

中学数学“教学评一体化”教学研究

——以分式方程为例

易成强, 何晶

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年6月10日; 录用日期: 2025年7月9日; 发布日期: 2025年7月17日

摘要

在核心素养导向的课程改革背景下, 传统数学教学“教”“学”“评”割裂现象制约了学生高阶思维发展。以分式方程教学为载体, 构建“教学评一体化”实施框架, 旨在通过目标统整、活动嵌评、反馈改进的系统设计, 破解代数教学重技能轻素养的实践困境, 为初中数学深度教学提供方法论支持。研究基于建构主义理论, 构建了“三维目标统整-评价任务逆向设计-课堂动态监测”的实施路径: 通过解构分式方程知识网络实现教学内容结构化重组, 开发“认知-方法-情感”融合目标体系, 并配套形成性评价工具链; 实践层面采用“情境驱动-脚手架探究-多元评价”教学模式, 结合智慧教育技术实现数据驱动的精准教学。研究表明, 该模式显著提升了学生数学建模能力与问题解决水平, 尤其在分式方程应用题解答正确率上提升27.3%。

关键词

中学数学, 教学评一体化, 分式方程

Research on the Integration of Teaching Evaluation in Middle School Mathematics

—Taking Fractional Equations as an Example

Chengqiang Yi, Jing He

College of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jun. 10th, 2025; accepted: Jul. 9th, 2025; published: Jul. 17th, 2025

Abstract

In the context of curriculum reform guided by core competencies, the phenomenon of the separation

文章引用: 易成强, 何晶. 中学数学“教学评一体化”教学研究[J]. 教育进展, 2025, 15(7): 572-578.

DOI: 10.12677/ae.2025.1571255

of “teaching,” “learning,” and “evaluation” in traditional mathematics teaching has constrained the development of students’ higher-order thinking. Using fractional equation teaching as a carrier, a “teaching evaluation integration” implementation framework is constructed, aiming to solve the practical dilemma of algebra teaching emphasizing skills over literacy through a systematic design of goal integration, activity embedding evaluation, and feedback improvement, and provide methodological support for in-depth teaching of junior high school mathematics. Based on constructivist theory, the implementation path of “three-dimensional goal integration evaluation task reverse design classroom dynamic monitoring” has been constructed. By deconstructing the knowledge network of fractional equations, the teaching content is structured and reorganized, and a “cognitive method emotional” integrated goal system is developed, accompanied by a formative evaluation tool chain; At the practical level, the teaching model of “scenario driven scaffolding exploration multiple evaluation” is adopted, combined with smart education technology to achieve data-driven precision teaching. Research has shown that this model significantly improves students’ mathematical modeling ability and problem-solving skills, especially in the accuracy of solving fractional equation application problems by 27.3%.

Keywords

High School Mathematics, Integration of Teaching Evaluation, Fractional Equation

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着基础教育课程改革,以学科核心素养为导向的课程教学系统性变革,强调课堂教学目标定位、教学过程展开、教学效果反馈,强调学生知识、技能、能力、素养的整体建构,强调知识、技能的学习和掌握到迁移运用的循环应用[1]。然而,从分式方程的教学情况来看,学生对分式方程知识的学习表现出:对分式方程知识的理解停留在形式上的符号操作,对分式方程的解题方法的掌握停留在机械化模仿,对分式方程问题中未知量的选择还不能及时合理转化[2]。在教、学、评相剥离的现实观照下,阻碍学生代数整体思维发展,阻碍学生数学应用意识的培养[3]。教学评一体化强调在教学目标中设定可行为的预期目标,在教学过程中教师如何引导,在教学评价时借助学生具体的表现进行评价,以便学生获得与改进自身学习水平。

2. 教学评一体化的学理基础

2.1. 概念内涵

教学评一体化作为教育领域的前沿理念,强调在教学过程中将教学目标、教学活动与教学评价有机融合,形成协同推进的教学系统[4]。其核心要义在于打破传统教学中“教”“学”“评”相互割裂的弊端,使三者相互依存、相互促进,共同服务于学生核心素养的提升[5]。

