

基于“P-5E-E”的概率论与数理统计教学改革 ——以“贝叶斯公式”为例

王静云, 李小平, 张素梅, 罗 亮

西安邮电大学理学院, 陕西 西安

收稿日期: 2025年7月21日; 录用日期: 2025年8月20日; 发布日期: 2025年8月28日

摘 要

针对“概率论与数理统计”课程教学中存在的学生自主探究意识薄弱、高阶思维训练不足以及创新能力培养欠缺等问题, 基于建构主义理论框架, 拓展“5E”教学模式, 构建了“P-5E-E”的教学过程。通过重构教学流程, 着力引导学生自主建构知识体系, 在发现问题、探索方法、形成结论、知识应用的完整认知过程中, 有效拓展思维广度、提升应用能力并激发创新潜能。采用线上线下融合、课内课外联动的多元化策略, 持续深化学生的学习体验。本文以贝叶斯公式的教学实践为例, 具体阐述该模式的实施路径。

关键词

概率论与数理统计, 建构主义, 教学创新, 贝叶斯公式

Reform of Probability Theory and Mathematical Statistics Teaching Based on the “P-5E-E” Model —Taking “Bayes’ Formula” as an Example

Jingyun Wang, Xiaoping Li, Sumei Zhang, Liang Luo

School of Science, Xi’an University of Posts and Telecommunications, Xi’an Shaanxi

Received: Jul. 21st, 2025; accepted: Aug. 20th, 2025; published: Aug. 28th, 2025

Abstract

In response to the issues in the teaching of the course “Probability Theory and Mathematical Statistics”, such as students’ weak awareness of independent inquiry, insufficient training in higher-order thinking,

文章引用: 王静云, 李小平, 张素梅, 罗亮. 基于“P-5E-E”的概率论与数理统计教学改革[J]. 教育进展, 2025, 15(8): 1668-1678. DOI: 10.12677/ae.2025.1581628

and a lack of innovation capacity development, this study expands the “5E” instructional model within the framework of constructivist theory to establish a “P-5E-E” teaching process. By restructuring the teaching procedures, it focuses on guiding students to independently construct their knowledge systems. Throughout the complete cognitive process of identifying problems, exploring methods, forming conclusions, and applying knowledge, it effectively broadens students’ thinking horizons, enhances their application abilities, and stimulates their innovative potential. A diversified strategy integrating online and offline learning as well as linking in-class and out-of-class activities is adopted to continuously deepen students’ learning experiences. This paper takes the teaching practice of Bayes’ formula as an example to specifically elaborate on the implementation pathway of this model.

Keywords

Probability Theory and Mathematical Statistics, Constructivism, Teaching Innovation, Bayes’ Formula

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着互联网技术的日新月异，人工智能等新兴科技领域蓬勃发展，尤其是大语言模型的相继涌现，人类社会已迈入一个知识获取便捷、创新价值凸显的新时代[1]。《中国教育现代化 2035》[2]明确指出，要革新人才培养模式，推广启发式、探究式、参与式及合作式等先进教学方法。着重加强实践动手能力、合作能力以及创新能力的培养。面对新技术发展对教育领域带来的深刻变革与严峻挑战，高等教育工作者必须深刻认识到，提升学生的认知能力、激发其创新精神，是使学生更好地适应并引领时代发展潮流的关键所在。因此，探索和实践新的教学模式，努力营造高效、互动、充满活力的课堂环境，以培养更多具备创新精神和实践能力的专业人才。

“概率论与数理统计”课程，作为高等院校理工与经管类专业核心课程之一，不仅是培养学生逻辑思维、统计推断和严谨推理能力的重要工具，也是树立批判、质疑、求真、务实、创新的科学态度的有力抓手[3]。更是培养学生解决随机现象问题和进行科学决策的关键学科。然而，传统“概率论与数理统计”的教学往往侧重于理论知识灌输，但在学生的主动探究意识、高阶思维能力以及知识转化能力培养方面略显不足，导致学生虽然掌握了大量的公式和定理，但面对实际问题仍束手无策。

“5E”教学模式是美国生物学课程研究(BSCS)于 1989 年开发的一种基于建构主义理论的教学方法[4]。建构主义核心理念在于，视学生为知识构建的积极主体，而教师则是学生建构知识的引导者和辅助者，致力于激发学生对知识的深层探索与思考，促使学生在认知活动与实践，将静态的课本内容转化为动态的知识体系，并在此基础上持续吸纳新知，逐步完善个人的知识结构[5]。“5E”教学模式充分彰显了学生的主体地位，通过吸引(Engagement)、探究(Exploration)、解释(Explanation)、拓展(Elaboration)和评价(Evaluation)，五个环环相扣的学习阶段，引导学生主动探究、协作学习，并自主构建知识体系。在此过程中，师生共同对核心概念进行本源探究，学生在知识建构过程中实现自我价值的升华，同时确保新概念的学习既植根于理论，又能够应用于实践，实现理论与实践的完美统一[6]。

