

AI赋能研究生数学基础课的教学改革与探索

——以《矩阵分析》课程为例

孙菊贺, 王莉, 王利岩, 翟林

沈阳航空航天大学理学院, 辽宁 沈阳

收稿日期: 2025年8月12日; 录用日期: 2025年9月11日; 发布日期: 2025年9月18日

摘要

随着人工智能技术的飞速发展, 教育领域正经历着深刻变革。《矩阵分析》作为研究生阶段最重要的数学基础课程之一, 其抽象性强、知识点多而且复杂的特点导致传统的教学模式面临诸多问题。本文基于AI技术与矩阵分析教学相融合的视角, 讨论AI赋能矩阵分析课程教学改革的途径与方法。通过分析传统教学方法的痛点, 构建“AI+ 矩阵分析”的混合式教学模式, 从教学内容重构、教学方法创新、评价体系优化三个维度设计改革方案, 为研究生数学基础课程的教学改革提供参考。

关键词

AI, 矩阵分析, 研究生教学, 教学改革, 混合式教学

Reform and Exploration of Postgraduate Basic Mathematics Course Teaching Empowered by AI

—A Case Study of the Course “Matrix Analysis”

Juhe Sun, Li Wang, Liyan Wang, Lin Zhai

College of Science, Shenyang Aerospace University, Shenyang Liaoning

Received: Aug. 12th, 2025; accepted: Sep. 11th, 2025; published: Sep. 18th, 2025

Abstract

With the rapid development of artificial intelligence technology, the field of education is undergoing profound changes. “Matrix Analysis”, as an important basic mathematics course at the postgraduate

level, is characterized by strong abstraction, multiple knowledge points and a complex theoretical system, which brings many challenges to traditional teaching modes. This article, based on the perspective of integrating AI technology with matrix analysis instruction, discusses approaches and methods for AI-enabled matrix analysis course teaching reform. By analyzing the pain points of traditional teaching methods, a blended teaching model based on "AI + Matrix Analysis" is constructed. A reform plan is designed from three perspectives: reconstructing teaching content, innovating teaching methods, and optimizing the evaluation system. This provides a reference for teaching reform in foundational mathematics courses for graduate students.

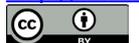
Keywords

AI, Matrix Analysis, Postgraduate Teaching, Teaching Reform, Blended Teaching

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

矩阵分析作为数学、计算机科学、控制工程、人工智能等学科的硕士研究生的基础理论课程，在研究生培养中占据非常重要的地位。其主要内容包括线性空间、特征值分析、矩阵分解等，是解决工程中高维复杂问题的重要工具。然而，传统的教学模式存在“理论抽象、应用脱节、学生参与度低”等问题[1]。随着人工智能技术的发展，智能教学系统、自适应学习平台等为课程改革提供了新的方向。

AI 赋能教育(AI-Education)的关键是通过数据驱动和智能算法，实现“以学生为中心”的个性化教学[2][3]。在矩阵分析课程中，AI 技术可用于动态生成教学案例、实时反馈学习效果、构建可视化模型等，帮助学生更好地将“抽象理论”与“实际应用”衔接起来。本文结合矩阵分析课程的特点，系统讨论 AI 技术在教学中的应用途径，旨在为研究生数学基础课程的改革提供方法。为明确本文改革方案的学术定位，从“国际实证研究”与“国内实践探索”两方面，系统梳理“AI 赋能高等教育”“技术增强数学学习”领域的核心成果，并对比分析现有研究的不足。

1.1. 国际研究：技术适配性与学习效果的深度验证

国际学界对 AI 赋能高等教育的研究已进入“学科定制化”阶段，尤其在数学类课程中形成了多项可复用的实证结论。

自适应学习系统的学科落地：斯坦福大学教育技术实验室开发的《Mathia》系统(2022)，将 Item Response Theory (IRT)算法与线性代数课程结合，通过追踪学生解题路径动态调整题目难度。其对 1200 名研究生的实验显示，使用该系统的学生“矩阵运算正确率”提升 42%，但存在学科适配性不足问题——案例多聚焦纯数学场景，未覆盖工科“矩阵在控制理论中的应用”等需求[4]。

LLM 在数学辅导中的应用：MIT 团队(2023)基于 GPT-4 构建线性代数问答机器人，通过“领域知识库微调”减少数学推导错误(如“特征值与奇异值混淆”)，但实验发现，该机器人在“Jordan 标准形存在性证明”等复杂理论题中，幻觉率仍达 18%，需依赖人工审核修正[5]。

