

二项式定理的教学策略

张悦绮

扬州大学数学科学学院, 江苏 扬州

收稿日期: 2025年5月22日; 录用日期: 2025年6月20日; 发布日期: 2025年6月30日

摘要

普通高中教材几经改版, 二项式定理仍然处于选择性必修中或者是拓展部分, 是高中数学一个独立且内容抽象的知识点, 其证明方法灵活多样, 选择范围广泛, 但由于二项式定理在高考数学中所占比例甚微, 相较于其他重点不值一提, 因此教师在复习中往往对这一部分一带而过, 不作重视。国内专家研究二项式定理相关解题方法的资料文献很多, 但是进行教学策略创新研究的却寥寥无几, 而二项式定理的教学可以从多方面研究并且值得探究。

关键词

二项式定理, 教学策略, 高中数学

Teaching Strategies for the Binomial Theorem

Yueqi Zhang

School of Mathematical Sciences, Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu

Received: May 22nd, 2025; accepted: Jun. 20th, 2025; published: Jun. 30th, 2025

Abstract

The high school textbook has undergone several revisions, yet the Binomial Theorem remains in the elective required or extended section of high school mathematics. It is an independent and abstract concept with flexible and diverse proof methods and a wide range of applications. However, due to its minimal presence in the college entrance examination mathematics, it is often overlooked by teachers during review sessions. There are many domestic experts studying problem-solving techniques related to the Binomial Theorem, but few have conducted innovative research on teaching strategies. The teaching of the Binomial Theorem can be explored from multiple angles and is well worth investigating.

Keywords

Binomial Theorem, Teaching Strategy, High School Mathematics

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 理论基础

皮亚杰认知发展理论认为, 认知发展需经过四个发展阶段, 分别是感知运动阶段、前运算阶段、具体运算阶段和形式运算阶段。高中生大多数处于形式运算阶段, 此时已经具备一定的抽象思维和逻辑推理能力, 这对于二项式定理的教学起到了非常重要的启示作用。教师在教学过程中, 可以充分利用学生现有的抽象思维能力, 引导他们从理论层面对二项式定理的本质有正确的理解, 而不仅仅是停留在死记公式和常规应用上。

2. 文献综述

蔡海涛(2022)在研究中提出, 《普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)》明确指出, 高中数学课程的教学需要坚持在“以学生发展为本”的原则之下, 贯彻和落实立德树人根本任务, 有效培养学生的科学精神和创新意识, 提高数学学科的核心素养。那么, 以核心素养为导向的数学教学是怎么样? 研究中, 蔡海涛以二项式定理教学为实践案例进行探讨, 最终得出, 教师作为教学设计者和组织者, 既要考虑和维护学生的主体地位, 还要充分发挥自身的引领作用, 围绕生动教学对教学范围进行拓展和辐射[1]。

张文(2016)在新课改背景下指出, 为了能够让学生养成主动学习的习惯, 提高课堂教学的效率, 研究通过使用案例分析法和实践教学法对云南某高校“二项式定理”这一节教学课程进行听课反思之后指出, 可以从教学目标明确、情境创设、设置疑问、激发兴趣等方式来实现[2]。

3. 改进教学现状的必要性

由于时代的发展和高考改革的变化, 全国各地都在不断更新课堂的教学策略, 以落实《普通高中数学课程标准》(以下简称新课标)中立德树人的根本任务。但是往往会出现一些学生不适应改革课程、老师讲课偏离主旨的问题, 教师的数学教学只关注一些“秒杀”解法, 只是为了升学而教, 这种教学方式很可能容易造成学生只会解答情景熟悉的题目, 这只是背题, 而非解题[3]。这不符合新课标的教育理念, 也不利于学生科学精神和创新能力以及数学核心素养的培养。在这种教学策略之下, 一旦问题情境发生改变, 学生就会变得思维混乱, 解题无从下手了。

在高考的背景下, 虽然其已经经历改革, 但是由于应试教育和唯分数论仍然普遍存在, 所以大多教师仍把教学重点放在热门考点上, 学生也将大部分精力投入重难点的复习上, 考分较少的二次项定理就被忽略了, 学生也仅仅对之死记硬背, 并没有深挖其中的思想和方法, 缺乏对知识的本质把握, 导致在解题时缺乏迁移能力。而事实上二项式定理的应用范围很广, 甚至涉及考试重难点的函数与概率, 它不是独立作为考试点, 而是与其他知识点穿插在一起, 如果没有真正地理解二项式定理, 是无法灵活运用到综合题中去的, 学生甚至会产生畏难情绪。