针对“概率论与数理统计”课程教学中的挑战，构建以学生为中心的教学模式已成为教学改革的关键路径。本文有效融合翻转课堂、问题导向学习和混合式教学的优势，基于“5E”教学模式构建新的教学体系。具体而言，通过翻转课堂重构教学流程，实现课前知识传递、课中深度互动与课后巩固拓展的

有机衔接。采用问题导向学习模式，以真实案例为驱动，促进学生开展协作探究。同时整合线上线下优质教学资源，构建多维学习空间。该模式引导学生运用科学研究的方法进行问题分析，在知识建构与问题解决过程中系统培养高阶思维能力，最终实现创新能力的全面提升[7]。

2. “P-5E-E” 概率论与数理统计教学模式

“概率论与数理统计”的课堂教学以教师讲授为主，注重学生知识的掌握，在一定程度上忽视了对学生主动探究能力、高阶思维能力以及创新思维能力的培养。为了应对这一问题，深入研究教学方法，受经典“5E”教学模式的启发，对其进行创新性的拓展与整合。结合课内与课外、线上与线下的多元化教学手段，构建了全新的“P-5E-E”教学模式。旨在营造充分自由、质疑、探究、讨论问题的环境和氛围，从而引导学生自主发现问题、探究方法和获得结论。持续深化学生的学习体验，促进学生深度学习，从而提升思维的广度、深度以及创造性，这一教学模式的设计与实施过程详见图1。

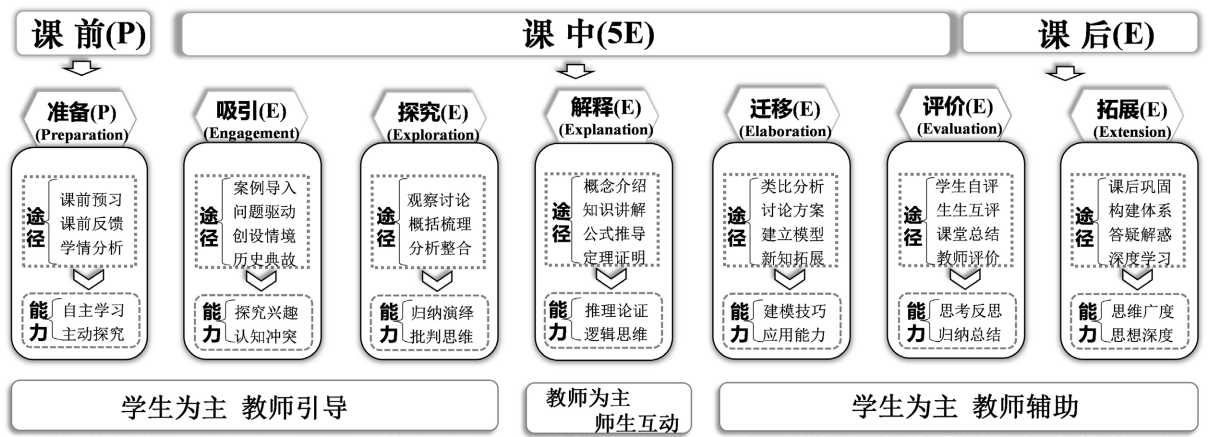


Figure 1. The “P-5E-E” instructional model
图 1. “P-5E-E” 教学模式

“P-5E-E”的教学模式既强化了课后能力的延伸与迁移，又保留了系统化的知识构建路径，通过明确的阶段划分，实现了线上线下活动的深度耦合。这一设计延续了“5E”教学模式的探究性，同时通过流程拓展形成了完整的“学习闭环”。

2.1. 课前准备(Preparation): 依托信息平台，精准把握学情

教师利用课程在线平台发布预习任务，要求学生完成预习清单并提交反馈。通过这一环节，学生不仅能够提前熟悉新课内容，逐步培养自主学习、主动思考和独立探究的能力。同时，教师根据学生的预习反馈数据，精准分析学情，及时调整教学策略，确保课堂教学更加契合学生的实际学习需求。

2.2. 吸引阶段(Engagement): 借助多元途径，激发探究热情

围绕教学目标，教师采用情境创设、案例教学和问题驱动相结合的方式，重构教学内容，将课程内容与教学任务紧密结合，形成“课前导入三模块”的教学策略。通过各模块的有机衔接，共同实现知识传授、能力培养和价值塑造的三维目标。

情境呈现模块涵盖条件概率、全概率公式、贝叶斯公式、数学期望、方差与协方差、大数定律、中心极限定理等教学内容。通过生活化情境的呈现，引导学生运用概率统计知识解释生活现象，培养学生的观察能力及批判性思维。案例教学模块聚焦古典概型、事件独立性、随机变量、随机变量的独立性等核

