

“5E” 教学模式下的高中数学建模教学设计 ——以“诱人的优惠券”为例

袁 薇, 彭 雅

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年7月5日; 录用日期: 2025年8月3日; 发布日期: 2025年8月13日

摘 要

数学建模是高中数学的五个核心主题之一, 是连接数学与现实世界的重要纽带。本文以“诱人的优惠券”教学为例, 探讨在5E教学模式下实施数学建模教学的有效途径与方法。该设计注重学生在探究活动中深化应用意识, 使学生在自主建模过程中积累数学思维经验, 促进数学认知结构与建模能力的协同发展, 为培养数学学科核心素养提供思路。

关键词

数学建模教学, “5E”教学模式, 高中数学

Instructional Design of High School Mathematical Modeling under the “5E” Teaching Model

—Taking the Example of “Attractive Coupons”

Wei Yuan, Ya Peng

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jul. 5th, 2025; accepted: Aug. 3rd, 2025; published: Aug. 13th, 2025

Abstract

Mathematical modeling is one of the five core themes of high school mathematics, which is an important link between mathematics and the real world. In this paper, we take the teaching of “attractive coupon” as an example to explore the effective ways and methods to implement mathematical

modeling teaching under the 5E teaching mode. The design focuses on deepening students' sense of application in inquiry activities, enabling students to accumulate mathematical thinking experience in the process of independent modeling, promoting the synergistic development of mathematical cognitive structure and modeling ability, and providing ideas for the cultivation of core literacy in mathematics.

Keywords

Teaching Mathematical Modeling Format, "5E" Teaching Model, High School Mathematics

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》中高中数学必修课程涵盖了五个核心主题: 预备知识、函数、几何与代数、概率与统计, 以及数学建模活动与数学探究活动[1]。在高中数学教学课堂中, 数学建模不仅是连接理论知识与应用实践的关键纽带, 更是培育学生数学核心素养的核心途径。作为连接抽象模型与真实情境的认知工具与方法论体系, 数学建模通过结构化的问题解决过程, 对发展系统性思维能力、建构复杂现实问题的数学模型, 以及培育创新性解决方案的设计能力具有关键性作用。

在知识经济时代背景下, 社会对人才的需求日益提高, 因此, 高中数学教学必须与时俱进, 将建模教学置于核心地位[2]。本文的目标是帮助学生建立起数学建模的思想, 使他们能够运用这一思想去解决各种具体问题。5E教学模式是一种基于建构主义理论的探究式教学方法, 包含五个阶段: 引入(Engage)、探究(Explore)、解释(Explain)、迁移(Elaborate)和评价(Evaluate)。这一模式强调学生的主体性和积极参与, 让学生自主进行知识的探索、理解及应用。它符合现代教育教学的要求, 注重培养学生的自主学习能力和实际应用能力。将该模式应用于高中数学的建模教学中, 为传统的建模教学开辟了一条新颖的教学路径和方法[3]。因此, 本文选取了沪教版普通高中数学教科书必修第四册第1部分第二节《“诱人”的优惠券》(改编)作为数学建模问题进行教学, 借助信息技术软件并结合5E教学模式, 对这一教学内容进行教学设计。

2. 案例

2.1. 教学内容

问题: “双十一”自2009年诞生以来, 已逐渐演变为一年的购物狂欢节。随着时间推移, 平台促销规则复杂度持续升级, 消费者在努力“用足优惠”的同时, 也面临着非理性消费的诱惑。以某电商平台近期活动为例, 其推出的两类优惠券中, “满200减30”与“满300减50”两种不可叠加的优惠券最具典型性——这类通过设置消费门槛的优惠策略, 往往能有效刺激消费者为达成优惠条件而进行“凑单”消费。这种现象引发双重思考: 从商家视角看, 阶梯式满减规则如何通过边际优惠率设计引导消费升级? 从消费者角度论, 当优惠力度与消费金额呈正相关时, “买得越多省得越多”的认知是否必然成立?

2.2. 对问题的理解和分析

本题中提到商家有三种优惠券: 200元减30元、满300元减50元, 因为优惠规则是基于不同金额

区间的, 这需要分段处理, 所以适用于分段函数模型[4]。

相应的购买金额 x 与优惠率 y 之间的关系如下: 1) 当 $0 < x < 200$ 时, 无法享受优惠; 2) 当 $200 \leq x < 300$ 时, 可使用满 200 减 30 的优惠券, $y = \frac{30}{x}$; 3) 当 $x \geq 300$ 时, 可使用满 300 减 50 的优惠券, $y = \frac{50}{x}$ 。综上所述, 买家所享受到的优惠率 y 与购买金额 x 之间形成分段函数模型。

