

高等数学批判性思维培养的课堂策略研究

祝佳玲

乐山师范学院数理学院, 四川 乐山

收稿日期: 2025年4月9日; 录用日期: 2025年5月12日; 发布日期: 2025年5月19日

摘要

本文主要探讨如何在高等数学课堂中提高大学生高等数学批判性思维。通过案例分析的方法归纳总结出培养学生高等数学批判性思维需要有轻松的教学环境、丰富的教学形式和努力成为批判者等的课堂策略。

关键词

高等数学, 批判性思维, 直线的方程, 课堂策略

Research on Classroom Strategy of Critical Thinking Training in Advanced Mathematics

Jialing Zhu

College of Mathematics and Physics, Leshan Normal University, Leshan Sichuan

Received: Apr. 9th, 2025; accepted: May 12th, 2025; published: May 19th, 2025

Abstract

This paper mainly discusses how to improve college students' critical thinking of Advanced Mathematics in classroom. Through the case analysis, it concludes that the training of students' critical thinking in Advanced Mathematics requires a relaxed teaching environment, rich teaching forms and the classroom strategy of becoming a critic.

Keywords

Advanced Mathematics, Critical Thinking, Equation of a Line, Classroom Strategy

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

当今社会，正处于信息的时代，当代大学生正面临着多元价值观的冲击。在课程思政中强调运用爱国、奉献等价值观念来引导学生，从国家发展、社会进步等角度来进行分析，鼓励和激发大学生构建积极的三观，即人生观、价值观和世界观[1]。而高等数学批判性思维正是为课程思政的实施提供了有力的支撑。当代大学生不再是被动的接受教材的知识和已有的答案，而是深入的剖析问题以及答案背后的逻辑关系。在此基础上，大学生对所学知识进行了理性看待，提高了大学生的创新精神和创造能力。培养大学生批判性思维是高等教育改革的重要目标，批判性思维与高等数学学科教学相结合是培养学生批判性思维的理想方式[2]。根据高等数学学科的特点营造轻松的教学环境、采用丰富的教学形式以及教师和学生都努力成为批判者等是很好的课堂教学策略。

2. 相关概念概述

2.1. 批判性思维

批判性思维(Critical Thinking)的起源可以追溯到古希腊哲学家苏格拉底的“提问法”，后来在理查德·保罗等现代学者的推动下，逐渐发展为一门系统的思维学科[3]。批判性思维是一种通过一定的标准评价思维，进而改善思维的合理性、反思性的思维过程。它既是思维技能，也是思维倾向。批判性思维一般开始于我们对接收到的信息产生质疑，这就需要对信息提出关键性的问题，比如“谁在说什么？为什么要这样说呢？他的证据来源于哪里？”又如“这件事为什么会发生？发生后为什么他要这样来处理？他的依据是什么呢？”批判性思维可以引导人们对事实、证据和论据进行深入分析，根据分析结果提出其是否具有逻辑性和可信度如何[4]。批判性思维是一个不断反思自己对事物理解的思维过程，及时调整自己看待事物的偏见和误差，目标是形成更为客观更为准确看待事物的能力。

2.2. 高等数学批判性思维

高等数学是大学数学的一门重要课程，它是其它数学课程的基础和核心。高等数学相对于初等数学和中等数学而言，数学的对象和方法更为复杂。通常认为，高等数学是由微积分学、较深入的代数学、几何学以及它们之间的交叉内容所形成的一门基础性学科[5]。而高等数学批判性思维则是指学生不仅仅会解高等数学习题的过程，更是培养学生独立思考高等数学教材上及以外相关问题的关键。高等数学批判性思维强调对遇到的高等数学问题提出质疑、解释原因及提出想法，要求思考者不能只停留在问题答案的表面层次，而是从多维度来剖析问题和解决问题[6]。高等数学批判性思维要求思考者具有较高的合理推断能力，采用观察、归纳和演绎的方法找到解决问题的路径。高等数学批判性思维强调问题的分析和判断，要求思考者能将一个问题拆分成一系列的小问题，然后对每一个小问题进行逐个分析和处理。

3. 案例分析

案例 1 求过点 $P(-1, 2, -3)$ 且平行于平面 $\pi: 6x - 2y - 3z + 10 = 0$ ，又与直线 $l_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$ 相交的直线 l_2 的方程。

