

高中数学学习中的知识误解及其矫正策略研究

周 蓓¹, 尹绍军^{2*}

¹西昌市第二中学, 四川 西昌

²西昌学院理学院, 四川 西昌

收稿日期: 2025年7月6日; 录用日期: 2025年8月7日; 发布日期: 2025年8月15日

摘 要

本文旨在探讨高中数学中常见的知识误解, 在此基础上归纳出概念性误解、公式性误解、思维性误解、解题策略性误解以及应用性问题误解等常见类型。针对每种误解类型, 分析了误解产生的原因及影响, 并提出相应的教学策略, 以期帮助教师更好地识别和解决学生学习中的知识误解, 提高数学教学的针对性和有效性。

关键词

高中数学, 知识误解类型, 矫正策略

Research on Knowledge Misunderstandings and Corrective Strategies in High School Mathematics Learning

Bei Zhou¹, Shaojun Yin^{2*}

¹Xichang No. 2 Middle School, Xichang Sichuan

²College of Science, Xichang University, Xichang Sichuan

Received: Jul. 6th, 2025; accepted: Aug. 7th, 2025; published: Aug. 15th, 2025

Abstract

This paper is designed to discuss common knowledge misunderstandings in senior high school mathematics and sum up on this basis some common types, including concept misunderstanding, formula misunderstanding, thought misunderstanding, problem solving strategy misunderstanding, and

*通讯作者。

文章引用: 周蓓, 尹绍军. 高中数学学习中的知识误解及其矫正策略研究[J]. 教育进展, 2025, 15(8): 885-890.

DOI: 10.12677/ae.2025.1581521

application problem misunderstanding. As for every misunderstanding type, the author analyzes reasons for and influences of misunderstandings and comes up with corresponding teaching strategies in order to help teachers better identify and solve students' knowledge misunderstandings in study and improve pertinence and effectiveness of mathematics teaching.

Keywords

Senior High School Mathematics, Knowledge Misunderstanding Types, Correction Strategies

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

学生在与教师或数学文本对话时, 教师和文本发出了正确的知识信息, 学生因个人固有知识结构和理解选择倾向不同, 使接收到的信息有缺失, 或者与原信息之间存在偏差, 这种信息缺失或存在偏差的认知被称为“知识误解”[1]。“知识误解”是一种意识表象, 在学生的学习过程中, “知识误解”表现为写出错误的结论而不自知, 或者表现为学生感对其重视程度不够, 未能及时发现并帮助学生解决, 造成纠正错误机会流失, 逐渐地学对前后矛盾的疑惑。同时, 数学学习中的“知识误解”很难发现, 比较隐蔽, 也造成师生会在迟滞中形成学习数学困难。斯涅普坎从学生的认识论的角度发现, 学生的认知构建过程中, 他们往往未能抓住概念本质特点, 这是造成学生在学习频繁陷入认知误区, 错误地运用概念的主要诱因[2]。冯寿忠以“误解”初探为起点展开了“知识误解”的探究, 提出了构成误解的基本条件: 语音误会、语义误会、对象误会, 语言误会的形成需要一定的语义联系和靠特定的语言语境作为条件[3]。刘福春是较早研究高中数学“知识误解”的作者, 他发现每一个图形的平移都是一个向量, 容易使学生产生误解, 值得探究[4]。相关知识误解的文献大致分为两大类, 一类是心理学、误解理论等方面, 如雷炳辉从认知心理学角度探讨言语误解的产生机制、影响因素及认知加工过程, 分析个体在语言理解中的心理偏差如何导致沟通障碍[5]。陆世雄主要梳理并评析了国内学术界关于话语误解现象的成因、类型、影响及解决策略的研究成果[6]。孙红从误解理论着手, 主要探讨了人际沟通中因个体过度关注自身立场、经验或需求(自我中心倾向)而导致的认知偏差, 进而成为话语误解产生的心理机制根源[7]。另一类是数学教学等学科教学方面的研究, 如张红霞主要探讨了在数学问题解决过程中, 如何通过语言表述与数学符号、图形等不同表征形式之间的相互转化(语义转换)来突破理解障碍, 并分析了该方法在具体解题场景中的实践策略与教学价值[8]。马文杰通过实证分析高一学生在函数学习中的常见解题错误类型, 揭示了概念理解偏差、符号转换失误和图像应用不足三大典型问题, 并提出了针对性教学改进策略[9]。吕作文等系统分析了高中生数学学习中因前概念干扰、逻辑断裂和迁移不当导致的“知识误解”现象, 并构建了包含诊断性测评、认知冲突设计和变式训练的三阶段矫正模型[10]。虽然人们对“知识误解”现象、层次、形成原因和过程, 以及消除误解的途径等进行了研究, 但系统分析高中数学知识误解的常见类型、影响及矫正策略相关研究较少。故深入研究学生在数学学习中出现的知识误解错误, 探究其错误类型、剖析其成因, 并研究有效地避免或纠正学生数学学习错误的方法等具有重要意义, 也是摆在数学教师面前需要长期研究的课题。本文主要探讨高中数学教学中常见知识误解的类型、表现以及矫正策略, 以期提高学生学习数学的有效性。