因此, 我们有必要深入去研究二项式定理的教学策略, 只有进行创新性的教学, 才能培养学生的抽

象思维和感知运算能力，真正让学生学会以数学的思维去解答应用题。

4. 二项式定理教学现状调研

4.1. 教学内容理解情况

从表 1 的调查结果可以看出，认为“较难”的占比为 32.22%，认为“非常难”的占比为 5.96%。这说明相当一部分学生认为二项式定理是具备一定难度系数的。其中能够完整无误地写出二项式定理公式的占比仅为 46.23%，表明真正完全熟练掌握的学生非常少。而在二项式定理的组合数意义的理解上，超过半数的学生都是处于一个部分理解的情况。进一步分析发现，学生对于二项式定理的理解也存在很多不足。很多只是记住了表面的结论，却不知道推导过程和原理是什么，导致在实际解题中无法做到灵活应用。

Table 1. Survey results on understanding of teaching content

表 1. 教学内容理解情况调查结果

问题	选项	比例
您认为二项式定理的难度如何？	非常简单	2.12%
	较简单	17.84%
	一般	42.13%
	较难	32.22%
	非常难	5.96%
您是否能独立写出二项式定理的公式？	能完整写出	46.23%
	能写出但可能有误	48.77%
	完全不会	5%
您理解二项式定理的组合数意义(如 $C(n, k)$)吗？	完全理解	23.44%
	部分理解	52.38%
	不理解	24.18%

4.2. 教学方法反馈情况

从表 2 的调查结果可以看出，教师在讲解二项式定理的过程中会使用到各种各样的方法，其中包括传统教学方法的板书推导、小组探究实验，也有引入新技术进行动态演示教学的，还有紧密结合生活实际案例来进行教学的。在这些教学方法中，学生们接受度最高的两种方法是动态演示和生活实例应用。而在帮助理解上，做题练习和动手实验是学生们认为可以帮助自身更好、更快、更全面理解二项式定理的方式。这是因为通过反复多次的做题练习，可以帮助学生更好地把握二项式定理的逻辑，进而掌握和应用。而动手实验则是让原本抽象的数学理论变得立体、具象，进而更好理解和把握。

4.3. 学习难点与需求

从表 3 学生学习难点与需求汇总表可以看出，学生们认为最难的就是理解定理的推导过程，这是因为二项式定理的推导需要进行较为复杂的数学归纳和逻辑推理，对学生思维能力提出的要求比较高，很多学生无法理解具体的过程中。另外，应用场景模糊也是很多学生在学习过程中经常遇到的难点，学生

不知道二项式定理到底可以应用在什么情境下,进而导致二项式定理的应用呈现出较为单一的局面。而针对学习需求,32.82%的学生希望教师可以应用可视化工具于教学,这是因为可视化工具能帮助学生更好地理解二项式定理的推理过程。除此之外,学生希望教师能提供更多直观易懂的实例,帮助他们理解二项式定理的原理和应用场景。他们也期待教师能加强对二项式定理与其他知识点融合的讲解,构建完整的知识体系,以便在面对综合题型时能够游刃有余。此外,学生渴望有更多针对性的练习和指导,通过强化训练来加深对二项式定理的理解和掌握程度。

Table 2. Feedback on teaching methods

表 2. 教学方法反馈情况

问题	选项	比例
教师讲解二项式定理时,您最喜欢的教学方式是? (可多选)	板书推导	34.12%
	动态演示(如动画/几何画板)	78.23%
	生活实例应用(如概率问题)	83.12%
	小组探究实验	67.32%
	背诵公式	12.34%
您认为以下哪种活动对理解最有帮助?	做题练习	34.12%
	动手实验(如卡片组合)	30.40%
	讨论案例	23.14%

Table 3. Summary of students' learning difficulties and needs

表 3. 学生学习难点与需求汇总表

问题	选项	比例
您在二项式定理学习中遇到的主要困难是?(可多选)	公式记忆	4.76%
	组合数计算	32.56%
	理解定理推导过程	67.78%
	应用场景模糊	58.68%
	其他(请填写)_____	12.22%
您希望教师增加哪些内容	更多例题	12.31%
	数学史故事	29.45%
	跨学科应用	12.11%
	可视化工具	32.82%
	其他(请填写)_____	13.31%