这是一道向量代数与空间解析集合问题。向量是对自然界中一类既有大小又有方向的物理量的抽象，

它是以几何形式给出的，在建立了空间直角坐标系后，向量又可以用坐标来表示。这样，借助于向量这个工具，就可以将代数运算引用到几何中去，利用代数方法研究几何问题。向量代数方法的建立还为物理及工程技术提供了有力的工具，同时给出了线性代数中向量空间的一个三维模型。当大学生拿到这道题时，第一反应这道题应该不简单，分析题意来看，我们要求的这条直线 l_2 需要满足三个条件，第一是要过点 P ，第二是要与平面 π 平行，第三还要与直线 l_1 相交。实际上这道题看起来复杂，我们需要将问题按刚才这个过程进行拆分后进行深入剖析。如果要求的直线只过 P 点，那这样的直线有很多，我们无法把这条直线确定下来。如果把第一个条件和第二个条件串起来看，即要求的直线既要过 P 点又要与平面 π 平行，那么条件就加强了限制，缩小了答案的范围。此时，我们可以这样来思考，过 P 作与平面 π 平行的平面 π_1 ，则 π_1 的方程为 $6(x+1)-2(y-2)-3(z+3)=0$ ，即 $6x-2y-3z+1=0$ 。基于此，我们要求的直线就在 π_1 这个平面上。但是 π_1 平面上的直线有很多，这条直线还无法确定下来，我们又将第一个条件和第三个条件联系起来，即需要过点 P 且与直线 l_1 相交的直线。由于直线 l_1 过点 $Q(1,-1,3)$ ，方向向量为

$s=(3,2,-5)$ 。由于 $PQ \times s = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & 6 \\ 3 & 2 & -5 \end{vmatrix} = 3i + 28j + 13k$ ，则过点 P 与直线 l_1 的平面 π_2 的方程为

$3(x+1)+28(y-2)+13(z+3)=0$ ，即 $3x+28y+13z-14=0$ 。而我们要求的直线 l_2 既在平面 π_1 内，也在平面 π_2 内，那便是两个平面的交线处，即得直线 l_2 的一般方程为 $\begin{cases} 6x-2y-3z+1=0 \\ 3x+28y+13z-14=0 \end{cases}$ 。往往此时，当学生已经

认为自己完成了这道高等数学题目的思考和解决过程，并得到了题目的答案。这种解题的思维方法是根据题目直接分析题意，得出满足要求的答案，并坚定自己除了需复核自己的计算过程是否有细节错误，那么这就是一个完美的解题过程。而高等数学批判性思维在课堂上可以强化对高等数学题目的思维过程，并对自己所求得的结果提出质疑和解决质疑的方案。例如，当学生用刚才这种方法解完这道高等数学题目时，我们可以引导学生提出问题：“我们凭什么认为自己的解题过程就是准确无误的呢？”“我们仅靠同样的思维将这道题的解题过程检查一遍就可以确保准确性了吗？”“如果我们不能确保答案的准确性，那还有别的方法吗？”这时，具有高等数学批判性思维的学生就会尝试问自己这样一个问题：“我换种方法来思考这道题目，提供另外一种解题过程，如果最终得到的结果和刚才的结果是一致的，那不是就可以确保准确性了吗？”的确是这样的，具有高等数学批判性思维的大学生面对高等数学问题不应该只停留于问题答案的本身，而应对所得答案提出疑问，并想办法解决疑问。学生就会深入分析问题的关键之处，既然我们已经想到了能不能找到别的方法来解这道高等数学题目，我们就沿着思路继续走下去。像第一种方法一样，假如我们已经求出了过点 P 且与平面 π 平行的平面 π_1 为 $6x-2y-3z+1=0$ 。我们

还可以由 $\begin{cases} 6x-2y-3z+1=0 \\ \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5} \end{cases}$ 解得平面 π_1 与直线 l_1 的交点为 $Q(1,-1,3)$ 。注意这个交点 Q 也是直线 l_1 与需要

求的直线 l_2 的交点，得到过 P, Q 的直线 l_2 的两点式方程 $\frac{x+1}{1+1} = \frac{y-2}{-1-2} = \frac{z+3}{3+3}$ ，即 $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}$ 。计算

到这里我们发现也完成了这道高等数学题目的解题过程，但是令人吃惊的是我们的答案形式和第一种方法的答案形式不相同，我们无法直接判断出答案是否一致，这反而使我们更加怀疑自己答案的正确性，甚至可能还有一点焦虑。这时，教师应该安抚同学们的情绪，告诉同学们不要着急，引导同学们冷静下来继续思考如何解决这个问题，而不是坐以待毙。首先，我们接下来应该像第一种方法一样把我们的思考过程和解题过程复核一遍。其次，确保过程均无误的情况下，我们需要继续深剖析这个问题。因此，我们再次回到问题本身上来，既然我们已经找到了两种方法来解这道题目，那我们可不可以再找到另外一种方法来解决这个问题，说不定如果找到了另一种方法所得的结果就会和我们已得到的一个结果吻合

