

概率论中的思辨能力培养及实践

张晓梅

河南农业大学信息与管理科学学院, 河南 郑州

收稿日期: 2025年5月5日; 录用日期: 2025年6月4日; 发布日期: 2025年6月12日

摘要

概率论与数理统计课程是大学中重要的数学课程之一, 贴合现实生活, 有广泛的应用场景, 且作为基础课, 受众面广, 因此, 如何在课程中激发学生的学习兴趣、培养学生的思辨能力, 成为课程思政及课堂教学非常重要的研究内容。文章从课程特征和思辨能力内涵出发, 发掘了概率论课程中的若干案例, 并在教学过程中实践, 取得了良好的反馈。

关键词

概率论, 思辨能力, 案例, 应用, 实践

Critical Thinking Training and Practice in Probability Theory

Xiaomei Zhang

College of Information and Management Science, Henan Agricultural University, Zhengzhou Henan

Received: May 5th, 2025; accepted: Jun. 4th, 2025; published: Jun. 12th, 2025

Abstract

The course of probability theory and mathematical statistics is one of the important mathematics courses in college, which is closely related to real life and has a wide range of applications. As a foundation course, it has a wide audience, so how to stimulate students' learning interest and cultivate their critical thinking ability has become an important research content in course ideological and classroom teaching. Starting from the characteristics of the course and the connotation of critical thinking ability, this paper explores several cases in the probability theory course and practices them in the teaching process, achieving good feedback.

Keywords

Probability Theory, Critical Thinking Ability, Case, Application, Practice

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

“概率论与数理统计”课程是研究随机现象统计规律的演绎与归纳的数学分支，是大学数学三大课程之一，相比“高等数学”与“线性代数”中大多数抽象又确定的结论而言，其形成过程和内容更加贴近生活、接地气，应用更为广泛。并且作为基础课，其受众面广，学习者众多，对学生的思想、行为等影响巨大，在培养学生的综合素质及思想政治隐性教育等方面起着十分重要的作用。无论是人文价值角度，还是哲学层面，亦或从技术层面来说，概率统计课程在挖掘和实施思政教育上都有非常好的资源，有着得天独厚的优势。[1]

对于在校的21世纪大学生而言，其出生于2000年以后的互联网时代，接触到的网络言论鱼龙混杂，同时大一、大二阶段又正值学生人生观、价值观形成的拔节孕穗期，特别需要精心引导和栽培，所以在概率论与数理统计课程中开展思政教育就显得更有现实意义。且从2016年习近平总书记在全国高校思想政治工作会议上的讲话开始，到2019年科技部、教育部、中科院和自然科学基金委联合制定《关于加强数学科学研究工作方案》，再到2020年教育部印发的《高等学校课程思政建设指导纲要》都对各个高校课程思政建设作出指示，宏观政策也积极推进课程思政建设和大学数学课程的思政教学改革。[2]-[4]

2. 理论基础

“思辨”一词由《中庸》里“博学之，审问之，慎思之，明辨之，笃行之”演变而来，本身就强调在学习过程中要有审慎的态度，并伴有质疑、辨析、执行等行为。而思辨能力由Critical Thinking翻译得来，部分学者将其翻译为批判性思维，目前思辨能力的译法得到更广泛的认可。[5]

尽管国内外各学派对思辨能力的定义和内涵存在不同说法，但其作为人才培养的重要综合能力是得到公认的，至少包含“思考”与“辨析”两个维度，甚至由此延伸出认知和情感诸多因素，而认知技能中包含分析、推理、评价等内容。

思辨能力从心理过程来看，是一种宏观的、抽象的推演事物的能力，它能从更高维度、更客观的角度，运用逻辑思维判别事物的重要能力。将其置于数学学科的视角下，无论是学科中的思考、分析、推理、表述等数学过程和活动，还是解题过程中的观察问题、分析问题、思考并解决问题，都和课程特性高度重合，在数学类课程中培养其思辨能力，是十分恰当的。对大学中的概率论课程，其课程特性与思辨能力的内涵吻合度高，适合在课程中实施思辨能力的培养。

培养学生的思辨能力是素质教育的要求，也是培养创新型人才的重点要求，但现状却不容乐观。故本文以思辨能力的内涵为理论基础，结合概率论课程的特点，基于我校的建设基础，对培养路径及实施方法做进一步的探讨。

3. 培养路径

在本校的概率统计课程组中，由经验丰富的教授引导，带领团队开展各类教学活动。首先确定教学内容，从概率论的基本概念到数理统计的参数估计、假设检验，以及常用的方差分析、线性回归分析等统计分析方法，并根据实际情况编撰教材。已出版从“十一五”到“十三五”规划的多部/册《概率论与数理统计》，其中2019年修订的第三版到2024年5月已11次出版印刷，并且被评为全国高等农林院校