5. 二项式定理的教学策略

二项式定理在中学数学的学习中只占很小的一部分,但却是一个很重要的部分,也是研究组合数

学恒等式时最基础的定理，在中学数学的教学与学习中，它是一个很有创新意义的内容[4]。只有研究掌握合理有效的教学策略，才能够最大力度地促进学生学业表现的提高和数学思维能力的培养。

5.1. 构建适合学生的“逻辑生长点”

在教学中注重知识衔接的同时，还要关注学习者的已有认知，构建更适合学生的“逻辑生长点”。基于二项式定理教学所给课时较少这一固定因素，在数学课堂中设计的教学策略更需要保证数学知识的整体性、学生逻辑的缜密性以及思维的连贯系统性，能直击学生的大脑思维深处，用有限的时间让学生的各种感官全方位地调动。

5.1.1. 分析学生的学情特点

应试教育之下，教师更应该关注学生当下的认知，从生长点出发，重视知识在学生的心理生成，找到学习“痛点”，对症下药。2017年新版课标明确要求学生能用多项式运算法则和计数原理对二项式定理进行推证，所以在实际教学中，大多数时候教师采用的方法是从特殊到一般，根据多项式的乘法运算法则，先计算 $(a+b)^2$ 、 $(a+b)^3$ ，再根据特点推广到一般式 $(a+b)^n$ ，最后总结二项式系数和计数原理的联系，但是这忽视了一个潜在问题，之前学生就已经掌握了完全平方公式的推导，所以由于思维定势，他们会认为 $(a+b)^n$ 的推导过程就是计算 $n=3,4,\dots$ 时的式子，导致学生知识表面理解了二项式定理公式的推导，而不能深入考虑各项系数和计数原理的联系，即“知其然，不知其所以然”；当然，对于运算能力欠缺的学生，当 n 的数值逐渐增大的时候计算 $(a+b)^n$ 显然不现实，更别说在学习的过程中理解其中关系。

5.1.2. 明确二项式定理的生长点

相比初中学段，高中的数学教学对学生数学抽象的能力要求更高，需要有严谨的逻辑语言取代以往单纯的数字，这就需要教师的辅佐帮助，“理解的实质就是由学习者进行同化到相应的图式中”，[5]教师需要在学生已有的数学具象上抽出本质，引导学生从不同的角度、层次分析概括。二项式定理在初中阶段就有缩影出现，比如多项式运算法则、完全平方公式，学生需要熟练运用完全平方公式进行代数式化简求值，掌握“配方”这一数学思想。高中数学教师在教学之前必须厘清这些数学知识之间的体系关联，首要的是让学生明白二项式定理是完全平方公式的推广和拓展，明确二项式定理引入的起点即生长点是完全平方公式，在此基础上理解 $(a+b)^n$ 的展开式，再展开细节教学，发现其中项与二项式系数的关系，为后续学习二项式系数的性质和二项分布做好前后衔接工作。

5.2. 激发学生学习二项式定理的兴趣

数学的发展凝结了人类从古至今的智慧，数学是一门积累且不断更新创新的学科，在学习数学的过程中，学生却常常陷入枯燥乏味这个误区，这与教师的教学策略正确与否密不可分。

5.2.1 熟知二项式定理的发展史

当谈及数学发展史和与之相关数学名人的来源时，学生通常都会充满好奇与兴趣，对数学家的研究和故事产生疑问与向往，通过数学发展史的引入，能够拓展学生的数学课外知识，对二项式定理的学习更加专注。教师教授的不仅是书本现有知识，还要“授之以渔”，教授数学方法，培养数学思想，这样在后续的复习工作中学生对二项式定理的记忆就不会那么容易遗忘和丢失，表面看虽然讲述数学发展史会浪费本来就不富裕的时间，剥夺了给学生讲解正课的时间，但是事实上这种方法却有助于学生数学学习动力的激发，数学兴趣的增强，从而进一步提高了课堂教学效率。