心概念。通过精选与学生专业密切相关的实际案例，将概率统计理论与专业实践有机结合。同时，在案例教学过程中自然融入思政元素，使知识传授与价值引领同频共振。通过该导入模块帮助学生深入理解抽象概念，促进学生形成运用概率思维解决专业问题的能力，同时实现知识内化与思想提升的双重目标。问题驱动模块围绕二维随机变量、随机变量函数的分布、参数估计及假设检验等内容设计问题链。通过创设认知冲突或提出开放性问题，激发学生的探究动机，培养其主动构建知识体系的能力。

2.3. 探究阶段(Exploration): 立足学生主体, 推进混合探究模式

学生在吸引环节的基础上延伸情境中的问题，将案例转化为可探究的任务，或以开放性问题为导向，通过深入分析、探讨研究、数据处理或仿真实验等方式自主探究。通过探究获得的现象、数据或结论等，将在下一阶段被系统化、理论化。探究阶段是学生主动构建知识的核心环节，有助于学生发现概念、发展科学思维和提升解决问题的能力。

针对概率论与数理统计课程的特点，探究阶段多采用启发式教学，将个人探究与小组讨论交叉混合式开展。例如学生讨论反直觉的“生日问题、三门问题”激发认知冲突，使其经历“困惑、探索到顿悟”的过程，将抽象理论与现实场景结合，帮助学生主动构建知识而非被动接受公式。模拟“高尔顿钉板”，仿真“掷骰子”实验，归纳总结频率与概率的关系，由实验数据推断统计思想，给出中心极限定理的直观解释。该阶段通过问题引导、思维激发和渐进探索，使学生主动构建知识体系，促进观点交流和思想碰撞，锻炼科学探究的能力、批判性思维以及团队协作能力。

2.4. 解释阶段(Explanation): 多策略协同, 实现理论升华

解释阶段是 5E 教学法的关键环节，将学生在探究阶段获得的感性经验、数据结果等上升为理性认知。通过科学讨论、教师指导与系统化总结，正式明确概念、原理或对公式定理加以推导证明，这既是对探究成果的总结，也是对学生的推理论证、逻辑思维、抽象概括以及专业化思维能力的进一步锻炼。

在概率论与数理统计教学中，针对概念晦涩难懂的特点，为便于学生理解，可通过多元策略帮助学生将探究结果转化为结构化理论。首先引导学生自主归纳规律，再将口语化的描述转化为数学表达，补充严谨的数学定义；针对相似的概念、方法或常见误区，多采用对比辨析厘清关系，明确其科学定义；借助可视化工具将抽象概念具象化，加深对概念的理解；结合现实案例促进知识迁移，从而帮助学生构建完整的知识体系，为后续深化应用奠定坚实的理论基础。

2.5. 迁移阶段(Elaboration): 夯实理论基础, 深化应用能力

迁移阶段是 5E 教学法中实现知识深化与应用的关键环节，引导学生将前期获得的知识与技能拓展应用到真实问题情境中。通过精心设计教学活动，引导学生进一步深化对概念的理解和应用，扩充其基本内涵，锻炼学生发散思维、逻辑思维、逆向思维，提升解决问题的能力。

在概率论与数理统计教学过程中，知识迁移的目标聚焦于培养学生的三大核心能力：数学建模能力、跨学科问题解决能力和开放性课题探究能力。数学建模能力建构，使学生掌握将现实问题抽象为概率统计模型的完整思维过程。跨学科问题解决能力，重点培养学生突破学科壁垒，灵活运用统计方法解决交叉领域问题的能力，提升综合思维。开放性课题探究能力着重培养学生对复杂问题的创新应对能力和批判性评估能力。三个层次能力的培养使学生掌握概率统计基本理论的同时，获得将概率统计思维、理论方法转化为实现创新的关键能力。

2.6. 课后拓展(Extension): 完善知识体系, 拓展实践维度

课后拓展实施体系采用“基础 - 提高 - 挑战”三级递进模式，构建完整的知识延伸路径。基础层级

重点强化知识理解与技能掌握,通过教材配套习题、重难点微视频等加深学生对知识的理解与巩固。提高层级着力培养知识整合与应用能力,一方面通过构建可视化知识图谱,梳理章节知识体系完善知识框架。另一方面,设计实际应用案例,开展基于真实数据的统计实验,培养学生的应用能力。挑战层级着重提升创新思维与研究能力,通过文献阅读、指导学生参加竞赛或创新项目,提升科研创新能力。

2.7. 评价阶段(Evaluation): 分阶段动态评价, 全过程智能管理

评价阶段是教学闭环的重要环节,基于“P-5E-E”的概率论与数理统计教学各阶段的教学目标有所不同,因此,建立与教学阶段目标匹配的动态评价机制。分别从学生自主探究能力、课堂参与度、发现及分析能力、知识整合与凝练能力、知识应用能力、知识构建能力,以及实践创新能力等方面设置差异化的评价方式与标准。实现教学目标与评价的一致性,加强了教学过程的管理与考核。同时,依托智能学习平台,全流程采集数据,精准捕捉。最终实现目标导向、智能平台支持及“过程 + 结果”的分阶段动态评价效果。依托智能学习平台实时跟踪学习进展对教学各环节以及学生发展过程持续观察、反馈和改进[8]。