了呢？没错，顺着这个思路，学生继续深入思考，通过观察、分析和推理发现：如果我们设直线 l_1 与待求直线 l_2 的交点为 $M(x_0, y_0, z_0)$ ，则有 $\frac{x_0-1}{3} = \frac{y_0+1}{2} = \frac{z_0-3}{-5}$ 。又向量 \mathbf{PM} 平行于平面 π ，则 \mathbf{PM} 垂直于平面 π 的法向量 $\mathbf{n} = (6, -2, -3)$ ，所以有 $6(x_0+1) - 2(y_0-2) - 3(z_0+3) = 0$ ，即 $6x_0 - 2y_0 - 3z_0 + 1 = 0$ 。我们联立这两个关于 (x_0, y_0, z_0) 的方程，解得 $(x_0, y_0, z_0) = (1, -1, 3)$ 。得到过点 P, M 的直线 l_2 的两点式方程 $\frac{x+1}{1+1} = \frac{y-2}{-1-2} = \frac{z+3}{3+3}$ ，即 $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}$ 。令人惊喜的结果出现了，运用第三种方法得到的结果与运用第二种方法得到的结果完全一致。现在我们需要做的是想办法对比第一种方法得到的结果与第二、三种方法得到的结果。学生便进入深层次的思考，回顾和归纳自己的知识储备中的相关知识。这时，学生发现直线的一般方程是可以化为第二、三种方法得到的两点式方程的。我们可以先找出这条直线上的一个定点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ ，如：取 $x_0 = 1$ 代入方程组，解得 $y_0 = -1, z_0 = 3$ ，从而得到直线上的一点 $(1, -1, 3)$ 。再求该直线的方向向量 s ，

作为两个平面的交线 l_2 ，它与两平面的法向量 $\mathbf{n}_1 = (6, -2, -3), \mathbf{n}_2 = (3, 28, 13)$ 都垂直，可取 l_2 的方向向量

$$s = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & -2 & -3 \\ 3 & 28 & 13 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 28 & 13 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 3 & 13 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 3 & 28 \end{vmatrix} k = 58i - 87j + 174k$$

因此，所给直线的对称式方程为 $\frac{x-1}{58} = \frac{y+1}{-87} = \frac{z-1}{174}$ ，即 $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}$ 。自此，我们验证了用三种方法来求解这道高等数学题，得到的结果都是一致的，于是我们可以归纳出求解这种类型的题目至少有三种方法。具有高等数学批判性思维的学生在完成这道题的解答过程后会适当的总结和评价，比如这道高等数学题的类型、难易程度、分析过程的关键之处、易错点以及自己思维的改进措施等。

从这个高等数学习题的解题过程中，我们可以深刻地体会到高等数学批判性思维的培养过程。大学生学习高等数学课程不再像传统教学方法一样，被动的接受老师讲授的知识，且对问题的答案深信不疑。大学生会在高等数学课堂上由老师一步一步地去引导，对知识具有主动学习的观念和动力，面对既知的答案存怀疑的态度，遇到困难没有轻易退缩，而是在老师的协助下，深刻剖析问题的关键之处，将复杂的问题拆分成一个一个的可以简化的问题，通过将这些问题串联起来，最终形成一个具有逻辑依据的思维过程。这其中包含了对学生善于观察、善于分析、善于推理、善于归纳和善于总结的批判性思维的训练。因此明确批判性思维的培养策略显得尤为重要，它将成为高等数学课堂行课过程的一个引领方向。

4. 高等数学批判性思维课堂策略

4.1. 营造轻松的教学环境

高等数学是大学所有理工科的必修课程，甚至一些文科专业也要求修高等数学，可见高等数学在大学是非常重要的一个学科，学好它也是为其它相关课程打好基础。而培养学生的高等数学批判性思维不仅是学好高等数学课程的基础，更是自身思维提升的关键。高等数学一般设置在大学的第一、二学期，也正是大学生刚进入大学的时候，很多同学刚从紧凑的高中生活过渡到大学，仿佛进入了天堂，心想这正是放松的好时机。一进入高等数学课堂，发现此时的学习内容和高中的完全不一样，于是可能一时无法接受，选择退缩，因此逐渐怠慢学习。这时教师应该营造轻松的学习氛围，安抚好学生这种畏难的情绪，由浅入深的介绍高等数学的学习内容，改变大学生在高中时被动接受知识和答案的习惯，转化为充满兴趣的主动学习，并对所学知识产生质疑，进而想办法解决。另外，教师还可以对学生进行分组，对所学知识进行分组讨论，这样可以减少个人独自思考无法解决问题时的焦虑现象。小组讨论也形成了一个轻松愉快的氛围，学生可以根据自己的理解来分析、讨论、归纳出问题的核心。当学生感受到高等数学课堂一个轻松愉快的课堂时，学生就没有过多的心理压力，这更能激发学生的创新性思维，打破固有