评价体系的技术赋能：剑桥大学(2024)提出“AI 过程性评价框架”，通过分析研究生在线学习数据(视频观看、习题交互)生成能力画像，但该框架侧重数据统计而非能力归因，无法精准定位“矩阵分解应用能力薄弱”等具体问题[6]。

1.2. 国内研究：从框架构建到课程实践的探索

国内研究以“政策驱动 + 课程改革”为特色，在研究生数学课程中形成了局部突破，但尚未形成全流程赋能模式。

AI+ 数学教学的框架设计：余胜泉团队(2020)提出“AI 赋能教育的三维模型”(内容、方法、评价)，并在《高等数学》课程中验证了“模块化内容”的有效性，但该模型未针对矩阵分析的抽象性设计可视化工具，且案例库未区分理工科专业需求[3]。

智能教学平台的应用：清华大学(2022)在《矩阵理论》课程中引入“智课”平台，实现习题自动批改与学情反馈，但平台依赖预设题库，无法动态生成跨学科案例(如“机器学习中的 PCA 矩阵应用”)，且评价仍以“期末笔试”为主[7]。

数据隐私与技术伦理的探索：北京航空航天大学(2023)在研究生数学课程中引入联邦学习技术，实现“数据不出校”的模型训练，但该方案开发成本较高(需定制化算法框架)，难以在普通高校推广[8]。

1.3. 现有研究的不足与本文贡献

综合国内外研究可见，当前 AI 赋能数学课程存在三大共性问题：(1) 技术应用多为“单一工具叠加”，缺乏“内容 - 方法 - 评价”的全流程整合；(2) 矩阵分析等抽象课程中，AI 技术未充分解决“理论与应用衔接”“复杂概念可视化”等痛点；(3) 对技术瓶颈(如 LLM 幻觉)、成本限制的讨论不足。

本文的核心贡献在于：(1) 聚焦矩阵分析课程特点，设计“自适应题库 + LLM 问答机器人”的协同应用模式，深化技术架构与算法细节；(2) 直面现实挑战，提出“AI 延迟反馈”“联邦学习降本”等可落地对策；(3) 构建“三位一体”改革方案，填补“全流程 AI 赋能矩阵分析教学”的研究空白。

2. 传统矩阵分析课程教学的痛点分析

矩阵分析课程的教学痛点源于其理论深奥与实际应用相脱节，具体可归纳为以下四个方面：

一、理论抽象与认知规律的冲突

矩阵分析的基本概念(如 Jordan 标准形、奇异值分解)依赖于严格的数学推导，而研究生的数学推导能力和知识背景差异较大(如工科学生侧重应用，理科学生侧重理论)。传统“板书 + PPT”的教学模式难以满足不同背景的学生，导致很多学生因“理解障碍”丧失学习兴趣[3]。例如，在讲解“矩阵对角化条件”时，纯理论推导对工科学生缺乏吸引力，而缺乏理论支撑的应用案例又难以满足理科学生的需求。

二、应用场景与学科需求相脱节

矩阵分析在很多领域，如机器学习(如主成分分析 PCA)、信号处理(如傅里叶变换矩阵)、控制理论(如状态空间模型)等，有广泛应用。传统教材的案例更新滞后，难以覆盖不同学科的个性化需求。调查显示，83%的研究生认为“课程案例与专业方向关联度低”[4]，导致学生难以建立“理论工具 - 实际问题”的映射关系。

三、学习效果反馈滞后

矩阵分析的习题常常涉及比较复杂计算，如矩阵奇异值分解、QR 分解等，传统教学模式中，教师需通过批改作业和测验才能发现学生的错误，由此反馈周期长达一周以上。这种滞后性使得学生难以及时修正错误，这一点在“矩阵范数”“广义逆矩阵”等易混淆概念的学习中，更容易形成“错误固化”[5]。

四、评价体系的单一性

传统评价以“期末闭卷考试”为主，侧重对理论知识的记忆，忽视对“知识迁移能力”和“问题解决能力”的考核。这种评价模式导致学生陷入“应试学习”模式，例如，很多学生虽然能够熟练对矩阵进行奇异值分解，但是却不能将其应用在图像处理问题当中[6]。

3. 适应习题库——动态匹配学生能力与学习需求

基于上述痛点与研究不足,本文选取自适应习题库作为核心 AI 应用,从技术架构、关键算法、实施细节三方面展开深度讨论,并直面落地挑战提出对策。自适应习题库是解决“反馈滞后”“案例脱节”的关键工具,其核心目标是通过算法实现“千人千题”,并精准定位薄弱知识点。