3. 基于“P-5E-E”的贝叶斯公式教学实例

本文以概率论与数理统计课程中的“贝叶斯公式”教学为例,介绍基于“P-5E-E”的概率论与数理统计教学具体开展形式,设计思路见图2。

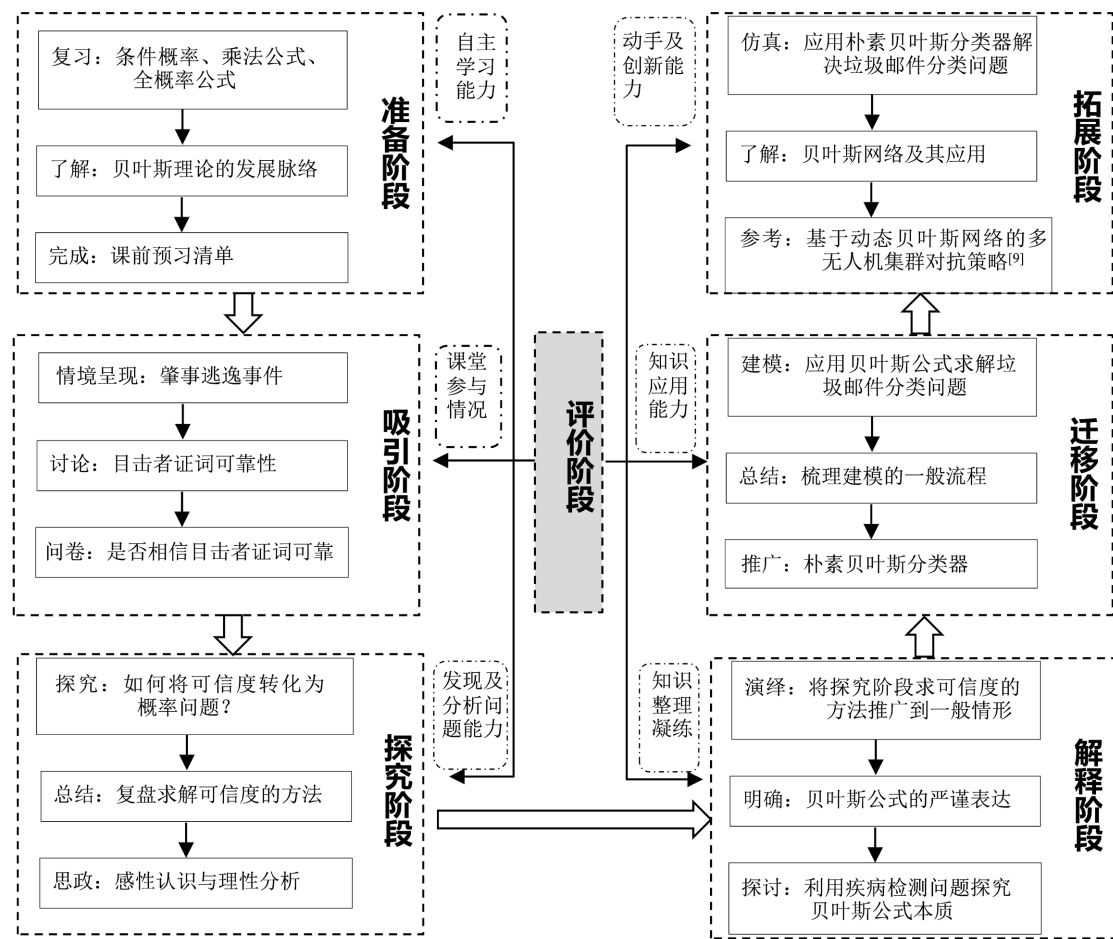


Figure 2. Bayes' formula teaching process based on the "P-5E-E" model
图2. 基于“P-5E-E”的贝叶斯公式教学流程

3.1. 准备阶段：自主学习，把握学情

教师利用课程在线平台发布预习任务，要求学生完成预习清单并提交反馈。课前复习条件概率、乘法公式以及全概率公式。了解贝叶斯理论的发展脉络，完成课前测试题。同时，教师根据学生的预习反馈数据，精准分析学情，及时调整教学策略，确保课堂教学更加契合学生的实际学习需求。

3.2. 吸引阶段：情境呈现，梳理思路

该阶段采用情境化教学策略，以肇事逃逸事件为典型案例开展教学。首先，通过设计“肇事者可信度评估”的调查问卷，激发学生的探究动机。其次，引导学生对问题进行分析，并梳理求解该问题的思路。最后，通过呈现与直觉相悖的分析结论，以此为契机融入思政元素。具体设计如下：