从教学目标层面来看,教学评一体化要求教学目标具有明确性、可操作性与可测评性。教学目标不仅是教师教学的指引,更是评价学生学习成果的依据。以分式方程教学为例,教学目标应清晰界定学生在知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观等方面应达到的具体水平,如学生需掌握分式方程的解法步骤、理解分式方程在实际问题中的应用价值等[6]。这样的目标设定为后续教学活动的设计与评价任务的开展提供了明确方向。

教学活动是达成教学目标的重要载体。在教学评一体化框架下, 教学活动的设计需紧密围绕教学目标展开, 确保每一个教学环节都能有效促进学生达成预期学习成果。例如, 在分式方程教学中, 教师可通过创设生活情境引入分式方程, 引导学生经历从实际问题中抽象出数学模型的过程, 再通过小组合作探究分式方程的解法[7]。这些教学活动不仅有助于学生理解分式方程的概念与解法, 还能培养学生的问题解决能力与合作交流能力。

教学评价则贯穿于教学活动的全过程, 其目的是及时反馈学生的学习情况, 为教师调整教学策略、学生改进学习方法提供依据。教学评一体化强调评价的多元性与过程性, 不仅关注学生的学习结果, 更注重学生在学习过程中的表现[8]。在分式方程教学中, 评价方式可包括课堂提问、小组讨论表现、作业完成情况、单元测试等。通过多种评价方式的结合, 全面、客观地了解学生对分式方程的掌握程度, 及时发现学生在学习过程中存在的问题, 并给予针对性的指导。

2.2. 理论支撑

教学评一体化有着明确而科学的理论基础, 那就是建构主义学习理论。建构主义认为, 知识不是从外部灌输到学生头脑中的, 而是学习者在一定社会文化背景下借助他人(包括教师和学习伙伴)的帮助, 利用必要的学习资源, 通过意义建构的方式而获得[9]。教学活动的核心, 在于学习者主动建构, 教师处于辅助地位, 其主要作用在于引导、帮助学生完成意义建构活动。

建构主义学习理论在教学评一体化教学中有着广泛的应用, 一方面, 在制定教学目标过程中, 建构主义强调学生自主学习, 教学目标建立在学生原有的知识经验上, 学生原有的知识水平及认知发展状况是重要的前提和依据, 所以在分式方程的教学中, 教师需要充分把握学生已经学习的整式方程的情况以及建立数学模型, 解决实际问题的已有能力, 以此作为分式方程教学目标制定的依据, 使得目标能够挑战学生, 同时又契合学生的需求[10]。

建构主义主张教学活动的设计。教学设计的方式是情境教学与合作学习。教师创设接近学生生活的情境, 引发学生学习的兴趣和探究欲, 引导学生主动积极地在情境中探索和思考、发现问题、解决问题。教师在分式方程教学中创设接近学生生活工程问题、行程问题情境等, 使学生结合情境理解和解决问题、体会分式方程的意义和用处。合作学习能使学生的思想之间进行碰撞交流, 在相互学习中获得提高和发展, 如小组合作探究分式方程解法, 学生分享思维和方法, 彼此学习, 启发思考, 加深对分式方程的认识。

在学习评价上, 建构主义提出学习评价是一种过程评价和持续性评价, 评价的目的不仅是对学生学习效果的测量, 更是对学生学习的促进。教学评一体中的评价需要及时、有效的评价反馈, 需要及时了解学生的学习情况, 了解学习的优点和不足, 通过教师进行有效的点拨和点评, 及时调整学习方法, 提高学习效果。如在完成分式方程的作业、练习、测试之后, 教师不应只是给出分数, 而要针对学生解题的过程和方法进行细致的点评, 分析学生的错误的原因, 指出学生错误的地方和改正的途径, 激发学生不断提高。