3.1. 技术架构：三层协同设计

自适应习题库采用“数据层-算法层-应用层”三层架构(表 1),各层功能与技术选型如下表 1。

Table 1. Three-layer architecture of “data layer-algorithm layer-application layer”

表 1. “数据层-算法层-应用层”三层架构

层级	核心功能	技术选型与数据来源
数据层	数据存储、清洗与知识库构建	① 原始数据库:历年考卷(2018~2024)、学生作业(5000+份)、《矩阵分析》权威教材(张贤达《矩阵分析与应用》等);② 预处理数据库:通过 Python Pandas 清洗数据(去除重复题、修正推导错误),采用 MySQL 存储;③ 领域知识库:基于 Neo4j 构建矩阵分析知识图谱,拆解为“基础概念(秩)-核心定理(SVD 定理)-应用场景(人脸识别)”三级节点(共 120 个节点)
算法层	用户画像构建、难度适配、错题诊断	① 用户画像模块:基于协同过滤算法(User-Based CF),通过计算“学生解题相似度”(如 A 学生与 B 学生在“矩阵乘法”题的正确率均为 80%),构建能力标签(如“工科-矩阵应用能力-理论推导薄弱”);② 难度适配模块:采用 IRT 模型,通过参数(题目难度 b 、区分度 a 、猜测参数 c)匹配学生能力 θ (θ 越高,能力越强),公式为: $P(\theta, b, a, c) = 1 / (1 + e^{-a(\theta - b)})$;③ 错题诊断模块:基于知识图谱节点关联,将错题映射至薄弱节点(如“QR 分解计算错误”关联“Gram-Schmidt 正交化”节点)
应用层	学生端交互、教师端学情管理	① 学生端(Web + 小程序):推送个性化习题、生成学习报告(如“建议加强奇异值分解应用”);② 教师端(后台系统):查看班级薄弱点(如“40%学生无法完成 QR 分解”)、管理题库(新增/删除案例)

3.2. 关键算法：IRT 与知识图谱的协同应用

IRT 模型的参数校准:初始阶段,选取 200 名研究生进行“试做题”(覆盖所有知识点),通过极大似然估计(MLE)计算题目参数(如“矩阵对角化条件”题的难度 $b = 0.6$,区分度 $a = 1.2$);后续每学期用新学生数据(约 300 份)迭代参数,确保难度适配准确性。

错题诊断的精准性提升:例如,学生在“奇异值分解应用题”中错误时,系统通过知识图谱关联“奇异值的几何意义”“矩阵逼近原理”两个节点,推送这两个节点的基础题(如“用奇异值分解压缩图像”),而非仅重复同类应用题。

3.3. 实施细节：从部署到更新的全流程设计

部署方式:采用“云端 + 本地”混合部署——学生交互数据(如答题记录)存储于学校本地服务器(保障隐私),题库计算与模型训练依托阿里云服务器(降低本地硬件成本);

案例动态更新:通过 Python 爬虫(Scrapy 框架)定期抓取《SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications》(2022~2025)、《计算机学报》(矩阵应用相关论文),每月更新 10~15 个跨学科案例(如“2024 年雷达信号处理中的矩阵滤波案例”);

学生反馈机制：在习题推送后增设“案例相关性评分”（1~5分），若某案例评分低于3分，系统自动标记并由学科教师审核是否删除。

4. AI 赋能矩阵分析课程

4.1. 理论基础

AI技术在矩阵分析教学中的应用并不是简单的工具叠加，而是应该建立一个完整的新形式的学习体系，通过AI技术重构教学生态，满足学生多维度的需求。

一、建构主义学习理论的支撑

建构主义强调学习是“学习者主动建构知识意义”的过程，而非被动接受信息[7]。AI技术可通过“情境创设”“协作互动”“意义建构”三个环节支撑这一过程：

(1) 情境创设：利用AI生成与学生专业相关的应用场景(如给计算机专业学生生成“推荐系统中的矩阵分解”案例)。

(2) 协作互动：通过智能讨论平台实现跨学科学生的协作解题(如数学系与电子系学生共同解决“雷达信号处理中的矩阵滤波”问题)。

(3) 意义建构：基于学习行为数据，AI为学生推送个性化的补充材料，帮助其完善知识体系。

二、联通主义学习理论的拓展

联通主义认为，学习是“网络节点间的连接建立与优化”过程，知识存在于“节点”而非个体。在矩阵分析课程中，AI技术可构建“知识节点网络”：将矩阵理论分解为“基础概念(如秩)-核心定理(如SVD定理)-应用场景(如人脸识别)”三级节点，通过智能算法分析学生的学习路径，自动推荐待连接的“薄弱节点”，帮助学生构建完整的知识图谱[8]。