5.2.2. 掌握课堂教学氛围策略的艺术

由于二项式定理的内容仅仅用数学符号来表达，因此具有高度抽象性，基于此点原因，学生在短短

三四十分钟的课堂上必然会存在一定理解困难，完全靠教师在讲台讲授过程有时候反而会影响学生自主思考理解，只有分配适当的时间让学生、小组之间讨论补充，将抽象的内容形象化，产生学习兴趣，才能够帮助学生真正理解数学，感受二项式定理的魅力。对于数学教学中如何使得数学理论形象化，可以采用数形结合、模型合理应用、巧妙运用日常事例的办法或者将数学表述通俗化、抽象问题具体化、定理和概念形象化，使得学生易于理解和接受，提高教学效率。

5.3. 发展学生灵活运用二项式定理的能力

5.3.1. 重视复习

高中数学的抽象性和逻辑性很强，内容繁杂多样、知识点难度大，加上学习时间又紧张，在正课的学习过后学生很容易丢失重难点，对于二项式定理这种难理解且课时分配较少的知识更加容易遗忘，因此教师在组织二项式定理复习的时候要重视归纳总结各种考题题型，二项式定理的典型考题主要包括求解二项式展开式中的特定项和相关量、求解多项式的和或者是积的展开式中的指定项，这类问题往往是重要的基础题，教师做好复习工作，才能让学生逐渐回忆起知识内容，深刻领悟、切实分析二项式定理中包含的思维方法，使得学生主动将知识迁移到其他知识点中去，才能发展灵活运用二项式定理的能力，而不是看见熟悉的题型就生搬硬套[6]。

5.3.2. 借助二项式定理推广类比

通过类比的方法，教师能够带领学生从探索二项式定理转移到概率中的二项分布，使学生学会类化题型，培养“自主探究，合作学习”的能力。概率是高考中一个重中之重的板块，只有学生真正理解了二项式定理，才能够更好更轻松的学习概率的内容。概率与二项式定理的交会问题是应用题的一大创新热点，这类问题背景新颖，综合应用性强、运算量大且具有技巧性，合理地将二项式定理融进概率之中，用来破解比较大、最值、证明不等式等问题，使得不同数学知识融会贯通、相互联系应用，有利于学生综合能力的培养和解题技巧的熟练运用。

二项式定理的推广不仅限于上述一些应用，通过推广还可以引导学生开展课外探究活动，发展科学思维，了解学习牛顿二项式定理、Abel 二项式恒等式、高斯二项式定理，能够衔接高中与大学的知识，为学生进入大学做好充分铺垫。

6. 结语

综上，二项式定理在高中数学教学中虽然只占到了一个很小的比重，对于整个高中数学的学习却尤为关键。通过使用文献分析法、问卷调查法对二项式定理教学现状进行调研，可帮助教师更全面、精准地掌握和了解学生在学习二项式定理过程中面临的挑战以及教学需求，进而在后续的实践教学中采取针对性的措施进行改进和提升，促进核心素养教学目标实现的同时，还能够让学生更好地掌握和应用二项式定理，更重要的是，还能够让学生感受到数学的魅力和价值。与此同时，本文提出的教学策略对于其他数学知识的教学也提供了一定参考价值，有利于推动整个数学教学质量的提升，让学生在学习的道路上走得更稳、更远。作为教师要始终明白，教育是在不断发展的，而学习与改革同在，课堂教学策略的创新与改变始终不会落后于时代，并与高中数学教师一直同在。因而二项式定理的教学策略研究，以及其他数学知识方面的教学策略研究是值得持久探讨的论题。

参考文献

- [1] 蔡海涛. 聚焦核心素养构建“生”动教学——以“二项式定理探究”为例[J]. 数学通报, 2022, 61(7): 48-50.
- [2] 张文. 优化课堂教学, 提高中学数学课堂效率——以“二项式定理”为例[J]. 西部素质教育, 2016, 2(22): 263.

- [3] 潘秀明. “二项式定理”的教学设计与分析[J]. 上海中学数学, 2014(3): 32-37.
- [4] 卜以军. “二项式定理”的教学实践[J]. 中小学数学(高中版), 2014(5): 27-29.
- [5] 李旭金. 二项式定理的引入与应用教学研究[J]. 成才之路, 2016(24): 96-97.
- [6] 王世朋. 用“数学的方式”践行学科育人——以二项式定理的单元教学为例[J]. 中小学数学(高中版), 2022(9): 32-35.