建构主义强调学习者的主动建构, 这与“教学评一体化”中以学生为中心, 促进学生知识、技能、素养整体建构的理念高度契合[11]。在“教学评一体化”中, 教学目标的设定需依据学生原有知识经验, 教学活动注重引导学生在情境中主动探索, 评价强调过程性与持续性, 以促进学生学习, 这些都体现了建构主义的核心思想。此外, 认知负荷理论关注学习者在学习过程中的认知资源分配。在“教学评一体化”中, 合理设计教学内容和活动, 避免学生认知负荷过重或过轻, 有助于提高学习效果。而多元智能理论认为每个人都具有多种智能[12]。“教学评一体化”可依据该理论, 采用多样化的教学活动和评价方式, 满足不同学生的学习需求和智能特点。

3. 分式方程教学评一体化设计框架

3.1. 教学内容解构

分式方程作为初中数学代数领域的重要模块, 其知识体系具有典型的递进性与关联性特征。教学内容解构需遵循数学认知发展规律, 将知识要素、思维要素与价值要素进行系统性整合。从知识结构维度看, 分式方程教学需建立整式方程与分式方程的纵向联系, 明确分式方程作为代数模型在解决实际问题中的特殊价值。具体而言, 教学内容应包含三个核心层次: 第一层为概念认知层, 重点解析分式方程的形式特征、解的存在性条件及其与整式方程的本质区别; 第二层为方法建构层, 围绕去分母、检验增根等关键步骤构建标准化解题流程, 同时渗透方程变形的数学思想方法; 第三层为应用拓展层, 通过工程进度、浓度配比等真实问题情境, 培养学生运用分式方程建模的能力。

在内容组织逻辑上, 需突破传统教材章节的线性编排, 构建“问题驱动 - 概念生成 - 方法探究 - 应用迁移”的螺旋式结构。例如, 以“工程问题”作为认知锚点, 通过“甲队单独完成需 x 天, 乙队单独完成需 $x+3$ 天, 两队合作2天后由乙队单独完成剩余工程”这类典型问题, 自然引出分式方程模型。在此过程中, 需特别关注分式方程与分式运算、不等式解法等前置知识的衔接点, 通过变式训练强化学生对知识网络的联结。同时, 针对分式方程解的检验这一教学难点, 应设计专项认知支架, 如通过数形结合思想, 借助函数图像分析解的存在性, 帮助学生突破思维定式。

3.2. 三维目标统整设计

在目标设置上, 改变“三维”目标的分立状态, 形成“知 - 术 - 情”一体化结合的目标架构。在“知”方面要清晰合理、可行, 体现逐级、可操作特点: 水平一目标是从分式方程的结构特征、解法步骤等; 水平二目标是重点考查学生在各类数学信息中筛选有用的数学信息, 并选用合适的方法解决分式方程问题(如在分式方程的参数设置方面、变式练习方面); 水平三目标是要构建起学生运用数学知识进行数学建模的思维方式, 主要考查学生能运用分式方程解决生活中的一些实际问题。如通过解决“行程问题”来促进学生根据所给的等量关系构建分式方程解决相关的问题, 思考如何判断问题中所给的文字信息是否合理, 怎样提取信息, 抓住其中的等量关系, 运用方程思想列出分式方程等。

过程与方法目标的达成需要从头到尾贯彻于整个教学活动中, 在问题解决的教学过程中设计“观察 - 猜想 - 验证 - 推广”的过程, 例如通过观察比较整式方程与分式方程解法上的联系与区别, 总结出“去分母”处理的本质即解分式方程的“方法”, 强调数学思想方法的显性教学, 如转化思想、方程思想等的渗透, 例如, 在列分式方程解应用题的过程中, 要专门设计一道“模型识别”的题目, 培养在繁杂的问题情境中提取信息, 建立等量关系的能力。

价值观目标、态度情感目标要融合在数学知识学习中。利用数学资料的渗透, 例如介绍中国古代数学著作《九章算术》方程思想, 提升文化自信; 在问题解决的活动中利用合作汇报等形式, 提升合作的意识与自信; 在分式方程解的检验中强调科学、严谨的科学态度, 通过典型错例让学生明晰“数学需要检验”的学术态度。

