

数学直观想象核心素养在初中数学教学中的应用研究

莫凡琼, 莫宏敏

吉首大学数学与统计学院, 湖南 吉首

收稿日期: 2025年6月15日; 录用日期: 2025年7月15日; 发布日期: 2025年7月23日

摘要

《义务教育数学课程标准(2022年版)》对初中数学教学提出了更标准的要求, 强调落实素质教育理念, 改革学生学习方式, 对课程改革提供了方向。初中数学教学不仅要实现素质教育背景下的全新教学目标, 同时也要兼顾培养每一位学生的数学核心素养。数学直观想象作为数学学科核心素养之一, 对学生数学能力的提升至关重要。故本文从实物直观、几何直观、模像直观以及言语直观的角度出发, 通过列举部分案例探讨直观教学法在初中数学课程中的运用。随着GeoGebra等教学软件的发展, 数学直观性教学的优势逐渐突显, 不但有利于学生将形象思维发展至抽象思维, 而且可为学生构建多元化思维空间从而提高思维能力。基于此, 数学直观教学应获得足够重视与广泛应用。

关键词

中学数学, 课程改革, 数学直观的培养, 数学核心素养

Research on the Application of Mathematical Intuitive Imagination Core Literacy in Junior High School Mathematics Teaching

Fanqiong Mo, Hongmin Mo

School of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou Hunan

Received: Jun. 15th, 2025; accepted: Jul. 15th, 2025; published: Jul. 23rd, 2025

Abstract

The Compulsory Education Mathematics Curriculum Standards (2022 Edition) puts forward more

standard requirements for junior high school mathematics teaching, emphasizes the implementation of the concept of quality education, reforms students' learning methods, and provides a direction for curriculum reform. The teaching of mathematics in junior high school should not only achieve the new teaching goal in the context of quality education, but also take into account the cultivation of the core literacy of mathematics of each student. As one of the core literacies of mathematics, intuitive imagination is very important for the improvement of students' mathematical ability. Therefore, from the perspectives of physical intuition, geometric intuition, image intuition and verbal intuition, this paper discusses the application of intuitive teaching method in junior high school mathematics curriculum by citing some cases. With the development of teaching software such as GeoGebra, the advantages of intuitive teaching of mathematics have gradually become prominent, which is not only conducive to the development of students' visual thinking to abstract thinking, but also can build a diversified thinking space for students to improve their thinking ability. Based on this, the intuitive teaching of mathematics should be paid enough attention and widely used.

Keywords

Secondary Mathematics, Curriculum Reform, Cultivation of Mathematical Intuitiveness, Core Literacy in Mathematics

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 直观想象核心素养概述

直观想象作为数学学科核心素养之一, 在数学解题教学中具有举足轻重的地位。直观想象能力不仅有助于学生理解和掌握数学概念, 更能培养学生的数学思维, 提高学生的问题解决能力。直观想象核心素养的培养, 需要教师在教学过程中有意识地引导学生利用多感官参与到数学活动中, 通过实际操作、观察、猜想、验证等环节, 加深对数学知识的理解和运用[1]。同时, 教师还应重视情境创设, 为学生提供丰富的数学实践机会, 让学生在具体情境中感知数学, 进而提升数学素养。

2. 教学中的几种数学直观及其应用

2.1. 实物直观及其应用

实物直观是以即将要学习的实际的事物本身直接作为直观对象而进行的直观活动, 其中不仅包括收集标本、实物直观、野外考察, 也包括参观、实验等活动。

例如, 在自然界和生活中的某些物体、现象等等。这些物体往往是学生在日常生活中所熟悉的, 比起抽象的数学概念、定理, 其更加的生动、更有特色, 更真实。我们常说, 数学来源于生活, 是对生活问题地高度抽象和概括的结果, 而实物与数学的结合点也正在于此[2]。因此, 教师要注意适当利用现实生活中的具体事物, 切实利用实物以达到直观教学的目的。与此同时, 教师在备课过程中也要注重对现实生活中事物的数学本质的挖掘, 并寻找两者之间的结合点, 以达到直观教学的目的。

例 1. 见图 1, 某工厂要加工一批糖果罐, 设计师给出了糖果罐的实物模型, 糖果罐为一个高为 50 mm, 边长也为 50 mm 的正六棱柱, 请画出该糖果罐的三视图, 并求出制作一个糖果罐所需要的钢板的面积(单位: mm)。