4.2. 教学改革路径

基于上述理论，结合矩阵分析课程特点，从教学内容、教学方法、评价体系三个维度设计AI赋能的改革方案。

一、教学内容的动态重构

借助AI技术实现教学内容的“模块化、场景化、动态化”，具体包括：

(1) 模块化知识体系构建

通过AI自然语言处理技术对《矩阵分析》课程的重点内容进行拆解，针对每一个知识点形成“基础模块(如矩阵运算)-进阶模块(如矩阵分解)-应用模块(如数值线性代数)”三个等级的学习路径。每个具体模块包含“基本概念、理论推导、典型例题、知识扩展”四个子模块，学生可根据自身需求和能力自主选择学习的深度和广度[2]。例如，计算机专业学生可简单学习“抽象代数视角下的矩阵理论”，深入学习“机器学习中的矩阵应用”。

(2) 场景化案例库生成

利用AI的案例生成系统，基于学生的专业特点和专业需求，动态生成应用案例。例如：对控制工程专业学生，推送“状态反馈控制中的矩阵稳定性分析”案例；对人工智能专业学生，推送“神经网络中的权重矩阵更新算法”案例，对机械专业的学生，推送“参数优化过程中系数矩阵的生成”等。案例库可以通过爬虫技术实时抓取顶级期刊(如《SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications》)的最新研究，确保了案例的前沿性，从而实现了科研反哺教学。

(3) 动态化习题生成

基于AI(如GPT模型)构建“自适应题库”，可以根据学生往年的考卷、测验以及作业情况调整题

目的难度和类型。例如，学生对“矩阵乘法”基础题基本不会出错，AI 系统将会提高难度，推送“分块矩阵乘法”相关的题目；若学生在“奇异值分解”中频繁出错，AI 系统将针对出错点生成相应的习题，改善学生的计算能力[9]。

二、教学方法的智能创新

融合 AI 技术创新教学方法，构建“线上自主学习 + 线下互动探究”的混合模式。

(1) 线上：智能导学支撑个性化学习

通过知识图谱可视化工具(如 Neo4j)展示基本概念之间的关联(如“奇异值分解”与“矩阵逼近”的逻辑关系)，学生可自主学习详细内容。基于大语言模型(LLM)构建《矩阵分析》专属问答机器人，解答学生的即时问题，并能纠正学生的错误理解和表述(如“特征值”与“奇异值”的区别和联系)。利用 AI 驱动的仿真工具(如 MATLAB + Python 接口)实现运算的可视化，例如，通过动态图像演示“矩阵旋转对图像变形的影响”，帮助学生理解矩阵变换的几何意义[10]。

(2) 线下：AI 辅助的立体式的课堂

课前：利用 AI 分析学生线上学习数据，生成“班级薄弱点报告”(如“40% 学生不能进行 QR 分解”)，教师根据报告设计教学重点和教学难点。

课中：通过 AI 分组工具，根据学生的基础和学习情况对学生进行混合分组，鼓励学生共同完成“建模项目”任务(如“根据已知数据对学生成绩进行分析”)，利用 AI 实时监控每个小组讨论，适当推送提示信息(如“提示：可利用层次分析法分析”)。

课后：AI 根据每个学生的学习情况生成个性化复习建议，如“建议加强奇异值分解的计算”等[11]。

三、评价体系的多维优化

利用 AI 技术构建“过程性评价+能力导向评价”的多元体系。

(1) 过程性评价：全周期数据追踪

通过学习管理系统采集学生的线上学习数据(如视频观看时长、习题正确率、作业质量等)和线下互动数据(如小组任务的贡献度)，利用 AI 设定多元化的评价指标，如“基本概念理解”、“知识点应用能力”和“团队协作能力”，建立每个学生的学习情况档案。例如，当 AI 系统发现某位学生在“矩阵分解”章节的作业正确率低于 60% 时，会提示“需加强”并提供相应练习题[12]。

(2) 能力导向评价：平时成绩体现能力考核

平时成绩部分基于“AI 动态任务”，例如：给大数据专业学生设定“基于数据分析和矩阵分解技术构建商品评分预测模型”任务；给机械专业学生设定“通过模态矩阵分析机械结构的振动特性，优化设计参数”任务等。利用 AI 对比学生提交的报告和任务方案，从“理论应用”“算法设计”“创新点”三个维度进行评分，给出合理的评价[13]。

