Advances in Education 教育进展, 2025, 15(8), 72-78
Published Online August 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2025.1581405

基于促进运算一致性理解与推理意识发展的小学除法四阶段建模教学研究

杨佳宁[1]，裴文静[2]

[1]北京市丰台区第五小学，北京
[2]北京市第十八中学实验学校，北京

收稿日期：2025年6月28日；录用日期：2025年7月26日；发布日期：2025年8月1日

摘　要

《义务教育数学课程标准(2022年版)》强调推理意识是小学数学核心素养的关键要素。本文以人教版二年级下册《除法的初步认识》一课教学为例，探讨如何通过创设真实情境、引导学生经历“情境具象化→操作表征化→关联结构化→模型抽象化”的完整过程，沟通四则运算的内在联系，感悟运算一致性，从而有效发展学生的推理意识。实践表明，该路径有助于学生理解除法的本质，建立数学知识的整体认知框架，实现从经验感悟向逻辑推理的过渡。

关键词

推理意识，运算一致性，小学数学教学，除法建模

Four-Stage Modeling Teaching Research on Primary School Division to Promote Understanding of Operational Consistency and Development of Reasoning Awareness

Jianing Yang[1], Wenjing Pei[2]

[1]Beijing Fengtai District No.5 Primary School, Beijing
[2]Experimental School Affiliated to Beijing No.18 Middle School, Beijing

Received: Jun. 28th, 2025; accepted: Jul. 26th, 2025; published: Aug. 1st, 2025

Abstract

The Compulsory Education Mathematics Curriculum Standards **(2022 Edition) emphasize reasoning**

文章引用: 杨佳宁, 裴文静. 基于促进运算一致性理解与推理意识发展的小学除法四阶段建模教学研究[J]. 教育进展, 2025, 15(8): 72-78. DOI: 10.12677/ae.2025.1581405

awareness as a key element of core literacy in primary school mathematics. Taking the lesson "*Preliminary Understanding of Division*" from the second-grade textbook (PEP edition) as an example, this study explores how to guide students through a complete process of "contextual concretization → operational representation → relational structuring → model abstraction" by creating authentic contexts, thereby connecting the internal relationships of the four arithmetic operations and fostering operational consistency to effectively develop students' reasoning awareness. Practice shows that this approach helps students understand the essence of division, construct a holistic cognitive framework of mathematical knowledge, and transition from experiential perception to logical reasoning.

Keywords

Reasoning Awareness, Operational Consistency, Primary School Mathematics Teaching, Division Modeling

1. 引言

1.1. 运算一致性与推理意识的内涵与价值

《义务教育数学课程标准(2022 年版)》[1]明确指出，小学数学课程应以核心素养为导向，强调通过真实问题情境，引导学生经历数学化过程，逐步发展数感、运算能力与推理意识等关键能力。在当前小学数学教学中，运算一致性、推理意识、数学建模的有效结合，对于学生数学能力的发展具有重要意义。运算一致性指的是学生能够理解并运用四则运算之间的内在联系和规律。推理意识被定义为“对逻辑推理过程及其意义的初步感悟”，是数学学习中关键的认知能力，能够帮助学生理解数学概念的内在逻辑和推理过程，有效地支持学生在数学学习中进行归纳、类比和模型构建。结合皮亚杰的认知发展理论和维果茨基的社会文化理论，运算一致性和推理意识不仅是学生掌握数学知识的基础，还对其后续数学学习的深化与扩展有着重要影响。

1.2. 研究问题与目标

在数学知识螺旋式编排中，“除法”作为四则运算体系的重要一环，承接“加法”、“减法”与“乘法”，开启学生对“平均分”“倍数关系”“逆运算”等概念的初步建构。掌握除法建模过程，能够有效促使学生在已有经验基础上对运算关系进行类比、归纳与迁移，感受四则运算之间的内在统一性，发展数学推理能力与抽象表达能力。然而，在实际教学中，教师面临诸多挑战。例如，学生往往将四则运算视为孤立的操作，缺乏对它们之间内在关系的深入理解；此外，推理意识的培养仍未得到足够重视，学生的思维往往局限于具体的算式计算，缺乏抽象的逻辑推理能力[2]。

