

统计学专业“随机过程”的教学改革与实践

刘瑞平^{1*}, 关 蓉²

¹北京信息科技大学理学院, 北京

²中央财经大学统计与数学学院, 北京

收稿日期: 2025年6月29日; 录用日期: 2025年7月26日; 发布日期: 2025年8月4日

摘 要

随机过程作为统计学专业本科生的一门专业必修课正在不断发展和完善。以学生为中心, 基于课程内容与传统教材逻辑丰富教学案例, 激发学生主动学习; 引导学生亲自刻画日常生活中的随机过程, 合理运用在线教学平台, 增强课堂互动; 在基本教学内容的基础上, 适度拓展, 提升学生的思辨意识; 授课过程中将课程思政元素自然融入。优化课程考核方式, 满足多样化学习需求, 提升学生的质疑精神及专业素养。最终建设一门具有亲和力、创新性的本科生随机过程课程。

关键词

统计学专业, 随机过程, 以学生为中心, 课程思政, 在线互动

Teaching Reform and Practice of “Stochastic Processes” for Undergraduate Students Majoring in Statistics

Ruiping Liu^{1*}, Rong Guan²

¹School of Applied Science, Beijing Information Science & Technology University, Beijing

²School of Statistics and Mathematics, Central University of Finance and Economics, Beijing

Received: Jun. 29th, 2025; accepted: Jul. 26th, 2025; published: Aug. 4th, 2025

Abstract

As a compulsory professional course for undergraduate students majoring in statistics, “Stochastic Processes” is constantly developing and improving. Focusing on students, attracting students to take the initiative to learn, enriching teaching cases based on course content and traditional textbook

*通讯作者。

文章引用: 刘瑞平, 关蓉. 统计学专业“随机过程”的教学改革与实践[J]. 教育进展, 2025, 15(8): 105-111.
DOI: 10.12677/ae.2025.1581410

logic; guide students to personally depict the stochastic processes in daily life and enhance classroom interaction with the help of online teaching platform; expand and improve students' critical awareness appropriately on the basis of the basic teaching content; integrate the ideological and political elements naturally into the teaching process; optimize course assessment methods and meet diversified learning needs to enhance students' questioning spirit and professionalism. Finally, a "Stochastic Processes" course that is approachable and innovative can be established.

Keywords

Statistics Major, Stochastic Process, Student-Centered, Curriculum Ideological Education, Online Interaction in Class

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

“随机过程”在通信、控制及经济领域具有重要的应用价值[1]-[3], 因此“随机过程”通常是电气工程、计算机科学、经济金融等专业的必修课程。随机过程也是统计学专业高年级本科生以及研究生的专业必修课, 该课程在创新型人才培养的过程中起着极为重要的作用。随机过程可帮助学生认识概率论与数理统计的拓展应用, 理解随机过程的一般原理, 助力学生将数学和统计学知识运用于经济金融、生物医学、信息技术等多个领域[4]。如何有效地进行课程教学成为一个亟须解决的问题, 但目前随机过程教学改革仍处于初级探索阶段。如何通过随机过程课程的教学改革和探索, 以学生为中心, 提升学生的学习兴趣, 提高上课抬头率, 让学生乐意学习、并有效掌握该课程的重要知识点, 是本文的主要目的。

关于随机过程课程的教学改革, 相关学者已对该问题进行了一些探索和实践[5]-[11]。其中, 文献[5]-[8]皆针对理工科研究生随机过程课程的教学改革。针对工科专业本科生随机过程课程的教学, 王沁等[9]从多方面构建“以学生为中心”的教学模式, 刘秀芹等[10]则讨论了随机过程教学过程中案例教学的探索, 董迎辉等[11]讨论了随机过程教学中课程思政元素的融入。总结当前文献可知, 关于随机过程课程的教学研究已有诸多探索与实践, 但针对面向统计学专业本科生的随机过程教学改革的探索还较少。而在本科生随机过程课程的教学往往面临诸多问题, 比如: (1) 学生认为教材中对各类随机过程的定义偏理论, 主观认为教材内容枯燥无味; (2) 不同层次数学基础的同学, 对课程内容有不同需求; (3) 考核方式仅考虑作业和期末卷面成绩, 考核方式有待丰富。