优秀教材；其次，把握教学进度，结合实际情况，松紧有度，适合学生的接受节奏。学生评教分均为优秀以上，多人获得学校本科教学质量一等奖、二等奖等多项；参与教学竞赛多人，获得河南省职业技能竞赛一等奖及“河南省教学标兵”称号等荣誉，在教学上取得一定成绩，获得师生的好评；已完成和在建项目 5 项。本文主要以案例教学为主，把在此过程中开发探索以及实践的过程及案例总结如下，供大家参考。

4. 具体案例

4.1. 抓阄公平与否问题

上课时以现金红包为引，构造抓阄的情形，趁机提出问题：“抓阄是公平的吗？”引导学生认识到“公平指的是抓到理想或不理想签的概率受不受先后顺序的影响”这一实质，把抓阄过程转化为如下概率问题：[6]设箱中有 a 个白球 b 个黑球，它们除颜色不同外，其他方面没有区别，两人从中任意不放回地各取出一球，试分别求二人取得白球的概率。运用已学过的条件概率及全概率公式：设 A 事件是“第二个人取得白球”， B 事件表示“第一个人取得白球”，显然 B 和 \bar{B} 为样本空间的一个划分(或一个完备事件组)，根据古典概型求得 $P(B) = \frac{a}{a+b}$ ，难点是求第二个人取得白球的概率 $P(A)$ ，也是不同观点争执

之处，此处应带领学生仔细分析：既然 $P(B) = \frac{a}{a+b}$ ，那么 $P(\bar{B}) = 1 - \frac{a}{a+b} = \frac{b}{a+b}$ ，由全概率公式得

$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = \frac{a}{a+b}$ ，即第二个人抽到白球的概率与第一个人相同，所以在概率意义下“抓阄是公平的”。不仅回答了事先提出的问题，也可为不同观点给出依据：解惑为何有人会感觉

概率不同、不公平：其实是知道了第一个人抽取结果的感受，如果第一个人抽取到白球，在此条件下白球减少了一个，第二个人抽到白球的概率为 $\frac{a-1}{a+b-1}$ ，此概率大于 $\frac{a}{a+b}$ ，但如果第一个人没有抽到白球，

总数减少了，但白球数目未变少，此时第二个人抽到白球的概率为 $\frac{a}{a+b-1}$ ，此概率小于 $\frac{a}{a+b}$ ，在概率意义下综合看来，即用全概率公式解答两者概率相等，所以是公平的。

整个过程既锻炼了学生分析、转化实际问题为数学问题的建模能力，也运用了所学的条件概率、全概率公式等知识点。通过解疑答惑的过程，教育学生明辨是非、遇事冷静科学分析，而不是头脑冲动轻易下结论。

4.2. 生日相同与否问题

以班级均为 120 人为例，上课时抛出看似“离谱”的论断——“咱们班有超过 0.9999 的概率至少有两个人生日相同”。听到如此言论，同学们瞬间被吸引，结合自身经验，意欲思考反驳，表面上看：一年统一按 365 天考虑，假设每个人生日在任何一天都是等可能的，可以肯定的是，如果人数超过 365，肯定至少有两个人生日相同即概率为 1；反之，如果人数减少，概率降低，人数越少概率越低。班级人数 120 和 365 的差距大，概率应该较小。这样的“直觉”正确吗？

在这充分的讨论后积极回应，引导学生正确计算：在有 n 个人的班级中，至少有两人生日相同的概率 $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{365}^n * n!}{365^n} = 1 - \frac{365!}{365^n * (365-n)!}$ ，当班级人数 50 人时，概率 0.97，班级人数 60 人时，

概率达到 0.997，以 100 人班级计算，概率为 0.9999997。

课堂的理论讲解告一段落，但按照公式中求阶乘或者组合的数字非常大，不易计算，还可引导学生

采用不同方法技巧近似计算，如利用高数中的泰勒展开式进行放缩，也可运用软件如 MATLAB 进行计算，拓宽知识面及涉猎视野，提高解决问题的能力，既扣回了主题结论，也教会学生辩证的思考方式——“要相信直觉，但不可完全相信”，直觉会给人灵感，但科学体系的完善需要严密的逻辑，概率统计就是这样一门奇妙的课程。此案例也可多方面拓展：一是广度，除去用软件计算某个确定 n 对应的概率值，也可将不同 n 的结果数据可视化，形成更为形象生动的结论；二是深度，教育学生不能主观地以个人来看待处理问题，把论断中的“至少有两人生日相同的概率”误以为“至少有人和我生日相同的概率”，要全局地、客观地了解事务和处理事务。

4.3. 化验方案选择问题

传染病的出现和传播，会引发恐慌情绪，且造成人员伤亡及经济损失。21 世纪以来的几次全球性传染病，使得“单采”、“混检”等检验方式被大众所熟知，但这样的化验方式在团体医疗检查中使用已久，且有理论支撑。