依据皮亚杰认知发展理论，二年级学生处于具体运算阶段[3]。教学中需通过实物操作建立直观经验，逐步引导符号抽象，避免思维断层。除法建模过程恰为连接具象经验与抽象推理的有效载体。因此，如何通过教学策略有效地提高学生对运算一致性理解，进一步培养其推理意识，成为当前小学数学教学中亟待解决的问题。本研究旨在以任务驱动和操作表达为载体，通过“四阶段建模教学法”探索教学策略对学生运算一致性理解与推理意识发展的影响。

2. 研究方法

2.1. 研究对象与实验设计

本研究采用前后测实验设计的方式，以小学二年级的一个班级学生为研究对象，样本量共计 30 名学生。在除法学习之前，学生们均已学习了加法、减法和乘法等基础内容，且具备一定的数学基础。通过前测确认学生在学习能力和推理意识上的一致性。

在实验前，所有学生进行一次前测，评估其在运算一致性理解和推理能力方面的基础水平。前测内容包括 50 道题目，分别测量学生的运算一致性和推理能力。前测的结果将作为对照基准，用于后续评估四阶段建模教学法的效果。在教学过程中，所有学生将接受四阶段建模教学法，该教学法包括：情境具象化、操作表征化、关联结构化和模型抽象化四个阶段，旨在通过教学活动提升学生的运算一致性和推理能力。教学活动持续一段时间，并围绕除法概念展开，确保学生能够在实际问题情境中运用所学知识。在教学干预结束后，学生将再次进行后测，前后测的题目虽然是相同类型的，但通过改变数字、背景情境或条件来让学生真正反映他们的学习进展，以便评估学生在运算一致性理解和推理能力上的进步。

通过前后测平均分的对比，探讨四阶段建模教学法对学生运算一致性理解和推理意识发展的影响。在整个研究过程中，研究对象的课堂表现、运算一致性理解、推理意识的变化将是主要观察和分析的结果。

2.2. 测试题目设计

运算一致性指的是学生能否理解并运用四则运算之间的内在联系。为了测量运算一致性，设计 50 道题目，包括以下两类题目：

运算关系题目：例如，让学生判断给定的加法、减法、乘法和除法算式之间的关系。例如："$12 \div 3 = 4$，$4 \times 3 = 12$，$12 + 3 = 15$，哪个算式符合加法与除法的关系？"

转化题目：将一个运算表达式转化为另一种形式。比如："已知 $10 \div 5 = 2$，转换为 $5 \times 2 = 10$"。

推理能力主要指学生能否理解并解决复杂的数学问题，能够根据给定的信息进行推理并得出合理的结论。为了测量推理能力，设计 50 道题目，包括以下两类题目：

逻辑推理题：例如："假设某个班级有 12 个学生，每个学生得到 3 支铅笔，问有多少支铅笔？"然后给出若干个假设条件，要求学生根据题目逻辑推理得出答案。

推理应用题：例如："小明和小红有 8 支铅笔，小明比小红多 3 支，问小明和小红各有几支铅笔？"学生需要通过推理解决实际问题。

在教学干预前后，对所有学生进行测试。测试的得分标准为：每题正确回答得 1 分，错误回答得 0 分。

2.3. 四阶段建模教学法设计

本研究构建了"情境具象化→操作表征化→关联结构化→模型抽象化"的递进路径，如图 1 所示。四阶段建模教学法引导学生从生活经验出发，逐步抽象除法模型，实现推理意识的阶梯式发展。在每个教学阶段中，通过任务驱动、操作建模、算式归纳和结构比较等策略，引导学生认识四则运算的内在联系，进一步促进学生对运算一致性的理解，从而有效地提升推理意识的发展。

2.3.1. 情景具象化：创设任务情境，引发思维冲突

在实际任务情景中，教师以"分发海苔"的场景为载体，提出任务驱动性问题[4]：如"12 片海苔，每人分配 3 片，可满足多少名学生的需求？"引导学生辨析问题隐含的"平均分"本质，为除法建模提