案例：某城市发生了一起出租车肇事逃逸事件，已知该城市 85% 的出租车是绿色，15% 是蓝色，现场有一位目击者指认肇事车辆为蓝色。经法院测试，受外界因素影响，目击者正确辨认车辆颜色概率为 80%，错误辨认的概率为 20%。分析目击者证词的可信度。

分析：理论分析目击者证词的可信度。

① 列事件： A ：车辆为蓝色； $\bar{A}$ ：车辆为绿色； B ：目击者指认为蓝色。

② 找数据： $P(A)=0.15$ ， $P(\bar{A})=0.85$ ， $P(B|A)=0.80$ ， $P(B|\bar{A})=0.20$

③ 算概率： $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|\bar{A})P(\bar{A})}=\frac{0.8\times 0.15}{0.8\times 0.15+0.2\times 0.85}\approx 0.41$

由分析结果可知，尽管目击者指认肇事车辆为蓝色，经计算车辆实际为蓝色的概率仅约为 0.41。这表明，目击者可能因光线、情绪等因素导致辨认错误。另一方面由于蓝色出租车在城市的占比较低，目击者指认车辆为蓝色，而实际为蓝色的概率并不高。这与同学们最初调查问卷对目击者证词可靠性的认识是相悖的。因此，直觉是靠不住的，决策需以理性分析为基础。直觉属于“快思维”，易受情绪、经验干扰。而理论分析对应“慢思维”，通过逻辑推理降低偏差。直觉可以作为探索的起点，但需通过“试错-修正”的理论循环验证。以此鼓励学生突破既有认知框架、培养科学决策意识。

3.3. 探究阶段：重温过程，探究方法

在探究环节的教学设计中，首先通过案例解构，引导学生将具体事件抽象为典型的“逆概率”问题，揭示其“知果索因”的数学本质。在上述问题中，若将事件 B 看作是“结果”，将事件 A 与 $\bar{A}$ 看作是影响结果的两个“因素”，求概率 $P(A|B)$ 即就是在“结果”发生的条件下，探究某个“因素”的概率问题。与全概率公式的“知因索果”的正向思维形成鲜明对比，前阶段建立可信度评估方法恰好为求“知果索因”的问题提供了解决方法。其次，指导学生运用归纳推理的方法，从特殊案例拓展到一般情形。如果影响“结果” B 的“因素” $A_i (i=1,2,\dots,n)$ 有多个，探究各种原因对结果出现所做的“贡献”各有多大，即 $P(A_i|B)$ ？学生通过严谨的数学推导过程，最终自主构建出贝叶斯公式的完整表达式。

3.4. 解释阶段：理论概括，思想辨析

基于前期的探究成果，本环节首先从数学理论层面给出贝叶斯公式的严格定义，借助公式推导过程着重培养学生推理论证能力。其次，通过案例分析揭示贝叶斯公式“依据新证据更新先验信息”的本质，并以此引申出科学决策的方法论。

定义：贝叶斯公式

1) 设 $B \subset S$ ；

2) $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为 S 的一个划分， $P(A_i) > 0$ 。

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_iB)}{P(B)} = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(B)} = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j)P(B|A_j)}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (1)$$

公式(1)称为贝叶斯公式,给出了“知因果果”的概率计算方法。为深入理解贝叶斯公式及其思想,下面探究两个问题。

问题 1: 某一地区,某种疾病的发病率为 0.1%,患者对一种检测反应为阳性的概率为 99%,正常人对这种检测反应为阳性的概率为 1%,若一人检测结果呈阳性,问此人患这种疾病的可能性是多大?

解 A: 抽查的人患这种疾病, B: 试验结果呈阳性。

$$P(A) = 0.001, \quad P(\bar{A}) = 0.999, \quad P(B|A) = 0.99, \quad P(B|\bar{A}) = 0.01$$

根据贝叶斯公式

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} \approx 9\%$$

由结果可知,此人患这种疾病的可能性是 9%。患病的可能性并不高,原因是先验概率 $P(A) = 0.1\%$ 比较小,尽管患者对一种检测反应为阳性的概率 $P(B|A) = 99\%$ 非常大,但在计算中权重很小,所以导致后验概率 $P(A|B) = 9\%$ 就比较小。虽然此人患病的可能性较小,但检测结果呈阳性,被检测者患病的风险是原来的 90 倍,应引起高度重视,因此复检是有必要的。

问题 2: 若进行了第二次检测,检测结果依旧呈阳性,问此人患这种疾病的可能性有多大?