3.3. 评价任务开发策略

评价任务设计需建立“逆向设计”思维, 从预期学习结果出发构建评价证据链。首先, 基于教学目标开发对应性评价工具, 如针对概念理解目标设计“分式方程特征辨析”选择题组, 针对方法掌握目标开发“解法步骤排序”操作题, 针对应用能力目标编制“实际问题建模”开放题。评价方式应实现多元化组合, 将纸笔测试、口头报告、实践操作等评价手段有机整合。例如, 在“分式方程应用”单元, 可设计

“数学小论文”任务, 要求学生自主选择生活场景构建分式方程模型并撰写解题报告。

过程性评价需嵌入教学全流程, 构建“课堂观察-作业分析-阶段检测”三维监测体系。课堂观察重点关注学生参与问题解决的思维轨迹, 通过设计“解题路径记录单”, 要求学生用不同颜色标注尝试性思路与修正过程; 作业分析采用“典型错例追踪”策略, 对增根漏检、运算错误等典型问题进行归因分析, 建立学生个性化错题档案; 阶段检测则通过“变式题组”考查知识迁移能力, 如将基础题中的工程问题改编为浓度问题、利润问题等。

评价反馈机制需体现发展性特征, 建立“教师-学生-同伴”多元反馈通道。教师反馈应突破简单的对错判断, 采用“SOLO 分类理论”对学生的解题水平进行层次划分, 如前结构水平(无关联回答)、单点结构水平(单一解题步骤)、多点结构水平(完整解题流程)、关联结构水平(方法迁移应用)。同时, 引入学生自评与互评机制, 通过设计“解题反思卡”, 引导学生从“是否理解题意”“解题策略是否合理”“是否存在更优解法”等维度进行元认知监控。针对评价结果, 建立“弹性补偿”机制, 对未达标学生提供“二次解题机会”与“个性化辅导方案”, 确保评价的诊断与改进功能真正落实。

4. 教学评一体化的课堂实践

为确保教学评一体化课堂实践研究结果的可信度与推广性, 本研究选取了具有代表性的研究样本。研究样本规模为来自黄冈市 3 所不同中学的初二年级共 6 个班级, 总计约 300 名学生。学校类型涵盖城市公立学校、城乡结合部学校以及农村学校, 以保证样本具有广泛的地域和教育资源代表性。样本选取方式采用分层随机抽样。依据学校所处地域、教学资源以及学生整体水平等因素进行分层, 然后在各层中随机抽取班级作为研究对象。参与研究的学生在年龄、认知水平和知识基础上具有一定的同质性, 均处于初步接触分式方程知识的阶段, 但在学习能力、学习习惯和数学素养方面存在一定差异。这种差异使得研究结果更具普遍性, 能够反映不同层次学生在教学评一体化模式下的学习效果, 为教学实践提供更全面、更有针对性的参考依据, 从而增强了研究结果在不同教学环境中的推广性。

4.1. 课前准备阶段

课堂化实施阶段为精准的课前指导, 包括“目标+活动+评价”一体设计。精准的前置设计环节是以学情分析为基础进行知识点分析, 搭建知识、方法、价值观三维目标的知识层级和具体分值, 并运用 SPSS 软件对前测问卷数据分析, 从中判断学生前置学习中的整式方程变形和化简、分式运算、分式的运算等“前置”学习出现的困难, 并依据前置的困难分层预习单。在资源准备环节, 需要通过信息化工具(如 GeoGebra 制作分式方程解的动画演示资源)和线下学习资源(包括分式方程概念辨析类题目、分式方程解法迁移类题目、分式方程情境应用类题目)的构建, 前置任务及评价设计的原则是前置性评价, 如以结构化的前置任务中附带认知负担自我评价的方式设计前置任务, 再让学生回答: “你知道分式方程学习可能出现的困难是什么?”, 捕捉学生真正的问题, 为教学过程中面临的教學问题提供有效证据。