2. 高中数学教学中常见知识误解的类型及矫正策略

2.1. 概念性误解及矫正策略

概念性误解是指学生在学习数学概念时, 由于理解不准确或缺乏深入思考, 导致对数学概念的定义和内涵产生偏差, 这种误解可能源于对概念表述的片面理解, 或者将概念与其他相似概念混淆。如 $|x-2|<3$ 这个不等式, 是 $x(x-5)<0$ 成立的什么条件, 学生会对不等式解集的包含关系不能分清, 就集合观点看, 如果 $A\subseteq B$, 则 A 是 B 的充分条件, B 是 A 的必要条件, 如果 $A=B$, 则 A 与 B 互为充要条件。该题求解: 由 $|x-2|<3$, 有 $-1<x<5$, 由 $x(x-5)<0$, 有 $0<x<5$, 因此可以看出, 前者推不出后者, 但后者可以推出前者, 因此 $|x-2|<3$ 成立, 是 $x(x-5)<0$ 成立的必要不充分条件。在此教师可以从解集所表示的范围入手引导学生得出“小范围可以推出大范围, 大范围不能推出小范围”建立解题模型。再例如, 在理解“导数”的概念时, 学生可能只关注其表示函数在某一点的切线斜率, 而忽略了其作为函数变化率的意义, 导致解题不畅。

基于数学概念误解矫正, 教师在教学过程中要注重揭示数学概念、数学性质、数学思想方法的本质特点, 并阐述清楚不同数学知识、数学方法之间的本质区别和实质联系[6], 同时也应厘清数学概念的基本逻辑, 强调数学概念成立的条件, 帮助学生理解数学概念在不同情境下的应用, 通过清晰的表述和具体的例子来帮助学生明确数学概念的内涵和外延。对于容易混淆的数学概念, 教师可以通过对比和区分的方式, 帮助学生明确它们之间的异同点。同时, 在教学中可以引导学生通过自主探究和合作学习的方式, 深入探究数学概念的本质和内涵, 也可以教师事先组织或自我探究发现“知识误解”出现的可能, 预先控制来自课本内容的概念“知识误解”, 及时采取归谬法、图解法、模型法、作图法等纠正措施, 从而加深对概念的理解, 达到事先预防的作用, 具有“防患于未然”的矫正效果。

2.2. 公式性误解及矫正策略

公式性误解是指学生在学习数学公式时, 由于记忆不准确、理解不透彻或应用不当导致数学公式的使用产生偏差, 这些误解一般是源于对公式的机械记忆, 缺乏对其推导过程的深度理解而产生的。表现为: 记忆混淆: 学生在记忆数学公式时, 可能会将不同的公式混淆在一起, 导致在解题时错误使用。例如, 数学中的两角和的余弦公式是 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$, 学生会把这个公式误解为 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha-\cos\beta$, 就是对 $\cos(\alpha-\beta)$ 的展开式的符号语言 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ 而不是 $\cos(\alpha-\beta)$ 存在数学知识方面的误解。忽视条件: 学生在应用数学公式时, 往往会忽视公式成立的条件, 导致应用产生错误的结果。如在应用均值不等式时, 学生可能会忽视等号成立的条件, 即各项相等。还比如忽略正弦函数和余弦函数有界性, 从而出现错解。