解 第二次检测前,此人患病的可能性由 0.1%增大到 9%,即 $P(A) = 9\%$, $P(\bar{A}) = 91\%$,由贝叶斯公式可知

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} \approx 91\%$$

当第二次检测结果呈阳性时,此人患病的概率为 91%,几乎可以确定患病,应及时治疗。

通过对上述两个问题的分析,被检测者的初始患病率(先验概率)仅为 0.1%。当第一次检测结果出现后,也就是有了新的证据加入,经贝叶斯公式计算,患病率提升至 9%。随着第二次检测结果的引入,患病率进一步跃升至 91%。也就是说,随着新证据的不断加入,被检测者患病的概率随之改变。对于被检测者是否患病从最初的模糊判断到最终的精确诊断,整个过程是利用贝叶斯公式不断修正先验信息。这一系列概率变化生动地诠释了贝叶斯推断的核心思想,利用新的观测证据动态更新先验知识。这种基于证据逐步逼近真相的推理方法,正是贝叶斯统计区别于传统频率统计的重要特征,为不确定条件下的决策提供了强有力的数学工具。贝叶斯推断通过数学形式化实现了“大胆假设、小心求证”的科学思维过程。以此启发学生在科学研究和社会实践中,要始终保持开放的态度,勇于突破既有认知,善于用新的实践检验和发展理论。

3.5. 迁移阶段: 案例分析, 知识转化

贝叶斯理论有着广泛的应用,在知识迁移阶段,首先以垃圾邮件分类问题为例,指导学生运用贝叶斯公式构建邮件类别的概率模型。随后将问题拓展为多维特征的分类问题,以此归纳总结朴素贝叶斯分类器的核心思想及流程,为后续的科学研究的奠定基础。通过从具体应用到一般理论的升华也体现了本节从思维培养到能力提升的高阶性。

假设有一个邮件数据集,包含了 6 封邮件的词频统计和类别,详见表 1,所有特征相互独立,试预测文档 7 的类别。

Table 1. Document data

表 1. 文档数据

文档编号	特征	类别
1	优惠、免费、通知	垃圾邮件
2	点击、优惠、会议	垃圾邮件
3	会议、点击	正常邮件
4	优惠、通知、会议	正常邮件
5	优惠、会议	垃圾邮件
6	会议、免费	正常邮件
7	点击、通知、优惠	?

解 由表 1 可得如下概率

$P(\text{垃圾邮件}) = \frac{1}{2}$	$P(\text{正常邮件}) = \frac{1}{2}$
$P(\text{优惠} \text{垃圾邮件}) = \frac{3}{8}$	$P(\text{优惠} \text{正常邮件}) = \frac{1}{7}$
$P(\text{免费} \text{垃圾邮件}) = \frac{1}{8}$	$P(\text{免费} \text{正常邮件}) = \frac{1}{7}$
$P(\text{会议} \text{垃圾邮件}) = \frac{2}{8}$	$P(\text{会议} \text{正常邮件}) = \frac{3}{7}$
$P(\text{通知} \text{垃圾邮件}) = \frac{1}{8}$	$P(\text{通知} \text{正常邮件}) = \frac{1}{7}$
$P(\text{点击} \text{垃圾邮件}) = \frac{1}{8}$	$P(\text{点击} \text{正常邮件}) = \frac{1}{7}$

由于

$$P(\text{正常邮件} | \text{文档 7}) = \frac{P(\text{正常邮件, 文档 7})}{P(\text{文档 7})} = \frac{P(\text{文档 7} | \text{正常邮件})P(\text{正常邮件})}{P(\text{文档 7})}$$

故, $P(\text{正常邮件} | \text{文档 7}) \propto P(\text{正常邮件})P(\text{文档 7} | \text{正常邮件})$

同理可得, $P(\text{垃圾邮件} | \text{文档 7}) \propto P(\text{垃圾邮件})P(\text{文档 7} | \text{垃圾邮件})$

因此,

$$\begin{aligned}
 P(\text{正常邮件} | \text{文档 7}) &\propto P(\text{正常邮件})P(\text{文档 7} | \text{正常邮件}) \\
 &= P(\text{正常邮件})P(\text{点击、通知、优惠} | \text{正常邮件}) \\
 &= P(\text{正常邮件})P(\text{点击} | \text{正常邮件})P(\text{通知} | \text{正常邮件})P(\text{优惠} | \text{正常邮件}) \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \approx 0.0014
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{垃圾邮件} | \text{文档 7}) &\propto P(\text{垃圾邮件})P(\text{文档 7} | \text{垃圾邮件}) \\
 &= P(\text{垃圾邮件})P(\text{点击、通知、优惠} | \text{垃圾邮件}) \\
 &= P(\text{垃圾邮件})P(\text{点击} | \text{垃圾邮件})P(\text{通知} | \text{垃圾邮件})P(\text{优惠} | \text{垃圾邮件}) \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{3}{8} \approx 0.0029
 \end{aligned}$$

由于 $P(\text{垃圾邮件} | \text{文档7}) > P(\text{正常邮件} | \text{文档7})$ ，文档7被识别为垃圾邮件。将上述特殊问题一般化，讨论一般情形的分类问题。

设有样本数据集 $D = \{d_1, d_2, \dots, d_L\}$ ，对应样本数据的类别为 $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ ，即 D 可以分为 n 类。 $X = (X_1, X_2, \dots, X_m)$ 为特征属性集，其中属性之间相互独立且随机。