4.2. 课堂教学实施

教、学中教师应建立“创设情境, 提出问题-开展探究, 解决问题-多元评价, 反思归纳-反馈提升”的课堂教学环动结构。其中情境问题是: “城市排水系统改造工程”实际应用问题: 假定某区要安排工程, 这个工程分为 A、B 两部分, 由甲队只单独完成 A 区所需时间是 x 天, 乙队只单独完成 B 区工程所需时间是 $(x-5)$ 天, 现甲、乙两队合作共用 3 天后剩下的工程由乙单独完成, 请分析解决问题: 设 A、B 两区管道需要的时间数 x , 那么建立方程模型来解决此实际问题。对于该设计, 在实际教学中教师先用智慧教室技术获取学生所建立的方程, 后使用 Nvivo 文本分析工具对学生方程进行编码, 可以得到其中

32%的学生列出的是关于整式方程的方程, 这时教师便可根据反馈信息进行即时调整, 设计活动如下, 即设计开展“比一比, 用整式方程法和用分式方程法列方程, 你发现了什么问题?”(目的是学习分式方程解法之前, 培养学生尝试用整式法解方程题的习惯, 进行不同解法方法对比)。

建构阶段的“脚手架递进式”任务设计分式方程解法的去分母、解整式方程和检验增根三个分解任务。在“去分母”解题教学环节, 教师向小组的学生分发代数式磁贴, 让学生小组合作进行拼接, 用代数式拼成相应的分式方程, 变成整式方程, 用具体的“脚手架”方式动态呈现出去分母的数学变化过程。然后, 加入过程性评价, 在结构化的课堂观察量表中, 教师根据“是否能辨认出最简公分母”“学生是否把握到解题依据”两个项目, 对学生拼接过程的实证性记录。在增根检验这一难点, 设计“数学实验室”教学探究: 学生以小组的方式, 在电脑上使用 Desmos 图形计算器, 分别将自变量 x 的取值表示的函数图像对应出自变量 x 取值满足的分式函数解析式, 从代数图像中的定义域范围以及方程的解的关系中, 推导出增根发生的代数数学原理, 最后教师借助平台进行全班典型的探究过程“实时投屏”并在全班展开可视化论证。

动态过程评价嵌入式应用。动态过程性评价包括课堂即时交互评价, 解决知识维度的问题。利用课堂上反馈终端对学生成绩进行抢答形式的比拼, 并自动统计学生错题分布图, 由老师对出错率超过 40% 的题目采取“微格化”再讲; 在方法维度方面, 设置“解题轨迹的码色本”, 采用多颜色码出做题的尝试和调整过程, 再由教师挑选有代表性的单个进行思维的图形化; 在情感维度, 通过学习日志记录小组成员对小组的合作贡献。教师特别引用 SOLO 分类来对学生产生的当堂练习进行过程分析, 对解题策略的层次划分了前结构、单点结构、多点结构及关联结构 4 个等级, 对解题处于前结构的学生, 以“分式方程解法步骤卡纸”进行支架教学。

总结提升环节注重数学思维的外显化与迁移能力培养。教师通过思维导图构建分式方程知识网络, 特别强调“转化思想”在代数领域的普适性, 举例说明其在二次方程、无理方程中的延伸应用。布置分层任务时, 基础层学生需完成教材配套习题, 发展层学生尝试改编教材例题中的问题情境, 高阶层学生则需解决“浓度混合问题”这类非常规应用题。此时嵌入元认知评价, 学生填写“解题反思卡”, 从“是否理解题意”“策略选择是否合理”“是否存在更优解法”三个维度进行自我诊断, 教师据此制定个性化课后辅导方案。

4.3. 课后拓展延伸

课后环节构建“补偿性 - 发展性 - 创造性”三级拓展体系。再比如用教师设计制作的有关分式方程知识思维网络图重点强调“转化思想”在代数学科中的普遍性, 举出了“转化思想”在二次方程、无理方程中的运用。例如, 对于在解方程时漏检增根的学生, 布置“比较分式方程与对应整式方程解集关系”的对比分析任务, 要求通过具体案例说明检验的必要性。