思维的禁锢,从而看待问题会有更多的视角,对自己的判断充满信心,随着锻炼机会的增多,大学生也会逐渐形成较强的高等数学批判性思维。实际上每一堂的课堂氛围不尽相同,教师可以根据学生在不同的课堂氛围里观察学生的高等数学批判性思维的反馈来调整和探索新的课堂氛围。

4.2. 采用丰富的教学形式

随着时代的发展,多媒体技术已经渗透到了我们的生活中。在高等数学课程的教学过程中,很多教师为了方便全程采用多媒体教学。但是,老师们忽略了高等数学这门课程的课程特征,如果仅仅靠动画演示,学习内容一晃而过,大部分学生可能都来不及思考,根本不能培养学生的高等数学批判性思维,更别说掌握课程的相关内容了。此时,教师应该运用多媒体技术与传统教学方式相结合的方法,对于多媒体技术教学方法,它可以很形象的为学生展示抽象的数学定义、概念等,帮助大学生更形象生动的理解定义、概念等。对于传统教学方法,它可以减慢教学步调,一步一步的帮助学生剖析问题、化简问题、演绎问题和总结问题。这两种方法相结合更能培养、巩固和强化大学生的高等数学批判性思维。另外,教师也可以采用为学生播放一些网上的相关课题内容的视频,和同学们共同学习,讨论,提高解决问题的素质和能力。甚至,教师还可以运用网络教学的形式给学生讲授高等数学相关知识,这样的课堂软件有很多,比如《雨课堂》《慕课》等等。值得一提的是,教师还可以为学生布置任务来讲解高等数学相关知识点或题目,教师可以和学生一起来寻找学生思考过程的闪光点 and 不足点,这也可以使学生产生浓厚的兴趣,潜移默化中提高他们的高等数学批判性思维。多种多样的高等数学教学形式可以给学生带来学习的新鲜感,学生从不同课堂形式中体验批判思维的过程,使思维得到强化。

4.3. 成为批判者

在高等数学课堂中,要培养高等数学批判性思维,教师和学生都要成为批判者。在高等数学课堂中要转变教师教学为主的教学模式,教师应该参与到学生活动中去,引导学生一起学习、一起思考、一起提问、一起提出质疑、一起推理和一起论证。例如在课堂中教师可以把自己看成是课堂中的一名学生,在老师讲到某个知识点时,可以站在学生的角度来对知识提出自己的疑问,由于教师的知识储备和经验要丰富一些,所以教师在参与学生活动的过程中无形地为学生提供了示范作用,学生在教师的影响下,学会模仿和超越,通过训练教师和学生都逐渐提升了高等数学批判性思维。随着活动次数的增加,教师和学生都彼此成长,将具有较强的高等数学批判性思维。

5. 结语

高等数学批判性思维不仅可以促进学生对高等数学课程相关知识的理解,而且可以为大学生理解其他事物提供依据和导引,对自身全面素质的提供具有重大作用。要培养大学生高等数学批判性思维需要教师 and 学生的共同协作。教师是学生的引路人,在教学的过程中给学生以希望和方向。学生在教师的带领下突破自我,逐渐沉淀,长此以往,必将形成较强的批判性思维。

参考文献

- [1] 杨丽. 浅谈在高等数学教学中批判性思维的培养[J]. 亚太教育, 2016(9):74-75, 59.
- [2] 刘焱. 论高等数学教学中批判性思维的培养[J]. 价值工程, 2011, 30(21): 170-171.
- [3] 葛倩, 傅海伦, 胡明涛. 大学数学教学中批判性思维培养的意义与策略[J]. 高教学刊, 2020(11): 58-61.
- [4] 肖永红, 习萍. 大学生批判性思维及培养途径[J]. 教育探索, 2008(9): 11-12.
- [5] 赖章荣. 高等数学教学中“批判性思维”的培养[J]. 中国成人教育, 2007(6): 144-145.
- [6] 莫修明, 庞东辉, 郭永建. 高等数学教学中批判性思维的培养[J]. 北京城市学院学报, 2017(6): 57-60.