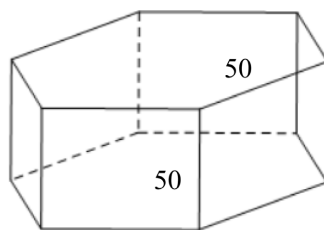


Figure 1. Candy jar physical model

图 1. 糖果罐实物模型

解 解决本题的思路是, 首先根据糖果罐形状的三视图, 再进一步画出展开图, 从而去计算面积。由糖果罐的实物模型, 可知三视图如图 2 所示:

糖果罐的高为 50 mm, 底面正六边形的直径为 100 mm, 边长为 50 mm, 图 3 是它的展开图。

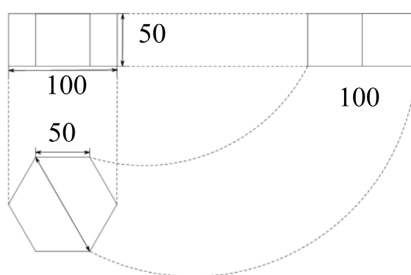


Figure 2. Three views of candy jar model

图 2. 糖果罐模型的三视图

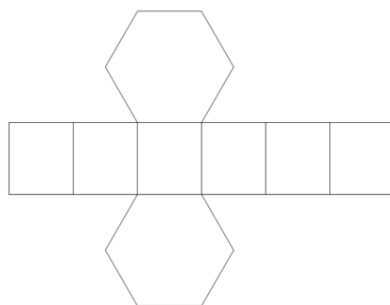


Figure 3. Unfolding diagram of candy jar model

图 3. 糖果罐模型的展开图

通过图 3 便可以直观计算出, 制作一个糖果罐所需钢板的面积为

$$\begin{aligned} & 6 \times 50 \times 50 + 2 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 50 \times 50 \sin 60^\circ = 6 \times 50^2 + 6 \times 50^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ & = 6 \times 50^2 \times \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ & \approx 27990 \text{ (mm}^2\text{)}. \end{aligned}$$

总结: 对于某些立体图形可以从实物直观的角度出发, 看作沿着其中某些线剪开, 这样就可以将三维立体图形展开成一个二维平面图形——展开图, 来帮助学生计算。在实际的应用中, 特别是面对较为困难的题目时, 我们可以将三视图和展开图结合在一起进行综合运用, 这样可以更加灵活地解决问题。

2.2. 几何直观及其应用

几何直观主要是指利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问题简单化、形象化, 有助于探索解决问题的思路并预测结果。几何直观有助于学生直观地理解数学, 在整个数学学习过程中都发挥着重要作用[3]。

几何直观在图形与几何这一章中的应用非常广泛, 但又不止应用于图形与几何这一章, 几何直观贯穿于整个数学学习的过程, 在整个数学学习的过程中, 几何直观都发挥着自己独有的作用, 而教师应该创造一个合适的情景, 引导学生在数学符号和直观图形之间相互转换, 以达到锻炼学生的几何直观能力目的。

例 2 多项式与多项式相乘的公式为 $(a+b)(p+q) = ap+aq+bp+bq$, 那么利用几何直观我们是否可以更加形象快速的得出证明过程?

见图 4, 为了扩大城市中央花园的绿植面积, 把一块原长 a m、宽 p m 的长方形草地, 加长了 b m, 加宽了 q m。你能用几种方法求出扩大后的草地面积?

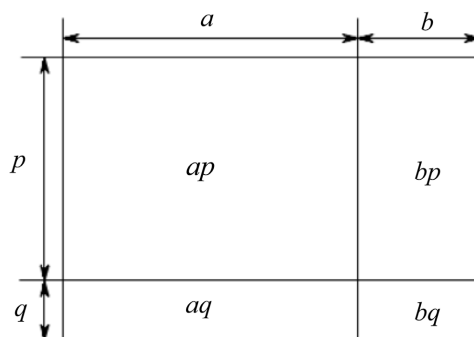


Figure 4. Grassland model schematic diagram

图 4. 草地模型示意图

解 扩大后的草地可以看成长为 $(a+b)$ m, 宽为 $(p+q)$ m 的长方形, 所以这块草地的面积(单位: m^2)为

$$(a+b)(p+q).$$

扩大后的草地还可以看成由四个小长方形组成, 所以这块草地的面积(单位: m^2)为

$$ap+aq+bp+bq,$$

所以

$$(a+b)(p+q) = ap+aq+bp+bq.$$

由此我们就证明了多项式与多项式相乘的方法。

若要计算 $(a+b)(p+q)$, 也可以先把其中的一个多项式, 如 $p+q$ 看成一个整体, 运用单项式与多项式相乘的法则, 得

$$(a+b)(p+q) = a(p+q) + b(p+q),$$

再利用单项式与多项式相乘的法则, 得

$$a(p+q) + b(p+q) = ap+aq+bp+bq.$$

总体上看, $(a+b)(p+q)$ 的结果可以看作由 $a+b$ 的每一项乘 $p+q$ 的每项, 再把所得的积相加而得到

的, 即

$$(a+b)(p+q)=ap+aq+bp+bq.$$

总结: 根据题意将实际问题抽象成几何图形, 从而学生可以更加直观地发现数学的本质并能够从多种角度对多项式与多项式相乘的公式进行证明, 这样的直观图形为学生理解多项式相乘提供了极佳的直观支撑。