图 1 可以看出, 当 $200 \leq x < 300$ 时, 对于该分段区间上的函数 $y = \frac{30}{x}$, 优惠率随着购买金额的增大而降低, 并不是买得越多, 优惠率越高。在该区间内, 恰好“凑单”到 200 元享受的优惠率最高。当购买金额为 300 元时, 优惠率最高, 达到了 16.7%。这说明, 商家的“满减”优惠能吸引人是有道理的。

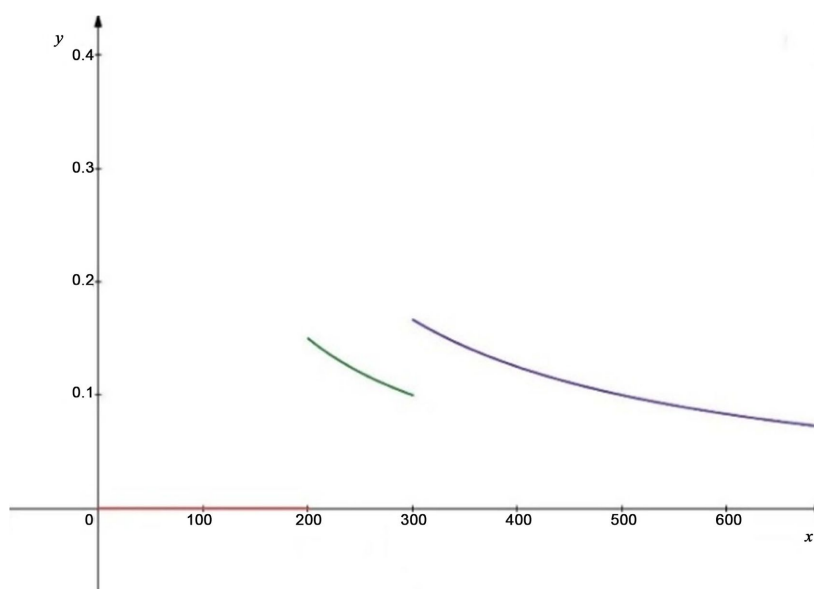


Figure 1. Coupon segmented function images
图 1. 优惠券分段函数图像

2.3. “5E” 教学模式下教学

“双十一”是学生亲身参与过的购物节, 优惠规则(如满减、凑单)贴近生活。学生能直观感受到数学在真实场景中的应用价值, 例如: 如何用数学计算最优优惠组合? 为什么“凑单”可能反而导致多花钱? 这道题整合函数、优化、数据分析等核心知识点, 培养学生的综合能力[5]。

这个数学问题贴近生活, 能够吸引学生“参与”到数学课堂中去, 让学生分小组进行“探究”商家优惠券的套路; 以小组讨论完之后, 教师“解释”一开始提出的探究问题, 可以通过提问、小组展示、集体讨论等方式给学生表达的机会; 在学生理解的情况下, 可以让学生利用刚学到的内容去解决一个新问题(类似的问题)来强化巩固新知; 最后, 让学生“自评”, 看学生是否完全掌握了新学的知识[6]。

3. 教学过程

3.1. 情景引入(Engage)

教师展示“双十一”购物节的图片或视频, 让学生感受购物狂欢的氛围。教师提问: 你们或家人在

双十一购物时, 有没有遇到过“满减”优惠? 你们是如何使用这些优惠券的?

设计意图: “双十一”是学生熟悉的购物节, 由此来激发学生的学习兴趣。教师通过提问让学生参与到课堂中去, 同时让学生回答问题还能够提高学生的语言表达能力。

3.2. 探究(Explore)——问题理解与简化、合理假设

教师展示商家优惠券的具体规则(满 200 元减 30 元、满 300 元减 50 元)。教师提问: 如果消费者购买了 250 元的东西, 该使用哪种优惠券才能使得消费者的利益最大化?

在学生思考期间, 教师适当引导, 并且给出两种选择: ① 满 200 减 30 元的优惠券, ② 凑到 300 元, 使用满 300 减 50 的优惠券。

设计意图: 通过实际情境, 让学生探索优惠规则的使用方式及其影响。这个场景比较复杂, 问题提出是为了建立模型作铺垫。

3.3. 解释(Explain)——模型构建、模型求解

在学生讨论完之后, 教师首先提出了一个问题: “是不是买得越多, 享受的优惠率就越大呢?” 并引导学生回顾优惠率的定义。学生回答: “优惠率是由优惠金额与原始购物金额两个因素决定的。” 小组代表紧接着发言: “需要分类讨论不同情况下优惠券的使用情况, 才能确定优惠率的具体数值。”