例如 $a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\alpha+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\alpha\right)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)$ 的应用时, 其中 $\sin\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}, \cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, 在遇到 $a\cos\alpha+b\sin\alpha$ 时, 因为对公式的理解不深, 对公式错误运用后把式子也化成了 $a\cos\alpha+b\sin\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)$, 没有对两个式子进行有效的区分。再如求函数 $f(x)=-4\cos x+\sin^2 x$ 的最大值时, 学生错解可能是这样的, 由 $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, 作变形得 $f(x)=-\cos^2 x-4\cos x+1$, 然后有 $f(x)=-(\cos x+2)^2+5$, 于是推出 $\cos x=-2$ 时, $f(x)$ 有最大值, 最大值为 5。显然, 学生在计算最大值时, 未能考虑 $\cos x$ 的取值范围应该是 $-1\leq x\leq 1$ 这一前提条件, 导致解答出错。公式变形错误: 学生在对公式进行变形时, 由于计算错误, 导致公式变形后的形式不正确。例如, 在解一元二次方程时, 会在计算判别式时出错, 导致解方程的错误。

在教学中, 可以通过归纳法、同化法等纠正措施, 注重公式的推导, 在应用数学公式时, 教师应强调公式成立的条件, 帮助学生理解公式在不同情境下的应用, 从而加深对公式的理解和记忆, 更好地理解公式的来源和适用条件。另外, 也可以通过配套一定习题, 通过练习和巩固, 使学生可以更好地掌握数学公式的应用技巧, 提高解题效率和准确性, 矫正公式误解要遵循及时性原则, 只有及时矫正, 学生的思维发展才能不走弯路, 才能保持学生对数学学习的兴趣。

2.3. 思维性误解及矫正策略

思维性误解是指学生在学习数学时, 由于思维方式和思考习惯的限制而产生的对数学问题的理解和解决产生偏差, 这种误解可能源于学生的固有思维模式, 学生在面对数学问题时, 可能会受到固有思维模式的影响, 导致解题思路狭窄, 无法灵活应对。例如, 求三棱锥的体积时, 学生往往习惯把水平放置面或较大的面看作底面, 这说明学生对三棱锥底面的认识还是比较肤浅, 未能明白实际上三棱锥的四个面都可以作体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ 中的底 S 。例在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=4, AA_1=6$, 若 E, F 分别是棱 BB_1, CC_1 上的点, 试求三棱锥 $A-A_1EF$ 的体积。本题要求三棱锥的体积, 关键在于确定底面和高, 针对本题, 底面的确定有四种情况, 学生习惯直接把 A_1EF 作为底面, 但发现这个三角形的形状不确定, 不能计算出面积。考虑换底, 把 AA_1E 面当底, 计算得到 $S_{\Delta AA_1E} = \frac{1}{2}AA_1 \cdot h = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$, 因为直线 $CC_1 \parallel$ 平面 ABB_1A_1 , 则 CC_1 上的点到平面 ABB_1A_1 的距离都相等, 故 F 到平面 AA_1E 的距离与点 C_1 到 AA_1E 的距离相等。因 C_1 到直线 A_1B_1 的距离等于点 C_1 到平面 ABB_1A_1 的距离, 又 $\Delta A_1B_1C_1$ 是边长等于 4 的等边三角形, 故高为 $2\sqrt{3}$, 则 $V_{A-A_1EF} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times 12 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ 。本题通过启发学生认真观察图形, 点 F 到平面 AA_1E 的距离是否可以矫正为其他点到这个面的距离, 那么, 学生首选直线 CC_1 , 因为直线 $CC_1 \parallel$ 平面 ABB_1A_1 , 则 CC_1 上的点到平面 ABB_1A_1 的距离都相等, 故 F 到平面 AA_1E 的距离与点 C_1 到 AA_1E 的距离相等。

在教学方式上, 教师可以通过翻转课堂、对分课堂、合作学习法、自主学习法等多样化的教学方法和实践活动, 培养学生数学思维, 帮助学生拓宽解题思路, 提高解决问题的能力。在习题训练中, 可以通过设置逆向思维的问题和任务, 引导学生进行反向推导和验证, 鼓励多进行逆向思考和批判性思维, 从问题的反面或对立面去思考问题, 寻找解决问题的新途径和新方法, 培养他们的逆向思维能力。在课堂实施过程中, 可以通过预设场景, 用提问、讨论和反思等方式, 帮助学生识别问题的本质和关键信息, 培养独立思考能力和创新精神。