针对上述问题, 笔者将基于以学生为中心的理念, 首先对学生状况进行分析, 然后从丰富教学案例素材、加强课堂互动、拓展知识层面、强化课程思政内容、优化课程考核方式等方面提出改革措施并进行实践, 以提高教学效果, 实现教学目标。

2. 本科生随机过程教学中的问题

从以学生为中心的理念出发, 首先对学生状况进行分析, 不同年级入学的学生前期数学基础均有所差别。另外, 通过多轮随机过程教学总结当前存在的诸多问题。

2.1. 学生状况分析

笔者已担任多轮“随机过程”课程的教学任务, 以北京信息科技大学理学院 2019 级、2020 级以及

2021 级统计学专业本科生为例(见表 1)，各年级学生的数理基础都有所不同，而“随机过程”要求学生对数学基础课程“数学分析”、“高等代数”、“概率论”和“数理统计”具备扎实的基础。开课年份在 2021 秋(2019 级入学)的学生数学基础较好；开课年份在 2022、2023 的学生由于在大一年级所学的数学基础课程都在线上进行，微积分和矩阵运算的基础较差，导致数学基础不够扎实、课程无法按照常规节奏进行。另外课本中的长篇公式也导致学生的学习积极性下降。

Table 1. Delivery and enrollment trends of “Stochastic Processes”: 2021~2023
表 1. 2021~2023 年度《随机过程》学生情况及课程教学方式

开课年份	入学年份	前期基础课学习方式	教学形式	考核方式
2021 秋	2019	线下 + 线上	线下教学	开卷
2022 秋	2020	线上	线上教学	闭卷 + 线上考试
2023 秋	2021	线上	线下教学	闭卷

2.2. 教学中存在的问题、原因以及导致的后果

以学生为中心，通过对往届学生的考核方式进行调研，结合笔者在教学过程中的线上问卷调查以及线下互动，可知当前教学活动中存在诸多问题。

(1) 教学内容公式推导部分占比较高

部分学生因前期数学基础知识掌握不扎实，学习过程中无法对所学知识很好地融会贯通，认为随机过程很难学。比如部分学生因在大一年级未能掌握“数学分析”课程的基本内容，在随机过程期望与方差(涉及复杂微积分)的计算过程中，学习止步。再如，随机过程中“Poisson 过程”的定义涉及 Poisson 分布与指数分布的概念，部分同学因“概率论”基础较差，在学习有关概率密度、分布函数的内容时，学习兴趣不足。

(2) 教师单向输出、学生参与度不高

由于教师的单向输出，学生参与度不够高。比如在介绍“更新过程”的概念时，学生只是打开教材中知识点对应的页面，被动写出定义中涉及的公式，但并未真正理解公式中的含义。因此需要有效增强互动，提升学习主动性。

(3) 教学案例过于陈旧

课堂中选取的案例仅限于教材中的例子，诸如蚂蚁爬行、服务站排队、消费者在购买洗衣粉时的品牌选择等，此类案例距离学生生活场景较远，课程的直接应用体现较弱，不足以吸引学生注意力。多数学生认为该课程学着困难、且缺乏应用价值，对课程不够重视，导致教学和学习效果不佳。

(4) 考核方式单一

往届学生的考核方式中仅涉及学生出勤情况、作业完成率以及期末卷面成绩，但由于学生的数学基础参差不齐，若统一以该方式考核，不利于发掘部分同学的闪光点。最终会导致基础差的学生学习自信心下降，而基础扎实的学生可能认为题目过于简单、课程缺乏挑战度。因此需考虑对课程考核方式进行优化。

3. 构建《随机过程》高效教学的思路

3.1. 结合授课内容，丰富教学案例

基于课程内容与传统教材逻辑，剔除与学生日常生活结合度不高的案例，替换例题场景，努力营造积极有趣、引人入胜的课堂氛围。例如：将教材中提供的“购买三种不同洗衣粉”或“购买 3 种不同品

牌的电风扇”的案例, 替换成“选听三位不同歌手的音乐作品”。题目本质并未改变, 都在考核 Markov 链章节中的转移概率, 但后者涉及的生活场景更有助于调动学生的学习积极性。

注重与实际应用领域的结合。比如 2022 年线上教学期间, 由于学生需要定期参加医院体检, 于是将“在医院体检排队”的案例引入教学过程。再如, 讲解两阶段 Markov 链时, 引入学生感兴趣的场景: 篮球运动员最近两次投篮状况的转移概率。