发展性学习采用“主题式项目研究”模式, 学生以小组为单位选择“分式方程在经济学中的应用”等跨学科主题, 经历“文献研读 - 模型构建 - 论文撰写 - 答辩展示”完整研究流程。教师提供“学术规范指南”, 指导学生使用 CNKI 数据库检索相关文献, 运用 Matlab 软件进行数据模拟, 最终形成结构化研究报告。此过程中嵌入档案袋评价, 记录学生从选题论证到成果完善的全过程表现。

创造性学习通过“数学创意设计大赛”激发高阶思维, 要求学生自主设计包含分式方程元素的数学文化产品。优秀作品如“分式方程解密卡”(将解法步骤设计为密室逃脱线索)、“数学微电影”(演绎分式方程发展史)等, 在校园数学文化节展出。评价采用“双主体 + 多维度”模式, 教师从数学严谨性、创意新颖性、技术实现度三个维度评分, 学生则通过互评量表从“作品启发性”“表达清晰度”等角度提出建议, 最终成绩由 40% 教师评分、40% 学生互评、20% 网络投票构成。

课后评价反馈形成“诊断-改进-追踪”的闭环系统。教师利用极课大数据平台生成班级共性错题报告,在后续教学中设计“错题重生”专题课,将典型错误转化为探究资源。例如,针对学生普遍存在的“解分式方程忽略定义域”问题,设计“方程解的合法性辩论赛”,通过正反方论证深化对数学严谨性的理解。同时建立“学习进步档案”,采用动态曲线图可视化呈现学生阶段性发展轨迹,为个性化教学提供持续依据。

5. 结语

本研究以分式方程教学为载体,系统构建了中学数学“教学评一体化”的实施范式。通过解构知识体系、统整三维目标、开发嵌入式评价任务,形成了“情境驱动-探究建构-多元反馈”的动态教学闭环。实践表明,教学评一体化能有效破解传统课堂中教、学、评割裂的痼疾,在分式方程教学中,通过逆向设计思维将评价证据链前置,结合 SOLO 分类理论实现过程性评价的质性突破,显著提升了学生的数学建模能力与思维品质。研究创新构建的“三维联动”评价机制与“弹性补偿”反馈系统,为代数模块教学提供了可迁移的操作框架。

参考文献

- [1] 段有新. 初中数学实验教学评一体化实践与思考[J]. 教育与装备研究, 2024, 40(7): 39-44.
- [2] 李武装, 司乐凡. 数学“教学评一体化”教学模式分析——以分式方程为例[J]. 安阳师范学院学报, 2024, 26(5): 154-156.
- [3] 柏素霞, 李树臣. 数学“教学评一体化”中的几个问题[J]. 中学数学杂志, 2024(10): 10-14.
- [4] 诸应星. 教学评一体化视域下初中数学教学研究[D]: [硕士学位论文]. 合肥: 合肥师范学院, 2023.
- [5] 李双双, 刘明. 高中数学概念课“教学评一体化”的实施路径探索[J]. 数学通讯, 2024(4): 1-5.
- [6] 沈臻, 王强. 基于“教学评一体化”的数学整体思维的培养——以 2023 年新高考 II 卷第 21 题为例[J]. 中学数学月刊, 2024(2): 56-59.
- [7] 翟汝信. 初中数学教学评一体化有效实施路径研究[J]. 互动软件, 2023(6): 1485-1486.
- [8] 张洋. “教学评一体化”指导下的小学数学思维培养[J]. 读写算, 2024(25): 74-76.
- [9] 何灵珍. 初中数学教学评一体化研究[J]. 课堂内外(高中版), 2024(49): 22-24.
- [10] 李志鹏. 核心素养背景下初中数学教学评一体化课堂教学策略[J]. 课堂内外(高中版), 2023(22): 68-70.
- [11] 李志鹏. 核心素养背景下初中数学教学评一体化课堂教学策略[J]. 课堂内外(初中教研), 2023(6): 68-70.
- [12] 王建华, 朱凯. 基于数字技术的数学教学评一体化探索[J]. 中小学数字化教学, 2024(6): 55-59.