教师肯定学生的思路, 并进一步引导学生思考需要分成几种情况。学生根据题目中提供的两种优惠券(满 200 减 30 和满 300 减 50), 提出将购物金额分为三种情况: 1) 购物金额小于 200 元; 2) 购物金额在 200 元到 300 元之间; 3) 购物金额大于等于 300 元。

教师根据学生的思路, 引导学生建立数学模型。情况 1, 当购买金额 $0 < x < 200$ 时, 无法使用优惠券; 情况 2, 当购买金额 $200 \leq x < 300$, 可以使用满 200 减 30 的优惠券, 优惠金额是 $x - 30$, $y = \frac{30}{x}$; 情况 3, 当购买金额 $x \geq 300$, 可以使用满 300 减 50 的优惠券, 优惠金额是 $x - 50$, $y = \frac{50}{x}$ 。

教师带领学生整理思路, 可得到消费者所享受到的优惠券 y 与购买金额 x 之间形成如下的分段函数:

$$y = \begin{cases} 0, & 0 < x < 200 \\ \frac{30}{x}, & 200 \leq x < 300 \\ \frac{50}{x}, & x \geq 300 \end{cases} \quad (1)$$

建立完模型之后, 学生可以通过模型去解决“在什么情况下, 优惠率最大?”的问题了。可以发现, 当 $0 < x < 200$ 时, 优惠率是 0%; 当 $200 \leq x < 300$ 时, y 是 x 严格减函数, 优惠率是 $10\% < y \leq 15\%$; 当 $x \geq 300$ 时, y 也是 x 严格减函数, 优惠率是 $y \leq 16.7\%$ 。所以当购买金额为 300 元时, 享受到的优惠率是最大的。

教师基于已经构建的分段函数模型, 运用 GeoGebra 软件动态绘制其图像, 并引导学生观察图像特征: “能否通过函数图像直观分析优惠率的变化规律?” 学生通过图像特征指出: “随着消费金额区间的提升, 各分段对应的最大优惠率呈单调递增趋势, 当消费金额达到 300 元时, 最大优惠率可达 16.7%。(图 2)”

师生共同探讨: 如果消费者购买了 250 元的东西, 该使用哪种优惠券才能使得消费者的利益最大化。

按照数学模型进行计算, 如果消费者直接按照 250 元直接付费, 享受到优惠率是 $30/250 = 12\%$; 如果消费者刚好凑到了 300 元, 那么享受到的优惠率是 $50/300 = 16.7\%$ 。所以, 当消费者刚好凑到 300 元才

能使得消费者的利益最大化。

设计意图：带领学生建立简单的数学模型，帮助学生理解优惠策略背后的数学原理。

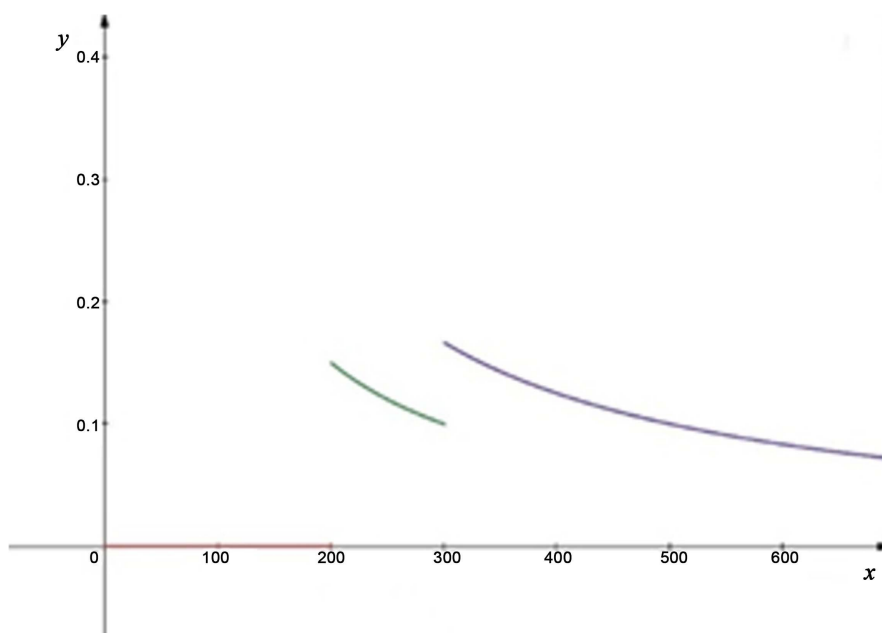


Figure 2. Coupon segmented function images

图 2. 优惠券分段函数图像

3.4. 迁移(Elaborate)——结果分析

教师组织学生进行小组讨论：“在购物中，刚刚好‘凑单’到 200 元和 300 元是最优惠的，那么为了‘凑单’而购买不需要的商品，这种行为是否理性？为什么？”