3.2. 注重课堂互动, 提升学生参与度

课前精心教学设计, 注重课堂导入、增加互动, 可以分别从线下与线上同时进行互动。教师通过眼神交流、语气变化和即时问答, 以学生为中心, 动态调整教学节奏。吸引学生主动参与知识探索, 尽可能避免“死记硬背”式的学习, 让每个学生做到“亲自参与、真正理解”。

(1) 加强课堂线下互动

比如, 在介绍“Poisson 过程”之前, 先让学生认识“计数过程”, 因为 Poisson 过程是计数过程的特例。而计数过程的认识需要涉及三个角度(某个时间段内的发生次数、到达数、间隔时间), 于是在介绍“计数过程”时, 为了方便互动, 让学生描述食堂排队打饭的过程或者校园超市排队结账的过程。随机点名并鼓励其亲自上台刻画排队场景(横轴表示时间, 纵轴对应窗口到达总人数, 见图 1)。以食堂排队打饭的过程为例, 食堂某个早餐窗口早上 6:30 开门, 开门一段时间后迎来第 1 位排队打饭的同学; 隔段时间后, 又迎来第 2 位同学, 依此类推, 引导学生亲自描述该窗口的打饭排队情况, 接着描述截至某个时刻 t 排队的总人数, 以及两个时间点 t_1, t_2 之间一共来了多少人, 引导学生一步一步亲自认识并了解“计数过程”的含义。最终引导学生从“背公式”——转到“真正理解”, 然后向学生解释“Poisson 过程”实为“计数过程”的特例。

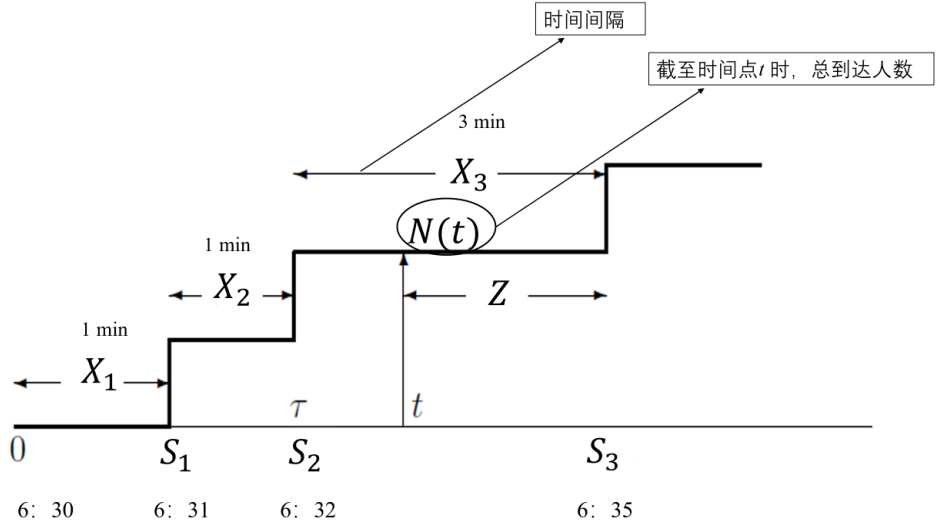


Figure 1. Interpretation of counting process cases
图 1. 计数过程案例解读

(2) 加强线上课堂互动

充分利用网络教学平台(如雨课堂教学平台), 开展线上课堂同步。教师在授课过程中可同时利用线上教学平台发布匿名问卷调查、客观题测试等等, 有利于学生更好地融入课堂中, 同时也方便教师迅速掌握本节课学情分析, 比如查看学生互动活跃度、匿名答题情况等。

3.3. 引导学生深入理解、拓展知识

引导学生不仅会计算题目, 更能理解其深层含义, 实现对不同知识点之间的融会贯通。以“Poisson 过程”为例。

(1) 认识 Poisson 过程的等价定义

例如, 在学生掌握 Poisson 过程的定义之后, 再帮助学生进行知识拓展。引导学生回顾概率论中 Poisson 分布与指数分布的定义与数字特征, 进一步将 Poisson 过程定义中“单位时间内的事件发生次数 λ ”与“每新增一次所需的等待时间 $\frac{1}{\lambda}$ ”联系, 于是学生进一步认识到 Poisson 过程其实可以从指数分布的角度来理解, 实现对 Poisson 过程的等价定义的深入理解。