2.3. 模像直观及其应用

模像直观也叫做教具直观。是指通过对实际事物的模拟性形象的感知提供感性材料的直观方式。如观看图片、图表、模型、幻灯、录像、电影等。

在数学课程中, 由于数学概念的产生具有一定的理想性, 所以学生直接通过对现实世界现象的观察并不能完整地抽象出所对应的数学概念和关系, 于是就产生了模像这一直观教具。实物直观相互补充, 可以将事物在抽象概括和具体形象之间转化, 从而将传统教学中难以呈现的对象在学生面前呈现出来。

例 3 观察图 5 的三幅图片, 请写出这三幅图片所具有的共同特点。



Figure 5. Axisymmetric figure
图 5. 轴对称图形

解

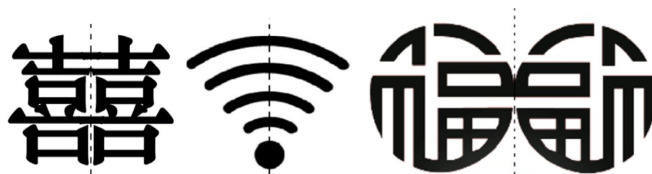


Figure 6. Intuitive schematic diagram of the model image of axisymmetric graphics
图 6. 轴对称图形的模像直观示意图

将图 5 的每一对图形都沿着虚线折叠, 我们能观察到左边的图形能够和右边的图形完全重合, 见图 6; 以上具有这样特点的图形就被称为轴对称图形, 并且图中的虚线就为图形的对称轴。

总结: 生活中无处不存在着对称现象, 从实际日常到艺术写作, 人们都可以找到对称的例子, 这就是学习轴对称图形的极佳的模像直观。这意味着学生能够从生活经验和常规思维向着理性思维逐渐过渡, 将具体的关系转换成抽象科学的概念和原理。

2.4. 言语直观及其应用

言语直观是指教师能够利用简洁、生动、形象的数学语言阐明复杂的数学问题、数学知识, 使学生能够准确地把握要义, 达到深入、透彻理解知识的目的。需要说明的是, 这里的数学语言主要指文字语言。

数学课堂上, 言语直观的运用既要与课程内容相适应, 也要考虑到学生的思维方式和认知特点。例如, 学生更容易接受动态的、富有趣味的、易于记住的语言表述, 然而大部分数学课上的所学知识都比较枯燥, 这就需要教师的语言要诙谐幽默, 能采用形象化的语言来表达知识进行教学, 也可以引用一些

和本堂课有关的小故事, 以达到吸引学生的目的。

例 4 解下列一元一次不等式组

$$(1) \begin{cases} 6x-5 \leq 3x-2, \\ \frac{2x+1}{3} < \frac{x-1}{2}; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 2x+5 < 3(x+2), \\ \frac{x+1}{4} > \frac{x}{5}; \end{cases}$$

解 (1) 由原式可得

$$\begin{cases} 6x-3x \leq -2+5, \\ 6 \times \frac{2x+1}{3} < 6 \times \frac{x-1}{2}, \end{cases}$$

所以

$$\begin{cases} x \leq 1, \\ x < 5, \end{cases}$$

即

$$x \leq 1.$$

(2) 由原式可得

$$\begin{cases} 2x+5 < 3x+6, \\ 20 \times \frac{x+1}{4} > 20 \times \frac{x}{5}, \end{cases}$$

所以

$$\begin{cases} x > -1, \\ x > -5, \end{cases}$$

即

$$x > -1.$$

总结: 对于学生来说两个不等式的答案进行合并的过程, 抽象性和概括性较强, 一般会使用“做数轴”的方法来解决, 但其实教师可以对该过程进行一系列创新的解释, 将一些复杂或难以记忆的规律, 总结概括为朗朗上口的口诀, 如: “幼儿园小鬼当家(同小相对取较小)。敬老院以老为荣(同大就要取较大)。军营里没老没少(大小小大就是它)。大大小小哪有哇(大大小小解集空)”。通过幽默、生动的语言表述, 既可以使学生快乐学习, 又能够为其创造想象的空间, 为数学插上想象的翅膀, 从而达到直观教学的目的。