供现实意义支撑。

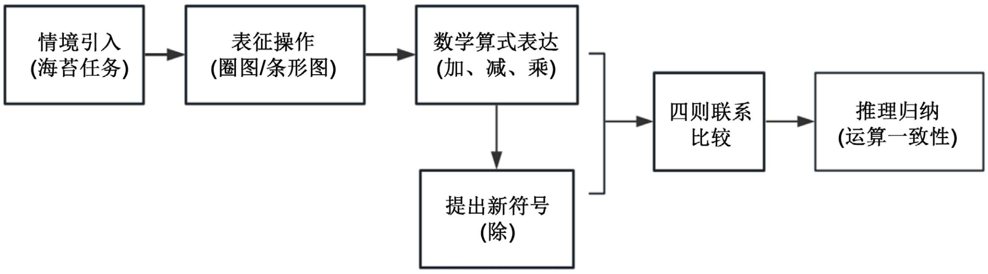

Figure 1. Teaching path diagram of the four-stage modeling method
图 1. 四阶段建模教学法的教学路径图

此类问题具备可操作性与数学性双重特点，有助于学生形成初步的“平均分→算式→解答”认知路径。围绕“平均分”的实际问题，引导学生在熟悉的生活经验中感受数学问题的来源[5]。通过具体的“每人 3 片，共 12 片”问题设置，激发学生对“怎么分”“能分几人”的探究欲望，形成以分物为中心的认知起点。

2.3.2. 操作表征化：操作表达建模过程，发展符号理解

教师进一步引导学生通过多种方式(圈图、连加、连减、乘法等)记录分配过程，通过表 1 可直观体现多角度表征同一数学本质的过程，形成学生对“12 里有几个 3”的建模体验。在此基础上，教师适时引入除法符号与语言表达，引导学生理解“12 ÷ 3 = 4”的意义与组成部分。

Table 1. Comparative analysis of the meaning of “equal distribution” in the four arithmetic operations
表 1. 四则运算中“平均分”含义的比较分析

运算类型	表示方式	所用符号	所表达的问题	算式示例
加法	重复相加	+	有几个相同数加起来是多少	3 + 3 + 3 + 3 = 12
乘法	简化加法	×	有几个 3 是 12	3 × 4 = 12
减法	重复减去	−	12 里能减几次 3	12 − 3 − 3 − 3 − 3 = 0
除法	平均分配	÷	12 中有几个 3	12 ÷ 3 = 4

2.3.3. 关联结构化：比较四则表达，沟通运算联系

在建模基础上，通过教师引导与学生总结，明确四则运算之间的结构互通与意义一致。特别强调四个方面：除法与乘法的互逆关系；加法与减法的对应特性；四则共同体现“12 中有几个 3”的数学本质。通过思维对照与语言迁移，帮助学生将具体操作转化为抽象推理，提升学生的逻辑表达能力。

2.3.4. 模型抽象化：迁移练习应用，巩固概念理解

在学生初步建构除法意义的基础上，进一步通过迁移类比的方式，强化对“除法表示平均分”这一数学模型的理解与应用。教师创设与前一任务结构相似的真实问题：如“16 根火腿肠，每 2 根分给 1 位同学，可以分给几人？”引导学生从数量关系出发，尝试用加法、减法、乘法等多种算式记录“平均分”的过程，并在比较中感受不同表达方式的特点。

学生通过建模操作发现，相较于重复减法或加法，除法表达更为简洁、清晰，能直接呈现“求几个几”的核心问题结构。这一过程不仅有助于提升学生对除法本质的理解，也加深了对除法作为“乘法的逆运算”的结构认知。

随后，教师设计针对性的辨析练习，如表 2 所示。教师引导学生判断给定问题是否适用于“8 ÷ 2 = 4”的除法模型。通过分析不同语境下的数量关系，学生学会区分“已知每份数量，求份数”与“已知份数，求总量”或“求剩余量”的运算模型。

