, 提高学生的操作熟练度。在教学过程中, 加强对学生的引导, 培养学生的归纳总结能力。例如, 可以通过提问和讨论的方式, 帮助学生总结三角形三心的性质。同时可以设计更多的探究性问题, 例如: “三角形的重心、外心和内心之间有什么关系?” 激发学生的思考和创新。

通过以上教学案例分析, 可以看出几何画板在三角形三心教学中的应用具有显著的优势, 能够有效提高学生的学习效果和能力的培养。在今后的教学中, 教师应充分利用几何画板等信息技术工具, 优化教学过程, 提高教学质量。

5. 基于不同理论的机制与优势分析

5.1. 认知负荷理论视角下几何画板的辅助教学机制与优势

根据认知负荷理论, 人类工作记忆容量有限(通常为 4~7 个信息单元), 当任务复杂度超过认知资源承载阈值时, 将导致效率下降与错误率上升。三角形三心的定义和性质涉及抽象的空间想象和逻辑推理, 传统教学方式中学生需同时处理多个静态图形和文字描述, 易超出工作记忆容量[8]。

几何画板通过动态演示三心的位置变化(如拖动三角形顶点时, 三心实时更新), 将复杂几何关系简化为可视化过程, 降低了学生的内在认知负荷。其精准测量功能(如自动计算角度、线段长度)减少了外在认知负荷, 使学生能聚焦于核心概念的深度理解, 而非繁琐的计算或绘图过程。例如, 展示“重心是三条中线的交点”时, 几何画板可自动绘制中线并标记交点, 学生无需手动计算和绘图, 从而提高了学习效率。

5.2. 建构主义学习理论视角下几何画板的辅助教学机制与优势

建构主义学习理论强调学习者主动建构知识, 教师作为协助者提供支持。几何画板为三角形三心教学提供了“做中学”的环境, 学生可通过拖拽顶点、调整参数主动探索三心性质, 在试错与验证中完成知识建构[9]。

几何画板的动态演示功能帮助学生建立三心的直观表象, 促进知识向新问题迁移。其协作功能支持小组讨论和实验设计, 促进学生在真实问题情境中通过互动实现意义生成。例如, 学生通过观察不同三角形中三心的位置变化, 这种主动探究和协作学习的方式, 契合建构主义对主动建构和社会互动学习的强调。

5.3. 几何画板在三角形三心教学中的具体优势

几何画板的动态化和整合化特点, 使其在数学教学中具有显著优势。动态演示功能帮助学生直观理解几何概念, 整合化特点则支持多种软件的协同使用, 丰富了教学手段。几何画板在三角形三心(重心、外心、内心)教学中具有显著优势: 它能够通过动态演示三心的位置变化, 帮助学生直观理解其恒定性质, 如拖动三角形顶点时, 三心实时更新并保持几何关系不变; 同时, 几何画板支持精准测量和自动计算, 降低了学生的认知负荷, 使学习更加高效; 此外, 它还提供了“做中学”的环境, 支持学生通过主动探究和协作学习, 在试错与验证中完成知识建构, 并提升空间想象力和逻辑思维能力[10]。

6. 结论与展望

本研究通过教学实验证实, 几何画板在三角形三心教学中展现出显著优势。其动态演示、实时测量和轨迹追踪功能, 使学生能直观观察三心随三角形形态变化的规律, 有效提升了学生对三心定义、性质的理解及空间想象能力。几何画板在三角形三心教学中的应用具有显著的优势, 能够将抽象的几何概念直观化、动态化, 激发学生的学习兴趣, 提高学生的学习效果。通过合理的设计和应用, 几何画板可以有效地辅助三角形三心的教学, 培养学生的几何思维能力和探究能力。在今后的教学中, 教师应充分利用几何画板等信息技术工具, 优化教学过程, 提高教学质量, 推动数学教学的改革和发展。

展望未来, 几何画板在三角形三心教学中的应用具有广阔前景。一方面, 可探索其与虚拟现实、增强现实技术的融合, 构建沉浸式三维几何学习环境, 进一步深化学生对三心空间特性的理解; 另一方面, 可开发基于几何画板的智能教学系统, 利用人工智能技术分析学生学习行为数据, 提供个性化学习支持。同时, 还可将几何画板的应用拓展至跨学科领域, 如物理学中的重心平衡分析、工程学中的结构稳定性研究等, 培养学生的跨学科思维与综合应用能力。

参考文献

- [1] 彭学军, 高晓玲. “几何画板”在数学教学中的应用研究[J]. 四川教育学院学报, 2003(S1): 9-10.
- [2] 赵生初, 杜薇薇, 卢秀敏. 《几何画板》在初中数学教学中的实践与探索[J]. 中国电化教育, 2012(3): 104-107.
- [3] 孙海凤. 几何画板强化初中数学几何动态思维的探究[J]. 新课程导学, 2022(33): 20-23.
- [4] 曹建伟. 几何画板与数学教学融合的探究[J]. 中学数学, 2024(20): 128-129.
- [5] 高妙真. 几何画板在初中数学教学中的应用[J]. 数学学习与研究, 2021(10): 24-25.
- [6] 荆建春. 三角形的“三心”路径问题探究[J]. 初中数学教与学, 2022(21): 32-33, 39.
- [7] 臧波. 从引发性思考到自发性思考——以“寻找三角形重心”教学为例[J]. 数学教学, 2023(12): 13-15.
- [8] 明华. 多媒体学习认知理论驱动下的 SPOC 混合教学模式创新与实践[J]. 武汉船舶职业技术学院学报, 2025, 24(1): 31-36.
- [9] 杨莹, 王维琼, 杨丽娟. 基于建构主义学习理论的《高等数学》课程教学设计与实践——以“对弧长的曲线积分”为例[J]. 高等数学研究, 2025, 28(1): 102-104, 119.
- [10] Zhou, H. and Wen, F. (2023) The Application of Geometer's Sketchpad in Mathematics Teaching in Junior Middle School. *Academic Journal of Mathematical Sciences*, 4, 20-26. <https://doi.org/10.25236/AJMS.2023.040304>