3. 学生直观思想的培养方法

教育专家认为, 在后天的学习中也可以不断地培养数学直观思维, 所以在初中数学的教学过程中, 理应更加注重学生思维能力的全面形成, 以不断提高学生的直观思维能力, 提升学生的数学素质。

3.1. 培养学生丰富其知识储备

直观思维活动并不是一个随机的活动, 学生需要具备一定的知识储备。如果学生连基础知识都无法掌握, 就无法进一步发展他们的直观思维能力, 也很难在数学学习和数学素养的培养上有所突破。

3.2. 鼓励学生进行创造性猜想

在教学过程中应该注重教学的技巧。在讲授新的定义或者结论之前, 不是先揭示答案, 而是让学生

根据自己或小组的观察、类比和联想, 做出富有创造性的、有根据的猜想, 然后再验算和证实他们的猜想结果。这样的过程对培养学生的直观思维是一种十分必要的手段, 应该在当前的初中数学教学中广泛提倡。同时, 教师应将课堂的主动权更大限度地让给学生, 让学生成为学习的主人, 课堂的主体。鼓励学生在课堂上做出大胆的猜想, 并充分重视并且肯定这些猜想中的合理部分, 以提高学生学习的积极性, 也能提高学生进行直观思维的领悟能力。

3.3. 选择适当题目类型培养数学直观思维

比如在日常教学的过程中或是习题课上, 教师可以通过对于选择题的讲解来考察和培养学生的直觉思维。由于选择题的答案有四个选项可以选择, 省略了具体的解题过程, 有利于学生进行合理的猜想, 更好地发展其直观思考能力。

3.4. 运用教材资源, 合理创设教学情境

首先, 要求教师能够灵活运用教材, 合理运用一切可调动的教材资源如 GGB 等去创设合理的教学情境, 并且该教学情境要有一定的吸引力, 能够将学生的注意力集中在情境当中, 但必须注意的是该情境要是有效的教学情境, 这对教师的教材熟练程度要求很高; 其次, 有一个良好的教学情境之后, 教师也要在情境当中适当引导学生积极思考、大胆想象, 运用数学直观来解决问题, 锻炼学生的思维能力; 最后, 教师要对学生的思考过程与结果进行总结以及肯定, 达到有效锻炼学生数学直观的效果。

3.5. 鼓励学生开展实践操作

纸上谈来终觉浅, 绝知此事要躬行。要想学生的数学直观能力能够得到提升, 就必须付出实践。在课堂中, 教师可以通过分配小组进行小组共同讨论, 让学生主动进行猜想讨论, 让每一个同学能够充分发挥自己的想象能力, 大胆提出自己猜想, 充分发挥数学直观的作用, 进而通过同学相互之间的思维碰撞, 得出正确答案, 教师再运用好数学直观的教学方法, 及时对学生的思想想象力给予反馈, 给学生一定的成就感, 让学生对于数学直观能够达到灵活运用的状态, 在这个过程中, 教师要注意引导学生的思维, 当同学的想象力超出了这节课的内容, 教师要及时给予改正。教师还可以给学生创造一个能够灵活运用数学直观的良好环境, 让学生能够在这个环境当中自由地发挥自己所掌握的数学直观, 使学生能够进行自我提升, 而在这个过程中, 教师要注意引导学生进行自我总结。

4. 结束语

在初中数学中进行有效地直观性教学, 能够帮助学生发展他们的形象思维能力, 无论是在接下来的学习中还是在实际生活应用中, 都会给予学生很大的帮助。教师只是课堂的引导者, 而学生才是课堂的主体, 所以教师应该鼓励他们进行大胆的猜想, 让学生能够用理性的眼光来看待世界, 运用辩证的思维来理解世界, 从而达到学生能够灵活运用数学直观的目的。

参考文献

- [1] 徐德同, 钱云祥. 基于质量监测的初中学生直观想象发展状况的调查研究[J]. 数学教育学报, 2017, 26(1): 22-24.
- [2] 卢静. 巧借几何直观提升思维能力——新课标视域下几何直观素养培育的教学实践与思考[J]. 天津教育, 2024(20): 34-37.
- [3] 祖绮薇. 几何直观在初中数学教科书中的呈现研究——以“苏科版”和“人教版”为例[D]: [硕士学位论文]. 苏州: 苏州科技大学, 2022.