Table 2. Analysis table of mathematical problem types
表 2. 数学问题类型辨析表

问题内容	运算类型	是否适用除法模型	理由说明
小明有 2 支铅笔，小红有 8 支铅笔，他们一共有多少支铅笔？	加法	✗	属于求“总量”的问题，不涉及平均分
桌上有 8 支铅笔，收起来 2 支，桌上还剩多少支铅笔？	减法	✗	属于求“剩余量”的问题
要买 8 支铅笔，一支铅笔 2 元，一共需要多少钱？	乘法	✗	属于“单价 × 数量”型的乘法问题
每盒铅笔有 8 支，买 2 盒铅笔一共有多少支？	乘法	✗	属于“单位 × 份数”型的乘法问题
壮壮把 8 支铅笔平均放在 2 个笔袋中，每个笔袋装几支铅笔？	除法(求每份)	✓	已知总量和份数，求每份数量
奖品有 8 支铅笔，每人能得到 2 支，这些奖品可以发给几名同学？	除法(求份数)	✓	已知总量和每份，求份数

学生通过对题干信息的提取与分析，逐步明确除法模型通常用于“已知总量与单位量，求份数”或“已知总量与份数，求单位量”的问题类型，从而提升对数学问题结构的敏感度与模型迁移能力。

3. 教学结果分析与教学反思

3.1. 教学结果分析

统计学生前后测得分的平均分，通过得分结果对学生的运算一致性和推理能力进行比较，评估四阶段建模教学法的有效性。

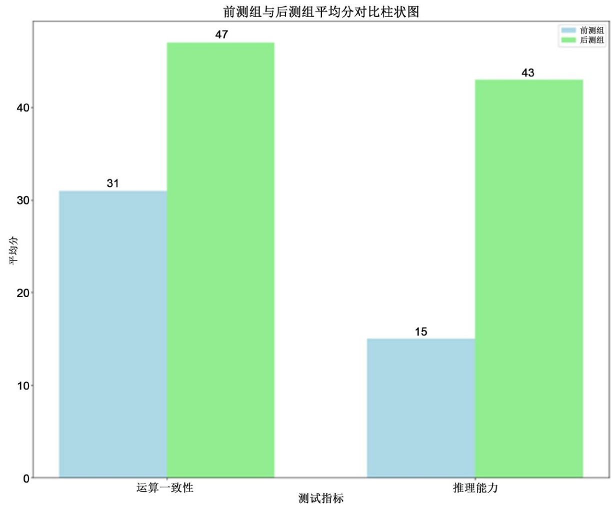

Figure 2. Bar chart comparing pre-test and post-test average scores
图 2. 前测组与后测组平均分对比柱状图