首先，通过统计训练数据集中类别出现的频率能够计算出各类别的先验概率 $P(Y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ ，以及条件概率 $P(X_j | Y_i) (j=1, 2, \dots, m)$ 。

其次， X 属于不同类别的概率由贝叶斯公式可知，

$$P(Y_i | X) = \frac{P(Y_i)P(X | Y_i)}{P(X)}$$

各特征属性之间相互独立，则

$$P(X | Y_i) = P(X_1, X_2, \dots, X_m | Y_i) = \prod_{j=1}^m P(X_j | Y_i)$$

最后，由于 $P(Y)$ 的大小是固定不变的，因此只需通过求公式(2)实现对 X 的预测。

$$\arg \max_{1 \leq i \leq n} P(Y_i | X) = \arg \max_{1 \leq i \leq n} P(Y_i) \prod_{j=1}^m P(X_j | Y_i) \quad (2)$$

经上述分析，梳理可得朴素贝叶斯分类器的一般流程，详见图3。朴素贝叶斯分类器是一种基于贝叶斯定理的简单概率分类器，其核心假设是特征之间相互独立，通过计算给定特征下各类别的后验概率，选择概率最大的类别作为预测结果，该方法是一类重要的机器学习算法。在教学过程中没有直接给出朴素贝叶斯分类器，而是在探究拓展的基础上，由贝叶斯原理延伸到朴素贝叶斯分类器，其过程首先是通过特殊问题总结方法，然后将其拓展为一般结论，进而建模，得到解决一类问题的方法。

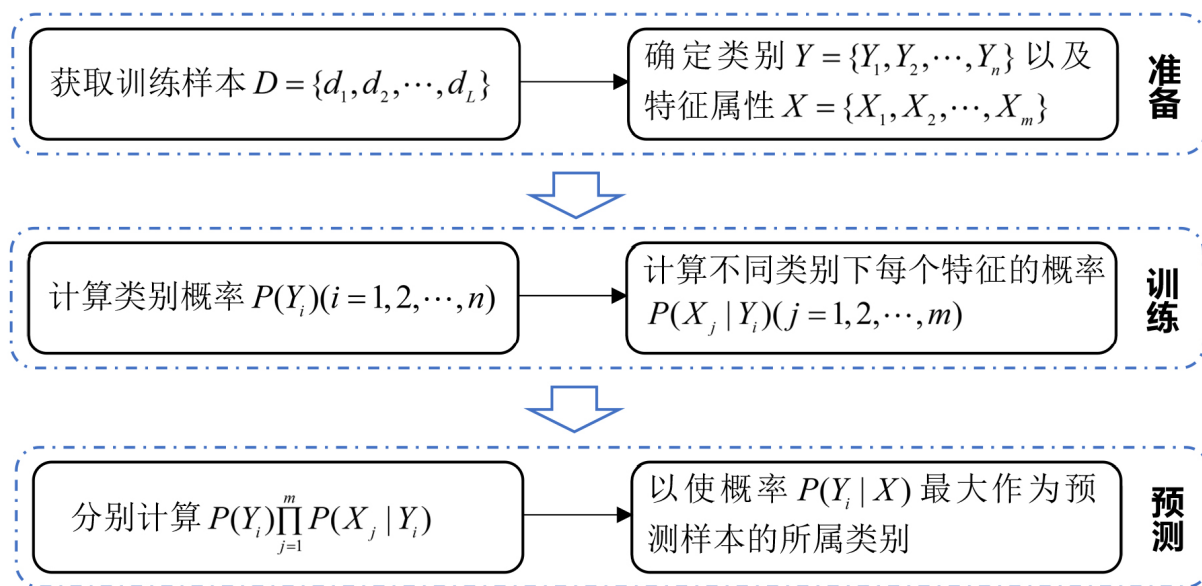


Figure 3. Workflow of naive bayes classifier
图3. 朴素贝叶斯分类器流程

3.6. 拓展阶段：总结拓展，延伸学习

拓展阶段由知识进阶和能力进阶两个环节有机组成，旨在实现理论与实践协同提升。在知识进阶环

节，学生首先需要完成学习通平台发布的课后巩固任务，夯实理论基础。随后，通过构建本节课的思维导图，系统梳理知识体系，提升知识构建能力。为进一步深化学习，学生分析朴素贝叶斯分类器的局限性，探究改进策略，通过查阅文献或在线资源了解半朴素分类器、贝叶斯网络[9]等进阶内容，拓展学习的广度。能力进阶环节注重实践应用能力培养。学生首先通过完成针对性习题，熟练掌握贝叶斯公式的概率计算。然后，基于教师提供的已标注数据集，运用 MATLAB 编程实现朴素贝叶斯分类器算法，完成文本分类任务。最后，以小组合作的方式开展完成的分类项目实践，涵盖数据准备、模型训练、结果预测等全流程，全面提升解决实际问题的能力。