在讨论过程中，教师首先引导学生回顾优惠策略模型的分析结果，明确“凑单”行为背后的数学逻辑：虽然达到特定金额可以享受更高的优惠率，但购买不需要的商品可能导致实际支出增加，甚至造成浪费。接着，教师鼓励学生从多个角度分析“凑单”行为的利弊，例如经济成本、消费心理、资源利用等。学生通过小组讨论，逐步认识到理性消费的重要性，并尝试提出更合理的购物策略，如提前规划购买清单、对比不同商家的优惠力度等。

设计意图：这一环节不仅帮助学生将数学知识应用于实际问题的解决中，还培养了其批判性思维和决策能力。通过讨论，学生意识到数学建模不仅仅是理论上的计算，更是指导生活实践的重要工具。同时，教师通过引导学生反思自己的消费行为，进一步强化了数学学习的现实意义，为学生未来面对类似问题时提供了科学的思考框架。

3.5. 评估(Evaluate)

教师设计一份小测验，内容包括：1) 计算给定购物金额下的最优优惠组合，检验学生对分段函数和优惠策略模型的理解与应用能力；2) 提出改进优惠规则的建议，评估学生的创新思维和问题解决能力。通过这些题目，教师能够清晰地了解学生对知识的掌握程度以及运用数学工具解决实际问题的能力。最后，教师提出总结性问题：“通过这次学习，你对双十一购物节和优惠策略有了哪些新的认识？你会如何更理性地参与未来的购物活动？”

设计意图: 这个活动帮助学生反思学习过程, 将数学建模知识与实际生活相结合, 形成科学的消费观念。通过这一系列的评估活动, 学生不仅巩固了数学知识, 还提升了理性思考和决策能力, 为未来面对复杂的消费场景奠定了坚实的基础。

4. 结论和建议

在本次数学建模活动中, 我们以商家优惠策略为实际情境, 通过“引入→探究→解释→迁移→评估”的模式, 引导学生探究购买金额与优惠率之间的关系。从“消费者购买了 250 元的东西, 该使用哪种优惠券才能使得消费者的利益最大化?”这一问题出发, 激发学生的探究兴趣。学生通过分类讨论, 将购物金额分为三种情况, 并尝试用分段函数描述优惠率与购买金额的关系。在探索过程中, 学生绘制函数图像, 分析不同区间内的优惠率变化, 发现优惠率并非随购买金额单调递增, 而是存在波动性。这一发现揭示了商家优惠策略的复杂性, 也让学生认识到数学建模在解决实际问题中的重要性。通过这一过程, 学生不仅掌握了分段函数的构建方法, 还初步形成了数学建模的思维框架。

在活动的拓展与评价环节, 教师鼓励学生进一步探究商家在设计优惠策略时可能考虑的其他因素, 如消费者心理、市场竞争等, 并撰写数学建模活动报告。这一过程帮助学生将探究成果系统化、理论化, 提升了数学表达能力[7]。同时, 学生通过反思自己的消费行为, 认识到数学知识在实际生活中的应用价值。本次活动成功地将数学建模与消费情境结合, 通过这样的教学活动, 学生不仅提升了数学素养, 还培养了理性思考和科学探究的能力。

参考文献

- [1] 徐稼红. Excel 在中学数学建模教学中的运用[J]. 数学通报, 2002(2): 29-31
- [2] 黄丽纯, 杨坦. 高中数学建模教学中的模型反思策略——以“停车距离问题”为例[J]. 数学通报, 2023, 62(2): 47-52, 56.
- [3] 杨健, 王勇强. 推进课堂教学转型落实数学核心素养——以“体重与脉搏”的高中数学建模教学为例[J]. 数学通报, 2022, 61(11): 55-58, 62.
- [4] 顾予恒, 何波禄. 高中数学建模方法的选择——以“身高与体重”为例[J]. 数学通报, 2021, 60(8): 52-55.
- [5] 陈兵. 高中数学建模教学实践探究——以教材、试题与社会生活中的数学建模为例[J]. 中国教育学刊, 2020, (S2): 96-98.
- [6] 倪黎, 茹凯, 安黔江. 问题驱动下的高中数学建模教学探究——以 2018 年高考数学全国卷 II 理科第 18 题为例[J]. 数学通报, 2020, 59(8): 46-49, 62.
- [7] 王志俊, 韩苗, 邵虎, 等. 高中数学建模能力训练——案例教学中提升数学素养[J]. 数学通报, 2019, 58(9): 38-42.