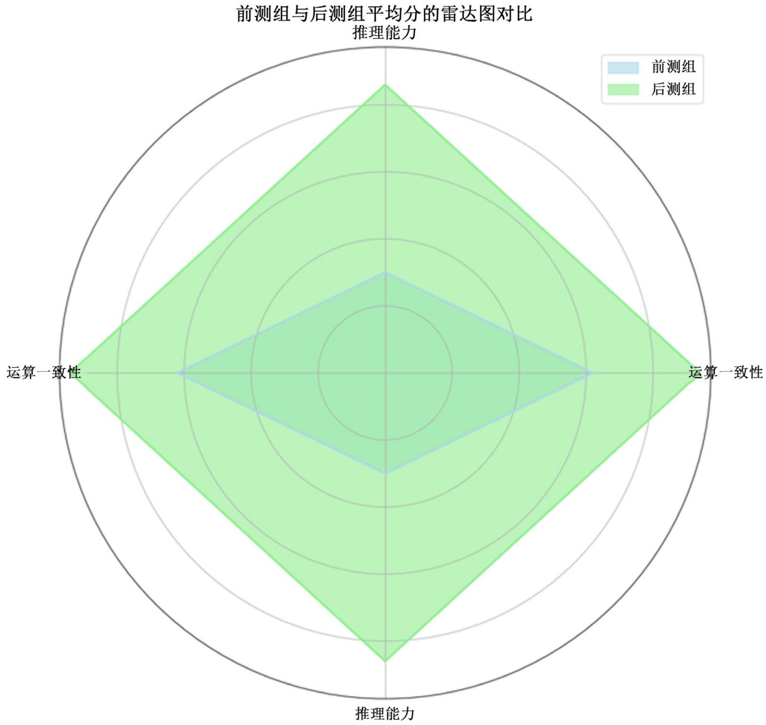

Figure 3. Radar chart comparing pre-test and post-test average scores
图 3. 前测组与后测组平均分对比雷达图

图 2、图 3 展示了前测组和后测组在运算一致性和推理能力上的得分变化。从柱状图中可以看到，实验组学生在后测中在两个维度上的得分都有明显的提高，特别是在推理能力方面，平均得分从 15 提升至 43，体现了四阶段建模教学法对学生思维能力的培养效果。雷达图展示了不同测试指标的得分维度，进一步突出了四阶段建模教学法的效果。后测组在所有维度上都比前测组有明显的优势，尤其在“推理能力”维度上的差异最大。

为了进一步了解学生对四阶段建模教学法的接受度和体验，对每个学生进行了访谈。在访谈过程中，学生普遍反映他们对除法的理解更加清晰，并且能够将数学概念与实际应用相结合。

根据学生的访谈内容，提取了以下关键词：运算一致性、推理、理解、掌握、四则运算、除法、反向推理、一致、类似、符号、数学、建模、清晰、模型、关系、算式、逻辑、类比、分配、应用等

这些词语反映了学生对四阶段建模教学法的反馈，通过词云的形式对关键词出现的频率进行可视化，可以直观反映出学生对四阶段建模法的反馈。

在图 4 的词云中，词语的大小代表了学生在访谈中提到这些概念的频率。其中，“推理”和“运算一致性”是学生频繁提到的词汇，说明学生对于推理过程和运算一致性有较强的认识。

3.2. 教学反思

本文围绕除法概念的形成，以“平均分”情境为切入点，运用操作建模、算式归纳、结构比较等策略，引导学生在“情境具象化→操作表征化→关联结构化→模型抽象化”的过程中发展逻辑思维。采用了前后测实验验证了四阶段建模法在提升学生运算一致性和推理能力上的显著效果。

同时，通过除法建模任务的推进过程，学生体验到有序思考、合作表达、逻辑归纳的思维方式，在探究任务中潜移默化地发展逻辑思维能力。这一教学过程不仅帮助学生形成了基于数学思维的逻辑推理

Figure 4. Word cloud of keywords from student interviews
图 4. 访谈关键词词云图

能力，也为其后续的数学学习打下了坚实的基础。在未来的教学中，可以进一步优化问题设计，进一步探讨除法教学与其他运算之间的内在联系[6]，增加学生在不同数学情境下的推理训练，并且引入多媒体和信息化工具作为辅助教学手段，提高学生的参与感和学习兴趣。

参考文献

[1] 教育部.《义务教育课程方案和课程标准(2022 年版)》[EB/OL]. https://www.gov.cn/zhengce/2022-04/22/content_5686606.htm, 2022-04-22.

[2] 崔允漷, 郭华, 吕立杰, 等. 义务教育课程改革的目标、标准与实践向度(笔谈) [J]. 现代教育管理, 2022(9): 6-19.

[3] 章辉, 汪奕, 张翼文. 建构模型思想促进深度学习——《乘法的初步认识》教学设计与评析[J]. 广西教育(义务教育), 2020(5).

[4] 车艳艳. 开发生活资源, 提高小学数学教学的有效性[J]. 中小学班主任, 2023(22): 65-67.

[5] 夏涛涛. 触发·校准·提升: 培养小学生数学量感的路径: 以“量一量，比一比”为例[J]. 中小学教学研究, 2024, 25(6): 3-6.

[6] Lesh, R.A. and Doerr, H.M. (2003) Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching. *Routledge*. https://doi.org/10.4324/9781410607713