2.4. 解题策略性误解及矫正策略

解题策略性误解是指学生在学习数学时, 由于解题策略的选择不当或应用错误, 导致在解题过程中产生偏差, 这种误解可能源于学生对解题策略的理解不足, 或者缺乏必要的解题技巧和经验。表现出: 方法选择不恰当。在解题时, 未能结合题设要求选用恰当方法, 导致解题过程复杂出现错误, 如在三角函数中, 直接进行代数运算, 而未能充分利用题设中的几何条件出错。问题转化不准确。在解题时, 未能将问题准确地转化为更易于解决的形式或模型。如不等式问题, 在处理时错误套用公式, 未将不等式转化为等式或更易于处理的形式, 导致解题出错。遗漏重要条件。在解题时, 未能全面考虑题目中给出的所有条件, 导致解题过程不完整或结果错误。如在解决函数性质的问题时, 不能充分利用题目中给出的函数定义域、值域等条件。解题策略性误解会导致学生在解题过程中频繁出错, 导致解题结果不准确或错误, 可能会阻碍学生数学思维的发展, 使他们难以形成系统、有条理的解题策略。如例: 已知函数

$f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 0 \\ -x+2, & x > 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x) \geq x^2$ 的解集。错误解答: 由 $x+2 \geq x^2$ 得 $-1 \leq x \leq 2$, 由 $-x+2 \geq x^2$,

得 $-2 \leq x \leq 1$, 所以不等式 $f(x) \geq x^2$ 的解集是 $[-2, 2]$ 。上述错解在于分段函数对应的不等式时, 必须根据不同的前提条件进行分类讨论。分类方法由对象确定, 故要统一标准, 做到不重不漏, 分层次考虑, 不越级讨论, 而上述求解过程在于没有正确考虑分段函数的取值就进行分段讨论。正确解答: 当 $x \leq 0$ 时, 由 $x+2 \geq x^2$, 可得 $(x+1)(x-2) \leq 0$, 解得 $-1 \leq x \leq 2$, 所以 $-1 \leq x \leq 0$, 当 $x > 0$ 时, 由 $-x+2 \geq x^2$, 可得 $(x-1)(x+2) \leq 0$, 解得 $-2 \leq x \leq 1$, 所以 $0 < x \leq 1$, 不等式 $f(x) \geq x^2$ 的解集是 $[-1, 1]$ 。

参考传统的课堂教学内容的策略, 或者是理论上的解决方法, 可采用降低要求法(从条件和结论出发走三步), 及时清零法(把每一步的“知识误解”清零)、函数比较法(如指数函数与对数函数)、拓展条件法(从已知条件推出潜在条件, 综合运用已知条件和潜在条件得出结论)、逆向分析法(如处理带有根式的不等式证明)、综合法(从原因推导到结果)等。同时, 教师在教学中, 要加强教学的针对性和有效性, 引导学生构建结构稳定, 脉络清晰的数学知识体系, 以减少解题误解的可能性。注重挖掘数学误解解题错误的教育价值, 把解题错误作为重要的教学资源, 收集和整理各种典型解题误解和普遍性解题误解错误, 将其作为教学的切入点, 充分利用错题本的教育功能, 主动引导学生分析错误根源、类别和性质, 探索矫正方法, 通过正误解题方法对比, 强化对解题误解的认知。

2.5. 应用性问题误解及矫正策略

应用性问题误解是指学生在学习数学时, 在将数学知识应用于解决实际问题时产生的理解偏差或应用错误, 这种误解源于缺乏将数学知识与实际问题相结合的能力, 未能形成用数学知识解决实际问题的能力。学生在面对应用性问题时, 因理解问题的方式不准确或角度不对, 导致对问题的本质和关键信息把握不准确。例如, 在解决应用题时, 学生可能会将问题中的非数学语言转化为错误的数学语言, 或者忽略问题中的某些重要条件。还有可能学生在将实际问题转化为数学问题时, 由于数学模型构建错误或不合理, 出现与实际产生巨大偏差的结果。例如, 在利用全概率公式和贝叶斯公式解决问题的过程中, 学生搞不清楚是条件概率还是无条件概率, 分析不出具体问题的机理, 导致选择模型出错。如某工厂有两条生产线 A 和 B , 分别生产 60% 和 40% 的产品。已知生产线 A 的次品率为 5%, 生产线 B 的次品率为 10%。现随机抽取一件产品, 发现是次品, 求该次品来自生产线 A 的概率。本题中设: 产品来自生产线 A , B : 产品来自生产线 B , D : 产品为次品, 则 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, $P(D|A) = 0.05$, $P(D|B) = 0.1$ 。