(2) 从 Poisson 过程的等价定义到更新过程

再如, 更新过程属于计数过程, 而 Poisson 过程又属于更新过程。教学过程中, 可以从计数过程出发引入 Poisson 过程, 接着讲解更新过程, 实现从一般到特殊、再从特殊到一般的认识。Poisson 过程是一种特殊的计数过程, 计数过程涉及“数个数”, 当加上特殊限制(过程增量的特性、发生次数服从的分布)后得到 Poisson 过程。认识 Poisson 过程后, 研究 Poisson 过程的等价定义, 它可以从等待时间的角度出发根据指数分布来定义。当其余条件不变, 等待时长的分布不受指数分布限制时, 过程就推广到了“更新过程”, 让学生认识到 Poisson 过程其实是更新过程的特例, 而更新过程涉及数个数, 因此更新过程也属于计数过程。

在介绍更新过程时, 学生看到课本中晦涩的公式定义会产生抗拒心理。对策: 直接请同学亲自上台描述该过程, 亲自画图描述时间轴 t (横轴)、事件更新的次数 $N(t)$ (纵轴)、每次更新对应的时刻 T_n 、相邻两次更新之间的时间间隔 X_n 。学生从第 0 次、第 1、2、3 次描述后就有了自己的理解, 接着在坐标轴上描述第 $n-1$ 次和第 n 次的更新。另外点名同学也有技巧, 选取坐在教室后排、作业缺交频次较高的同学, 当该同学在讲台上通过亲自思考和演示有了自己的理解时, 也会带动教室后排的其他同学主动加入课堂中。

(3) 推广至非齐次 Poisson 过程、复合 Poisson 过程

学生掌握 Poisson 过程的原始定义以及等价定义后, 引入“非齐次 Poisson 过程”的概念, 并认识到非齐次 Poisson 过程并不是 Poisson 过程。当 Poisson 过程的强度(到达率)不再是常数 λ 而是和时间 t 有关时(强度表达式为 $\lambda(t)$); 均值由 λt 变为对 $\lambda(t)$ 的积分。

再如, 在介绍“复合 Poisson 过程”(是一系列随机变量 Y_i 的和)时, 强调其与“Poisson 过程的合并”的区别, 引导学生对易混淆的概念进行甄别。让学生亲自理解, 非齐次 Poisson 过程和复合 Poisson 过程的定义从字面上看似相近, 但有所区别, 并且二者本质上都不是 Poisson 过程。

3.4. 强化课程思政内容

“随机过程”课程教学大纲中涉及“要求学生掌握随机过程的一般概念, 知道常见的几类随机过程的定义背景和性质, 了解各类随机过程模型的应用背景”, 还包括“培养学生对国家的认识和自信”。为充分实现课程目标, 在教学过程中还应结合国家发展需要, 加强课程思政元素的融入。

比如在导论部分介绍随机过程的重要性时, 引入随机过程中的“流行病学模型”。接着以 2019~2022 年度国家抗击新冠肺炎(COVID-19)为例, 科学家们利用“流行病学模型”预测新冠病毒引起的疫情趋势, 中国采取积极的预防和控制措施以限制新冠肺炎的传播。在介绍课程重要性的过程中, 适时结合我国医护工作者在新冠肺炎抗击过程中做出的贡献, 从而在课程教学过程中实现课程思政内容的自然融入。

3.5. 优化课程考核方式

“随机过程”课程考核一般包括两部分: 平时成绩(考勤与作业)、期末考试成绩, 但该考核方式比较

单一, 无法充分考察学生的综合能力。为满足多样化学习需求, 笔者在轮轮教学的基础上提出综合化的课程考核方式(见表 2), 在考核中引入课程大报告的考核。课程报告要求学生结合自己感兴趣的领域(经济金融、生物医学等)对随机过程的应用进行文献检索总结。课程报告的考核包含 4 个方面: 报告格式(20%)、文章结构(20%)、逻辑清晰(30%)、有自己的思考(30%)。鼓励学生以小组合作和课堂展示的方式来完成。