4.3. AI 赋能教学的挑战与应对策略

AI 技术在矩阵分析课程中的应用已经被很多学者探索[14]-[16]，但是仍然面临很多挑战。

一、技术依赖导致思维惰性

过度依赖 AI 解决问题可能会削弱学生的独立思考能力。针对这个问题，可以设置“AI 延迟反馈”，对基本概念，基本理论的低难度题强制延迟 3 小时回答，鼓励学生先自主思考，动手推导(如“什么是矩阵特征值的代数重数与几何重数”)；可以要求学生 AI 生成的解题步骤进行“改错”[17]；多进行线下测试，提高学生对基本概念和理论的掌握能力。

二、数据隐私与学科覆盖不均的问题

学生的过程学习数据(如答题错误记录、学校专业方向等个人信息)存在隐私泄露风险，且 AI 案例生

成可能学科覆盖不均(如偏向文科领域,忽视理工交叉应用等)。针对这个问题,可以要求学生尽量不提供有针对性的个人信息,并且通过控制提问语言,控制案例生成的专业领域,同时要借助专业文献和专业书籍,不能一味地依靠 AI。还可以采用联邦学习技术实现“数据不出本地”的模型训练,建立跨学科专家团队审核案例库,确保覆盖数学、工科、文科等多领域应用[18]。

三、教师角色定位

部分教师对“AI”反对大于支持,还有的教师会过度依赖 AI 技术而忽视“人文引导”。针对这个问题,建议多开展“AI+教学”培训,让教师合理使用智能工具;明确教师的角色,在应用 AI 技术的时候,教师不再是“知识传授者”,而是“学习设计师”[19]。

5. 结束语

AI 技术为矩阵分析课程的教学改革提供了全新视角,其核心价值不仅在于“工具效率提升”,更在于重构“教-学-评”的教与学系统:通过动态内容适配学生需求,通过智能互动激活学习过程,通过多元化评价引导能力培养。这种改革能有效解决传统教学的痛点,为研究生数学基础课程的现代化转型提供可行路径。

基金项目

校研究生教改课题“AI 驱动下研究生数学基础课‘三位一体’式教学改革与探索”(YJSJG202405)。

校级教改课题“AI 赋能数学专业计算机能力培养:模式创新与实践探索”(JG251403C2)。

参考文献

- [1] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社,2014.
- [2] 余胜泉,王琦. 人工智能+教育:未来教育新图景[J]. 开放教育研究,2020,26(1):10-22.
- [3] 李航. 统计学习方法[M]. 北京:清华大学出版社,2019.
- [4] 王萼芳,石生明. 高等代数[M]. 北京:高等教育出版社,2021.
- [5] 陈公宁. 矩阵理论与应用[M]. 北京:高等教育出版社,2018.
- [6] 程云鹏,张凯院. 矩阵论[M]. 西安:西北工业大学出版社,2022.
- [7] 皮亚杰. 发生认识论原理[M]. 北京:商务印书馆,1970.
- [8] 杨宗凯,吴砥. 教育信息化 2.0 时代的教育技术发展趋势[J]. 中国电化教育,2021(3):1-9.
- [9] 祝智庭,彭红超. 人工智能+教育:技术赋能与变革路径[J]. 中国教育学刊,2019(1):56-62.
- [10] 张钹,朱军,苏航. 迈向第三代人工智能[J]. 中国科学:信息科学,2020,50(9):1289-1305.
- [11] 黄廷祝,钟守铭. 矩阵理论[M]. 北京:科学出版社,2021.
- [12] 林闯. 数据科学中的矩阵方法[J]. 计算机学报,2020,43(5):801-819.
- [13] 刘三阳,于力. 矩阵分析[M]. 北京:科学出版社,2018.
- [14] 周志华. 机器学习[M]. 北京:清华大学出版社,2023.
- [15] 李飞飞,李佳. 计算机视觉:算法与应用[M]. 北京:机械工业出版社,2022.
- [16] 孙茂松,薛向阳. 人工智能前沿进展[J]. 中国科学:信息科学,2021,51(3):349-363.
- [17] 钟志华,丁汉. 智能时代的工程教育改革[J]. 高等工程教育研究,2020(2):1-6.
- [18] 田溯宁. 数字经济时代的隐私保护与数据治理[J]. 管理世界,2021,37(5):1-9.
- [19] 李德毅,刘常昱. 人工智能导论[M]. 北京:中国科学技术出版社,2019.