学生错解为 $P(A|D) = \frac{P(D|A)}{P(D|A) + P(D|B)} = \frac{0.05}{0.05 + 0.1} = \frac{1}{3}$, 产生误解的原因未考虑生产线 A 和 B 的生产比

例 $P(A)$ 和 $P(B)$, 导致分母错误地仅用条件概率相加, 出现全概率公式的遗漏。正确的分母应为 $P(D)$, 即导致次品的概率之和 $P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B)$ 。对贝叶斯公式的误解在于, 忽略了先验分布的影响, 即需要结合先验概率 $P(A)$ 和 $P(B)$ 和条件概率 $P(D|A)$ 和 $P(D|B)$ 。正确解答应首先由全概率公式计算

$P(D) = P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) = 0.07$, 则 $P(A|D) = \frac{P(D|A)P(A)}{P(D)} = \frac{0.05 \times 0.6}{0.07} = 0.4286$, 即次品来自

生产线 A 的概率为 42.86%。贝叶斯公式和全概率公式需要联合使用, 必须明确先验概率和条件概率的权重, 在解决实际问题时, 需要完整列出所有相关概率, 避免出现误解导致逻辑错误。

针对应用性问题误解, 学生可采用自省法进行矫正, 学生自省是学习数学的重要环节, 有利于对所学知识的消化吸收, 学生在自我分析的基础上进行“知识误解”矫正, 会加深其对数学知识的理解, 在这一过程中, 学生也会享受到学习数学的快乐, 会激发学生学习数学的兴趣。同时, 也可以提供适当课外知识的学习, 不但有利于增加他们的知识储备量, 也有利于减少机械学习与记忆, 有助于催化对知识

误解的融化。

3. 总结

高中数学在高中阶段占据着举足轻重的作用, 面对学生在学习数学过程中可能产生的知识误解, 教师应持积极正面的态度, 要善于发现和引导学生去发现学习中的知识误解, 用研究的眼光去发现学生学习中的问题, 探究知识误解背后的认知根源, 揭示错误的类型, 挖掘相应的矫正方法, 并据此制定出行之有效的解决策略。此外, 教师还应创造有利条件, 给予学生充足的独立思考, 使他们在反思问题的过程中, 更深刻地领悟学习方法, 降低误解犯错的可能性, 不断地突破“知识误解”, 提升思维新高度, 为学生呈现全新的视野。

基金项目

西昌市教育科研立项课题, 课题编号: XC202225。

参考文献

- [1] 王惠敏. 高中生数学学习中的“知识误解”及其矫正研究[D]: [博士学位论文]. 西安: 陕西师范大学, 2018.
- [2] 斯涅普坎, 时勘. 数学教学心理学[M]. 重庆: 重庆出版社, 1987.
- [3] 冯寿忠. “误解”初探[J]. 山东师大学报(哲学社会科学版), 1983, 28(6): 73-77.
- [4] 刘福春. 向量与平移对应关系的探讨[J]. 中学数学杂志, 2004(5): 20.
- [5] 雷炳辉. 心理认知视角下的言语误解研究[D]: [硕士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2011.
- [6] 陆世雄. 国内关联理论视角下话语误解研究述评[J]. 新西部(中旬·理论), 2012(6): 96-97.
- [7] 孙红. 自我中心倾向: 误解形成的根源[D]: [硕士学位论文]. 太原: 山西大学, 2011.
- [8] 张红霞. 数学解题中的语义转换及应用[J]. 宁波教育学院学报, 2013, 15(3): 138-140.
- [9] 马文杰. 高一函数教学中学生数学解题错误的实证研究[D]: [博士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2014.
- [10] 吕作文, 冯英杰. 关于高中生数学学习中的“知识误解”及其矫正研究[J]. 考试周刊, 2021(27): 65-66.