先简化问题建立数学模型，问题如下，一单位为普查某种疾病，对 1000 名员工验血(或者尿液、咽拭子等)，有两种方案进行检验：(1) 逐人化验检查：对每个人的样本逐个化验，共需 1000 次化验；(2) 分组检查：将采集的样本以 4 个人一组混合后化验，若呈阴性，则认为 4 个人都是阴性，此时 4 个人只需化验一次；如果混合检验呈阳性，则需对 4 个人再逐一进行化验，这时 4 个人的样本要化验 5 次，具体分析两种方案的优劣。假设对所有人来说呈阳性的概率是 $p = \frac{1}{10}$ ，方案(1)需要化验 1000 次，方案(2)根据数学期望(即平均化验次数)的定义和算法可得平均约为 593.9 次，少于方案(1)，大致可减少 40%的工作量。

题目还可做更一般的假设：如员工人数 n ，每 k 人一组，怎样实施方案可使化验次数平均最少。这样既讲解了如何简化问题建立模型，解决简单问题，又推广方法至一般情形，得到更完整的结论，既丰富了理论研究，也联系了实际。通过探讨的结论来实施检验，锻炼学生分析问题、转化问题、解决问题、推广方法的能力。

提示延拓内容：随着感染率的变化，不同的分组人数会得到不同的检测效率。一般实际情况会根据事先的统计数据，尽可能准确地估计当时感染率的数值，再结合多种检测方式，提高检测的灵敏度，与医疗的临床诊断结果互相印证，在尽量准确、高效地进行检测的同时，还降低对社会和经济的负面影响。[\[7\]](#)可通过数学的不同专业理论进一步探索：如运用传染病学、动力学等不同的专业知识建模，再进行编程形象动态模拟，形成生动的状态展示和预测，如同大众在网络媒体上看到的可视化情形，通俗易懂，引导学生掌握更多的技能。

5. 结束语

本文仅抛砖引玉略举几例，事实上，在“概率论与数理统计”的课堂上，我们通过引入大量的生活常识、耳熟能详的谚语、搭建知识结构体系等教学方式，引导学生用概率的眼光解读未知的世界，用统计的方法指导工作与生活。如用“烽火戏诸侯”和“狼来了”的故事，学习贝叶斯公式，了解诚信丧失的过程和后果，培养学生诚实守信的品德；如用俗语“三个臭皮匠能顶一个诸葛亮”来说明团结、集体智慧的重要性，但同时需要辩证地了解“千军易得，一将难求”的果断领导品质，培养学生精诚协作、同时又忠诚勇敢有担当的传统优秀文化品质；[\[8\]](#)在内容的讲解过程中，辩证统一地认识到事物的两面性等等，在关注知识传授、能力培养、情感价值塑造的同时，将辩证唯物主义、科学精神、家国情怀、人生观及社会主义核心价值观等思政元素，润物细无声地融入课程教学，使知识传授与价值引领同频共振，最终实现“概率论与数理统计”课程独立思考、科学推理、“立德树人”的核心功能。同时，在教材的

编写出版时,既写经典案例也融入最新时事,在慕课作业时,让学生以小论文或者作品形式融入思政元素,在日常练习时,以 Maple T.A.为平台,让题目的随机参数变化,使学生切实理解概率并养成诚实作答的行为习惯[9],把辩证唯物主义思想教育落到了实处,起到了良好的效果。

基金项目

中华农业科教基金课程教材建设研究“概率论教学案例与思政育人融合探索”(NKJ202102048);
河南省教育科学规划课题“创新人才培养下数学类课程新型智慧教学模式研究”(2022YB0045);
河南农业大学高等教育教学改革研究与实践项目“概率论与数理统计课程思政案例设计与应用实践”(2023XJGLX064)。

参考文献

- [1] 刘淑环. 知识传授与价值引领——“概率论与数理统计”课程思政的教学探索[J]. 中国大学教学, 2021(3): 60-65.
- [2] 习近平在全国高校思想政治工作会议上强调:把思想政治工作贯穿教育教学全过程,开创我国高等教育事业发展新局面[EB/OL]. <http://dangjian.people.com.cn/gb/n1/2016/1209/c117092-28936962.html>, 2025-04-18.
- [3] 教育部党组书记、部长陈宝生在新时代全国高等学校本科教育工作会议上的讲话:建设中国特色、世界水平的一流本科教育[EB/OL]. <https://www.cque.edu.cn/biol/info/1028/1685.htm>, 2018-06-21.
- [4] 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知[EB/OL]. https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-06/06/content_5517606.htm, 2020-05-28.
- [5] 欧敏. 提升研究生思辨能力的教学策略之个案研究[D]:[硕士学位论文]. 南充:西华师范大学, 2023.
- [6] 陈振,郝新生,王建军. 概率论与数理统计[M]. 北京:中国农业出版社, 2019.
- [7] 赵小艳. 基于数学期望的新冠肺炎核酸检测方法[J]. 大学数学, 2020, 36(6): 19-22.
- [8] 王建平,张来萍,李艳华. 谚语背后的数学原理[J]. 河南教育学院学报(自然科学版), 2021, 30(4): 47-50.
- [9] 张晓梅. 网课时代下高等数学课程考核模式的进一步探索[J]. 当代教育实践与教学研究, 2023(4): 46-48.