3.7. 评价阶段：多元评价，反馈成效

依托智能教学平台，构建动态化、全过程的“教－学－评”一体化的育人机制。该评价体系贯穿教学的各个环节，重点考查学生自主探究能力、学习主动性、问题发现与分析能力、知识迁移应用能力以及实践创新能力。各阶段均设有针对性的评价方式与标准，并根据教学目标的差异性，设置考核权重。本节课对学生发现问题并能应用所学知识解决实际问题能力要求较高，因此考核比重相对较大。具体详见表 2。

Table 2. Evaluation details
表 2. 评价详情

教学阶段	评价目标	评价方式	评价标准	成绩比例/%
准备阶段	自主学习能力	① 预习报告 ② 在线测试	① 报告内容完整度 ② 在线测试正确率	10
吸引阶段	课堂参与情况	① 课堂互动记录	① 主动提问或回答次数 ② 互动内容是否紧扣核心	10
探究阶段	发现及分析问题能力	① 课堂讨论记录 ② 小组汇报评分	① 提出问题的新颖性 ② 分析逻辑的严谨性	25
解释阶段	知识整理凝练能力	① 课后知识点汇总 ② 思维导图作业	① 知识体系的完整性 ② 逻辑关联的清晰度	20
迁移阶段	知识应用能力	① 强化习题 ② 案例分析报告	① 解题的规范性与正确率 ② 案例分析的深度	20
拓展阶段	实践创新能力	① 实验报告 ② 项目成果展示，小组互评	① 方案的可行性 ② 算法实现效果 ③ 团队协作效率	15

4. 结束语

本文基于建构主义理论框架，构建了“P-5E-E”教学模式，通过系统化的教学设计和多元化的实施策略，有效提升概率统计课程的教学效果。在教学准备环节，依托信息化手段开展精准学情分析，为个性化教学方案制定提供科学依据。多元化的课堂导入策略提升学生的探究兴趣，通过真实情境创设和信息技术融合，激发学习动机。教学过程中充分发挥混合式探究模式的优势，通过线上线下相结合的探究活动强化学生的主体地位，促进深度学习。通过多策略协同的方式，帮助学生实现从具体实例到理论认知的升华，深化对核心概念的理解。知识迁移环节通过真实问题的解决培养学生的建模以及实践创新能力。课后拓展活动延伸了学习的时空维度，促进知识体系的系统化构建和实践能力的持续发展。全过程、多维度的智能评价体系实现教学效果的动态监测与精准反馈，为教学改进提供数据支撑。通过“P-5E-E”教学模式的创新实践，不仅提升了学生的统计思维能力、问题解决能力、激发创新思维，也为新时代背景下概率统计课程的教学改革提供了可借鉴的实施路径。

基金项目

陕西省教育教学改革研究项目(23BY096); 陕西省教师教育改革与教师发展研究项目(SJS2023YB053); 西安邮电大学教学改革研究项目(JGA202309); 西安邮电大学校级教学改革课程思政研究专项项目(JGSZB202417); 西安邮电大学校级教改专业建设研究专项项目(JGZYB202415); 数智赋能下高校大学数学公共课新工科建设的实践与探索(JGZYB202415); 西安邮电大学基层教学组织建设项目; 西安邮电大学“课程思政示范课程”建设项目; 西安邮电大学人工智能类课程建设项目。

参考文献

- [1] 赵宏, 杜小勇, 郭蕴. 以“教学之道”御“教学之术”——以认知为目标的教学新范式[J]. 中国大学教学, 2024(5): 10-15, 66.
- [2] 新华网. 中共中央、国务院印发《中国教育现代化 2035》[EB/OL]. https://www.gov.cn/zhengce/2019-02/23/content_5367987.htm, 2019-02-23.
- [3] 白雪婷, 杨琴乐. 基于“5E”教学模式的概率论与数理统计课程教学管理初探[J]. 河南教育(高等教育), 2024(1): 94-96.
- [4] 杨仲卿, 朱晨萱, 冉景煜. 基于 5E 模型的创新实践课程教学设计与实施[J]. 高教学刊, 2024, 10(29): 23-26, 31.
- [5] 王瑞. 大概念背景下“O + 5E + S”模式的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 信阳: 信阳师范大学, 2024.
- [6] 杨翠, 郑学敏. 哲学视域下“5E”教学模式构建[J]. 廊坊师范学院学报(社会科学版), 2024, 40(3): 124-128.
- [7] 陆凯莉. 基于智慧教室的探究式教学对大学生高阶思维的影响研究[D]: [博士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2021.
- [8] 殷树娟. 基于“5E”的集成电路设计实验教学探索[J]. 实验室研究与探索, 2024, 43(11): 153-157.
- [9] 贾永楠, 焦宇航, 陈萱, 等. 基于动态贝叶斯网络的多无人机集群对抗策略[J]. 工程科学学报, 2024, 46(7): 1216-1226.