Table 2. Examination and grading methods
表 2. 课程考核方式

考核模块	考核方式	成绩比例
学习表现	考勤、课堂互动、平时作业等	10%
课程报告	课程报告案例汇报	20%
期末考试	笔试(闭卷)	70%

该考核方式有助于培养学生的科学精神、质疑精神及专业素养, 以达到培养目标, 另一方面也为数学基础参差不齐的学生提供综合考察的机会。比如, 数学基础较差的同学可通过另一种方式了解“随机过程”课程在自然科学等多种领域的应用价值; 基础扎实的同学可提前适应研究阶段, 提升主动探索的能力。批阅过程中可发现每份报告都有学生自己的思考, 比如基于 Markov 链求模型稳定之后观测点感染疫情的概率; 再如利用 Poisson 过程对自然灾害的评估与预测进行研究。课程报告鼓励学生对本学期所学的随机过程理论知识进行进一步探索, 同时也为结业论文提前做准备。另外, 笔者对 2023 年秋季学期修课的同学进行匿名问卷调研, 要求学生对本学期随机过程教学内容感到有收获的部分进行匿名投票(选项包括 A. 概率论与数理统计复习; B. Poisson 过程; C. 更新过程; D. Markov 链; E. 课程报告的完成), 47%的同学投票选项 E, 即认为在课程报告的完成过程中感到有收获。

4. 结束语

“随机过程”作为统计学专业本科生的必修课程, 因其偏重理论, 课程教学效果较难提升。本文结合多轮教学经验, 以学生为中心, 通过对往届学生的调研以及对所教授多年级学生的线上问卷和线下互动调研, 从多方面出发提出如何提高随机过程教学效果的思路。结合授课内容, 丰富教学素材, 充分利用网络教学平台, 从学生熟知的日常生活场景引入理论知识点, 同时实现课程思政元素的自然融入, 既可提升学习主动性, 又可增加课堂互动, 提升授课效果。另外, 尽可能在授课过程中引导学生进行知识拓展、实现融会贯通, 帮助学生形成层次清晰的知识结构、提升课堂收获感。最后在考核环节, 采取综合化的课程考核方式, 兼顾数学基础参差不齐的学生批次, 提升学生的专业素养和综合能力, 最终高效实现培养目标。

基金项目

北京信息科技大学教学改革项目“数智时代统计分析方法科教融汇与思政融入研究”(2025JGSZ24), 中央财经大学“十四五”一流课程建设项目“数据科学导论”。

致 谢

作者非常感谢相关文献对本文的启发以及审稿专家提出的宝贵意见。

参考文献

[1] Bartlett, M. (1978) An Introduction to Stochastic Processes: With Special Reference to Methods and Applications. CUP

Archive.

- [2] Bosq, D. and Nguyen, H.T. (2013) A Course in Stochastic Processes: Stochastic Models and Statistical Inference. Springer Science & Business Media.
- [3] Skiadas, C.H. (2010) Advances in Data Analysis. Springer.
- [4] 张波, 商豪, 邓军. 应用随机过程[M]. 第5版. 北京: 中国人民大学出版社, 2020.
- [5] 修建娟, 柴勇, 关键, 等. “随机过程及应用”创新性教学的几点思考[J]. 高等教育研究学报, 2017, 40(3): 112-115.
- [6] 周宏安. 面向理工科研究生的随机过程课程教学改革研究[J]. 黑龙江科学, 2022(19): 152-154.
- [7] 陈建华, 李海燕, 张榆锋, 等. “随机过程”精品课程建设与教学改革探索[J]. 中国科技信息, 2010(18): 283-284.
- [8] 夏元清, 戴荔, 闫莉萍, 等. 教育部来华留学研究生英语授课品牌课程建设方法探究——以“随机过程理论及应用”为例[J]. 学位与研究生教育, 2019(12): 42-45.
- [9] 王沁, 郑海涛, 唐家银. 以学生为中心的“随机过程”教学改革探索[J]. 教育教学论坛, 2023(46): 69-72.
- [10] 刘秀芹, 马亮, 李娜. 案例教学在《应用随机过程》中的探索和实践[J]. 大学数学, 2015, 31(2): 105-109.
- [11] 董迎辉, 梁雪. 浅谈《随机过程》教学中的课程思政[J]. 教育进展, 2022, 12(2): 448-452.